

Παιγιο-θεωρητική ανάλυση εκλογικών κανόνων

- Μιχάλης Βαζιός - p3170013
- Νίκας Λέκκας - p3170090

Περιεχόμενα εργασίας

- Εισαγωγή
 - Εκλογικοί κανόνες
 - Θεωρία σχετική με manipulation εκλογών
 - Θεώρημα του Arrow
 - Θεώρημα του Gibbard
 - Προσμοιώσεις για έλεγχο της συχνότητας εμφάνισης manipulatable εκλογών
 - Σχολιασμός αποτελεσμάτων
 - Ανάλυση συνεπειών θεωρημάτων
 - Πολυπλοκότητα εύρεσης στρατηγικής για manipulation εκλογών
 - Αγνώστες προτιμήσεις ψηφοφόρων
 - Συλλογικό manipulation εκλογών
 - Επίλογος
 - Επιπλέον παράγοντες που επηρεάζουν την αξιοπιστία των εκλογών
- Πηγές

Κάθε εκλογική διαδικασία

Είναι συνηθισμένη διαδικασία (από εθνικές εκλογές μέχρι ψηφοφορία για το σε ποιο μαγαζί θα κάτσει μια παρέα) αποτελούν ένα παίγνιο με παίκτες τους ψηφοφόρους και σε κάποιες περιπτώσεις και τους υποψηφίους ή άλλες κατηγορίες ατόμων (την δημοσκόπους αν μιλάμε για βουλευτικές εκλογές).

Εδώ θα κάνουμε κάποιες απλοποιήσεις και θα θεωρήσουμε ότι οι μόνοι παίκτες των οποίων η συμπεριφορά μας ενδιαφέρει είναι οι ψηφοφόροι. Θα θεωρήσουμε ότι κάθε βαθμολογία της κλίμακας εμφανίζεται ή είτε έχουμε ψηφοφορίες που δεν αφορούν την εκλογή κάποιου προσώπου (την μια παρέα ψηφίζει που θα πάει βόλτα) ή ότι έχουμε εκλογές στις οποίες οι υποψήφιοι είναι σταθεροί στις απόψεις τους και δεν τις αλλάζουν προκειμένου να κερδίσουν ψήφους. Μια άλλη απλοποίηση που κάνουμε είναι ότι μας ενδιαφέρουν μόνο εκλογές στις οποίες υπάρχει μόνο ένας νικητής από τους υποψηφίους και πολλοί χαμένοι. Κάνουμε επίσης την παραδοχή ότι οι παίκτες δεν επιλέγουν το λευκό, το άκυρο ή την αποχή σαν ψήφο.

Εκλογικοί κανόνες

Οι διαβάσεις στρατηγικής των παικτών εξαρτώνται από το ποιος είναι ο τρόπος με τον οποίο γίνονται οι εκλογές. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να γίνουν εκλογές, κάθε ένας εκ των οποίων δίνει διαφορετικές επιλογές στους παίκτες και υπολογίζει με διαφορετικό τρόπο τον νικητή. Αυτοί οι τρόποι διεξάγουν τις εκλογές ονομαζόμενι εκλογικοί κανόνες και μελετά από τους πιο δημοφιλείς είναι οι εξής:

- Plurality voting**: Ο κάθε ψηφοφόρος επιλέγει έναν υποψήφιο και εκλέγεται ο υποψήφιος με τις περισσότερες ψήφους. Έτσι γίνονται τχ οι εκλογές σε κάθε πολιτεία των ΗΠΑ.

- Borda count**: Κάθε ψηφοφόρος κατάτασσε τους υποψηφίους κατά φθίνουσα σειρά προτίμησης (στην 1η θέση τον αγαπημένο του υποψήφιο, στη 2η θέση τον 2ο στις προτιμήσεις του υποψήφιο, ...). Στο τέλος για κάθε υποψήφιο αθροίζουμε τις θέσεις στις οποίες τον κατέταξαν οι ψηφοφόροι στις προτιμήσεις τους και κερδίζει ο υποψήφιος με το μικρότερο "σκόρ".

- Approval voting**: Κάθε ψηφοφόρος επιλέγει όσους υποψηφίους θέλει (από κανέναν μέχρι και όλους (αν και αυτός οι δυο στρατηγικές δεν έχουν ιδιαίτερη νόημα)). Ο υποψήφιος που τον έχουν εγκρίνει οι περισσότερότεροι ψηφοφόροι κερδίζει. Έτσι γίνονται τα polls σε ομαδικές συναντήσεις στο messenger.

- Score Voting**: Κάθε ψηφοφόρος βαθμολογεί όλους τους υποψηφίους σε μια (συνήθως ακέραια) κλίμακα. Εννοείται πως μπορεί κάποιος ψηφοφόρος να βάλει την ίδια βαθμολογία σε παραπάνω από έναν υποψήφιο. Νικητής ανακηρύσσεται ο υποψήφιος με το μεγαλύτερο συνολικό σκόρ (που υπολογίζεται ως το άθροισμα των βαθμολογιών που του έδωσε κάθε ψηφοφόρος).

- Copeland's method**: Κι εδώ οι ψηφοφόροι κατατάσσουν τους υποψηφίους βάσει των προτιμήσεων τους αλλά ο νικητής υπολογίζεται με διαφορετικό τρόπο: για κάθε ζευγάρι υποψηφίων βλέπουμε πόσοι υποψηφίοι προτιμούν τον ένα και πόσοι τον άλλον. Νικητής του **ζευγαριού** θεωρείται ο υποψήφιος που τον προτιμούν έναντι του άλλου οι περισσότεροτεροι ψηφοφόροι. Ο νικητής του ζευγαριού παίρνει 1 βαθμό κι ο ηττημένος δεν παίρνει κανένα. Σε περίπτωση ισοπαλίας σε κάποιο ζευγάρι παίρνουν κι οι δυο υποψήφιοι από μόνο βαθμό. Τελικός νικητής των εκλογών είναι ο υποψήφιος που συγκεντρώνει την υψηλότερη βαθμολογία από αυτή την διαδικασία. Η βαθμολογία κάθε υποψηφίου ονομάζεται και Copeland score.

Θεωρία σχετική με manipulation εκλογών

Στους παραπάνω εκλογικούς κανόνες υπάρχει συχνά κίνητρο για κάποιους παίκτες να μην ψηφίσουν με βάση τις πραγματικές προτιμήσεις τους. Πχ στο Plurality voting μπορεί κάποιος που γνωρίζει ότι η 1η του επιλογή δεν θα εκλεγεί, να ψηφίσει την 2η επιλογή του (που έχει ελπίδες να εκλεγεί) απλά για να μην κερδίσει η 3η ή κάποια που αντιπαθεί για τον παίκτη επιλογή.

Γενικά θα θέλαμε να μην υπάρχει κίνητρο να ψηφίσουν οι παίκτες διαφορετικά από τις πραγματικές τους προτιμήσεις, έτσι ώστε τα αποτελέσματα της εκλογικής διαδικασίας να αντικατοπτρίζουν πραγματικά τις 1 προτίμειν ή κοινωνία.

Δυστυχώς, τα θεωρήματα του Arrow και του Gibbard αποδεικνύουν ότι δεν υπάρχουν ιδανικοί εκλογικοί κανόνες όπως θα θέλαμε. Πριν παρουσιάσουμε πιο αναλυτικά τα αποτελέσματα των θεωρημάτων, θα πρέπει να ορίσουμε δύο κατηγορίες εκλογικών συστημάτων στις οποίες ανήκουν οι παραπάνω κανόνες.

- Ranked Voting**: Σε αυτή την κατηγορία εκλογικών συστημάτων, οι ψηφοφόροι καλούνται να ταξινομήσουν τους ψηφοφόρους με βάση τις προτιμήσεις τους. Εδώ ανήκουν οι κανόνες Plurality Voting, Borda Count και Copeland's method. Σε αυτή την κατηγορία κάθε υποψήφιος αξιολογεί τους υποψηφίους *τον έναν σε σχέση με τον άλλον* και όχι ανεξάρτητα.

- Cardinal Voting**: Εδώ οι ψηφοφόροι μπορούν να αξιολογήσουν κάθε υποψήφιο ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους (υποψηφίους). Σε αυτή την κατηγορία ανήκουν οι κανόνες Score Voting και Approval Voting.

Arrow's Theorem

Το θεώρημα του Arrow λέει (συνοπτικά) ότι δεν υπάρχει μέθοδος Ranked Voting που να ικανοποιεί και τα τρία παρακάτω κριτήρια:

- Αν κάθε ψηφοφόρος προτιμά τον Α από τον Β, τότε το σώμα των ψηφοφόρων επιλέγει τον Α.
- Αν η προτίμηση κάθε ψηφοφόρου μεταξύ των υποψηφίων Α και Β παραμένει σταθερή τότε και η προτίμηση του σώματος των ψηφοφόρων μεταξύ των υποψηφίων Α και Β παραμένει σταθερή.
- Δεν υπάρχει "δικτάτορας", δηλαδή κάποιος παίκτης ο οποίος να έχει τη δυνατότητα να καθορίζει πάντα το αποτέλεσμα του παιγνίου.

Gibbard's Theorem

Το θεώρημα του Gibbard δεν αφορά μόνο εκλογικούς μηχανισμούς αλλά γενικότερα κάθε συλλογική απόφαση που λαμβάνεται ντετερμινιστικά (χωρίς δηλαδή να υπάρχει τυχασιότητα) και (συνοπτικά) λέει ότι κάθε διαδικασία για τη λήψη μιας τέτοιας απόφασης, θα πρέπει να ικανοποιεί τουλάχιστον μια από τις παρακάτω συνθήκες:

- Υπάρχει "δικτάτορας" (βλέπε 3η κουκίδα παραπάνω).
- Η διαδικασία περιορίζει τις πιθανές εκβασίες σε δυο μόνο εκλογές.
- Η διαδικασία δημιουργεί κίνητρα στους παίκτες να ψηφίζουν "στρατηγικά", δηλαδή όχι με βάση τις πραγματικές προτιμήσεις τους.

Αυτό που λένε ουσιαστικά τα παραπάνω θεωρήματα είναι ότι δεν μπορεί να υπάρχει εκλογική διαδικασία που να διασφαλίζει ταυτόχρονα την ειλικρίνεια των παικτών, την πληθώρα επιλογών ή την συνέπεια του αποτελέσματος με τη βούληση του λαού.

Προσμοιώσεις για έλεγχο της συχνότητας εμφάνισης manipulatable εκλογών

Απλοική περίπτωση

Έστω ότι έχουμε Ν ψηφοφόρους και υπάρχουν Μ υποψήφιοι/επιλογές. Ένας από τους ψηφοφόρους έστω Χ γνωρίζει τις προτιμήσεις των υπολοίπων και θα προσπαθήσει να εκμεταλλευτεί αυτή την γνώση για να εκλεγεί ένας υποψήφιος που είναι προτιμότερος για τον Χ από αυτόν που θα έβγαινε αν ο Χ ψηφίζε ειλικρινά.

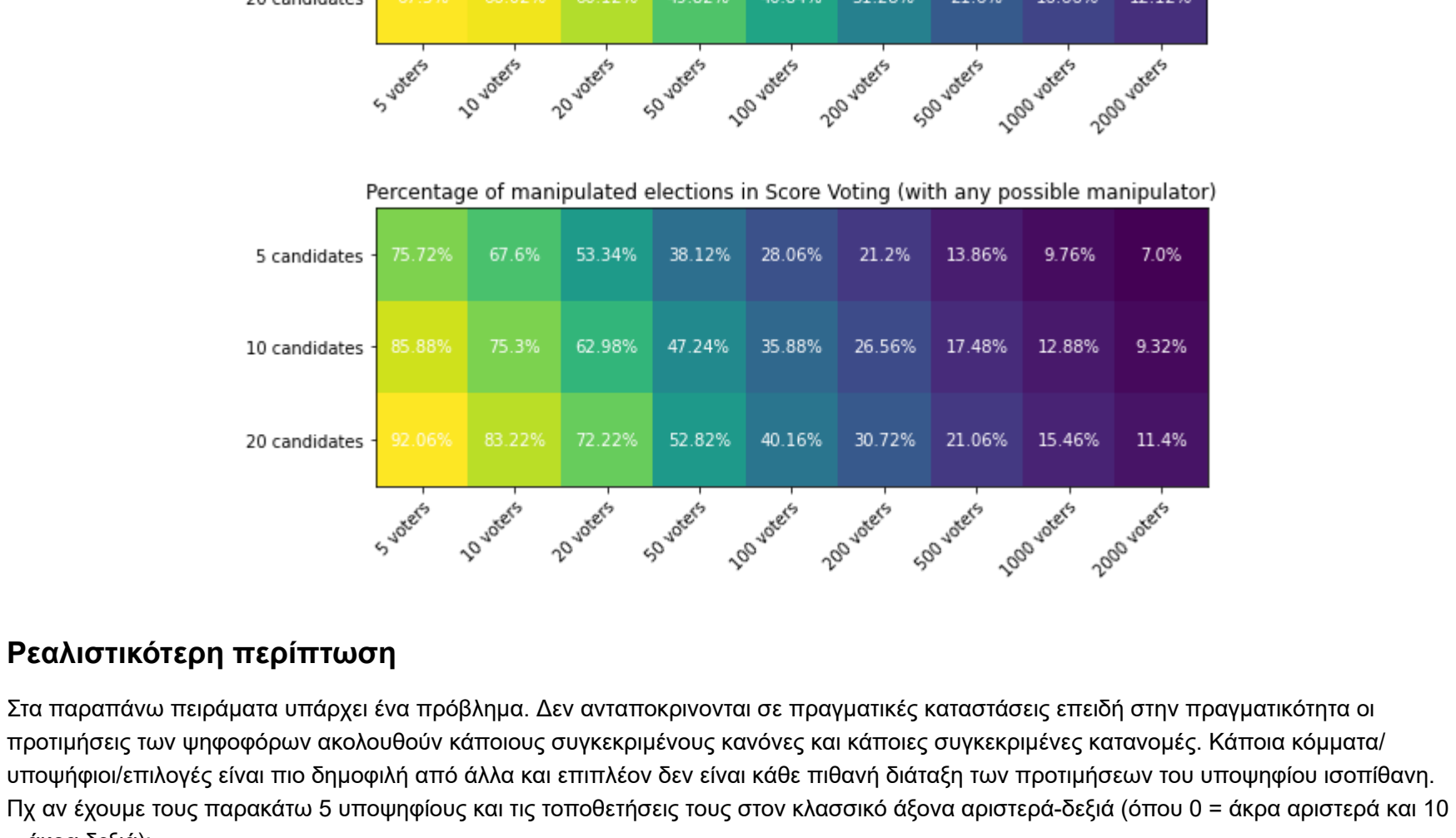
Επαναλάβαμε το πείραμα 10000 φορές για διάφορους συνδυασμούς τιμών του Ν και του Μ (δηλαδή 10000 επαναλήψεις για κάθε συνδυασμό τιμών) και θα δούμε σε πένες από αυτές εκλεγάται διαφορετικός υποψήφιος από αυτόν που θα έπρεπε λόγω του manipulation του παίκτη Χ. Τα πειράματά μας γίνονται για τους κανόνες Borda Count και Score Voting.

Για τα πειράματα με τον κανόνα Score Voting **υποθέσαμε ότι οι πιθανές προτιμήσεις είναι ισοπίθανες**. Εδώ manipulation υπάρχει όταν κάποιος δώσει διαφορετική διάταξη από αυτήν που αντιστοιχεί στις μικρές διαφέρειες του.

Για τα πειράματα με τον κανόνα Score Voting θεωρήσαμε ότι οι ψηφοφόροι μπορούν να βαθμολογήσουν κάθε υποψήφιο σε μια ακέραια κλίμακα από [-10-10]. Υποθέσαμε ότι κάθε βαθμολογία της κλίμακας εμφανίζεται **με ίση πιθανότητα** και ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των βαθμολογιών σε διαφορετικούς υποψηφίους από τον ίδιο ψηφοφόρο. Εδώ η ειλικρίνης ψήφος ενός παίκτη είναι να βαθμολογήσει κάθε ψηφοφόρο όσο πραγματικά θεωρεί ότι αξίζει, και η μη ειλικρίνης ψήφος να βαθμολογήσει κάποιος ψηφοφόρος έναν υποψήφιο λιγότερο ή περισσότερο από όσο πιστεύει.

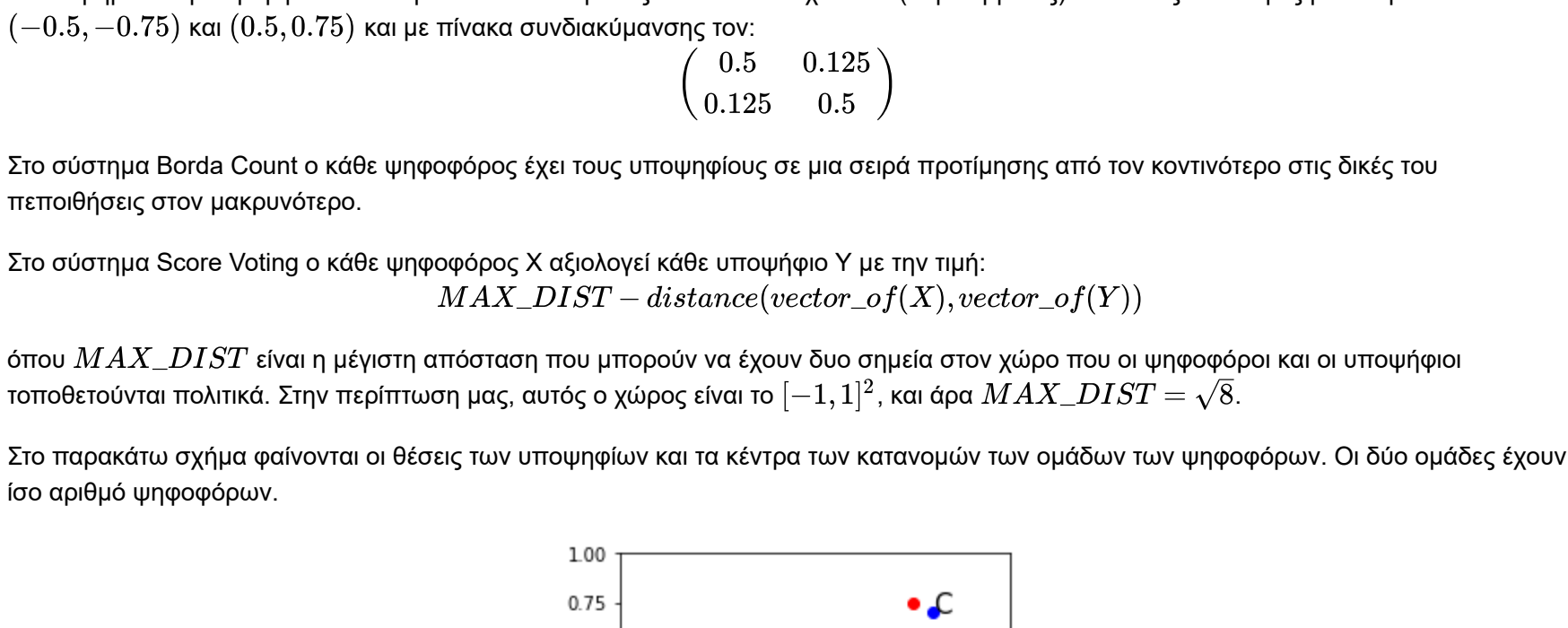
Και στις δύο περιπτώσεις θεωρήσαμε ότι σε περίπτωση ισοψηφίας κερδίζει ο πρώτος στην σειρά υποψηφίος (ο *M*₁ κερδίζει τον *M*₂ σε ψηφισια). Επίσης θεωρήσαμε ότι για να χειραγωγηθούν οι εκλογές, πρέπει να μπορεί κάποιος άλλος υποψήφιος να έχει μετά το manipulation αυστηρά προτιμότερο σκόρ από το σκόρ του νικητή με ειλικρίνης ψήφους. Αυτές οι δύο υποθέσεις έρχονται σε conflict μεταξύ τους αλλά αυτό συμβαίνει αρκετά σπάνια στην πράξη (ειδικά όταν έχουμε πολλούς ψηφοφόρους). Από την άλλη πλευρά, αυτές οι υποθέσεις κερδίζουν αρκετά πιο εύκολες τις προσομοιώσεις μας οπότε επιλέξαμε να κάνουμε τις συγκεκριμένες αντικρουόμενες παραδοχές αφού το πρόβλημα που δημιουργούν είναι ελάχιστο και η διευκόλυνση που μας παρήκνεν μεγάλη.

Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα με το ποσοστό των εκλογών που ο τυχαίος ψηφοφόρος καταφέρνει να κάνει manipulate για κάθε σύστημα και για κάθε συνδυασμό πλήθους ψηφοφόρων και υποψηφίων:



Στην συνέχεια επαναλάβαμε τα παραπάνω πειράματα αλλά ελέγχοντας πλέον σε τι ποσοστό των εκλογών διαδικασιών υπάρχει ένας υποψήφιος προτιμότερος παίκτης που μπορεί να τις χειραγωγήσει αν γνωρίζει τις προτιμήσεις των υπολοίπων. Ουσιαστικά τα αποτελέσματα των καινούριων πειραμάτων μας δείχνουν σε τι ποσοστό των εκλογών διαδικασιών **δεν** είναι σημείο ισορροπίας κατά Nash το να ψηφίσουν όλοι οι παίκτες ειλικρινά.

Εδώ, επειδή ο έλεγχος για όλους τους πιθανούς manipulators ήταν χρονοβόρος, επαναλάβαμε κάθε πείραμα 5000 φορές για κάθε συνδυασμό πλήθους ψηφοφόρων και υποψηφίων. Για τον ίδιο λόγο δεν κάναμε πειράματα για πολύ μεγάλο αριθμό ψηφοφόρων (παίκτων) γιατί θα είχαμε να ελέγξουμε πάρα πολλούς πιθανούς manipulators. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα:



Ρεαλιστικότερη περίπτωση

Στα παραπάνω πειράματα υπάρχει ένα πρόβλημα. Δεν ανταποκρίνονται σε πραγματικές καταστάσεις επειδή στην πραγματικότητα οι προτιμήσεις των ψηφοφόρων ακολουθούν κάποιους συγκεκριμένους κανόνες και κάποιες συγκεκριμένες κατανομές. Κάποιο κόμμα/ υποψήφιος/επιλογές είναι πιο δημοφιλή από άλλα και επιπλέον δεν είναι καθαρή διάταξη των προτιμήσεων των υποψηφίων (αυτήν που αποδοχόμαστε ως την πραγματική). Πχ αν έχουμε τους παρακάτω 5 υποψηφίους και τις τοποθετήσεις τους στον κεντρικό άξονα αριστερά-δεξιά (όπου 0 = άκρα αριστερά και 10 = άκρα δεξιά):

Υποψήφιος	Απόψεις
A	0
B	2
Γ	5
Δ	8
E	10

, είναι πολύ απίθανο για κάποιον που να έχει ως προτιμήσεις τις $\{A, \Gamma, \Delta, B, \Sigma\}$ και πιο πιθανό να έχει τις προτιμήσεις $\{B, A, \Sigma, \Gamma, \Delta, E\}$ (κάποιος με τέτοιες προτιμήσεις θα μπορούσε να τοποθετεί τον εαυτό του στο 2 στην προαναφερθείσα κλίμακα).

Για αυτό το λόγο, επαναλάβαμε τα παραπάνω πειράματα με ρεαλιστικότερες προτιμήσεις για τους υποψηφίους. Θεωρήσαμε ότι υπάρχουν δύο άξονες που εκφράζουν την θέση κάθε επιλογής και οι αντιστοιχισμένες είναι στο διάστημα $[-1,1]$. Οι ψηφοφόροι δεν είναι κατανομήνι μένιοι ομοιόμορφα αλλά ανήκουν σε δυο "ομάδες" που αντιστοιχούν σε (περικοιμένες) κανονικές κατανομές με κέντρα τα $(-0.5, -0.75)$ και $(0.0, 0.75)$ και με πίνακα συνδιακύμανσης τον:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.125 \\ 0.125 & 0.5 \end{pmatrix}$$

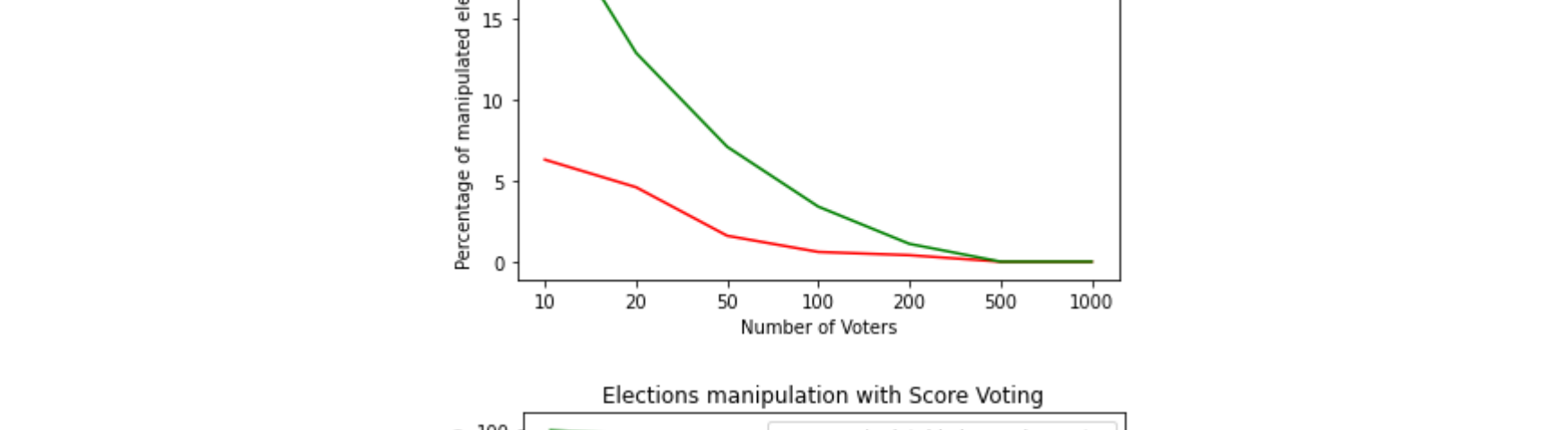
Στο σύστημα Borda Count ο κάθε ψηφοφόρος έχει τους υποψηφίους σε μια σειρά προτίμησης από τον κοντινότερο στις δικές του τοποθετήσεις στον μακρινότερο.

Στο σύστημα Score Voting ο κάθε ψηφοφόρος Χ αξιολογεί κάθε υποψήφιο Y με την τιμή:

$$MAX_DIST-distance(vector_of(X), vector_of(Y))$$

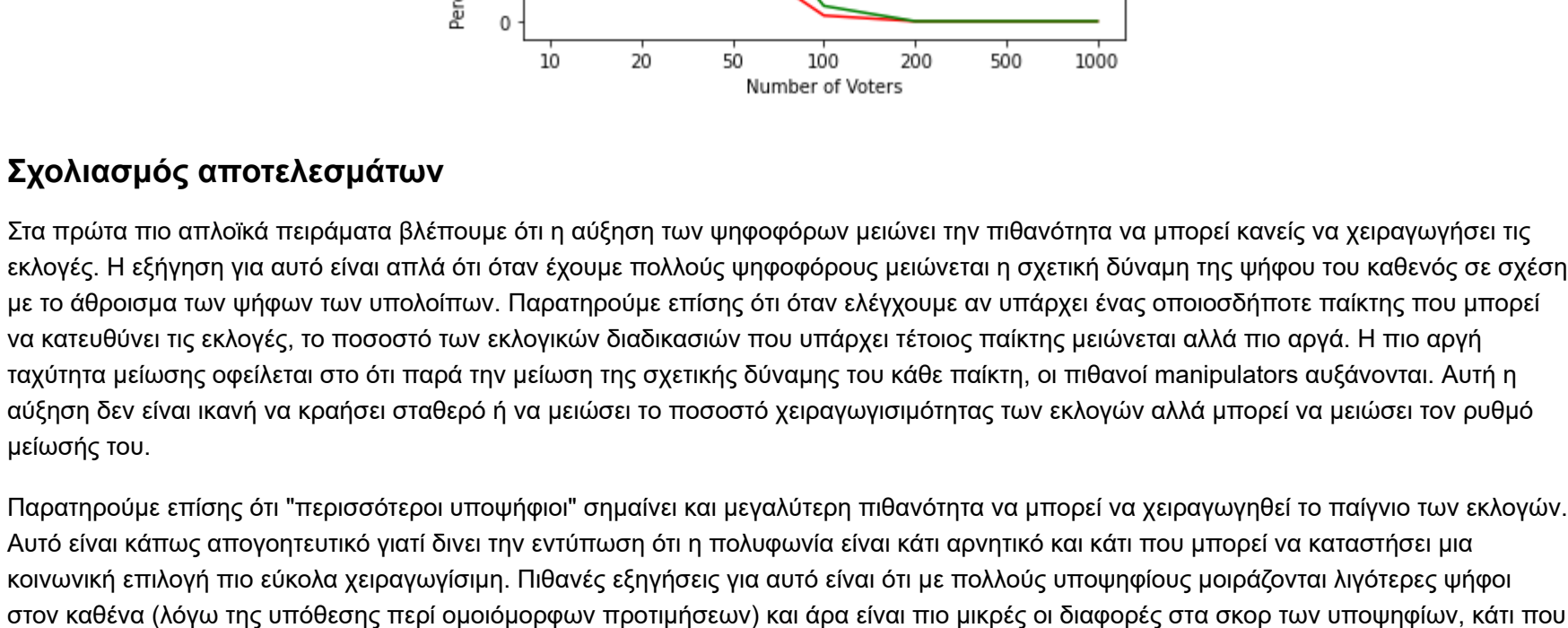
όπου *MAX_DIST* είναι η μέγιστη απόσταση που μπορεί να έχουν δυο σημεία στον χώρο που οι ψηφοφόροι και οι υποψήφιοι τοποθετούνται πολιτικά. Στην περίπτωση μας, αυτός ο χώρος είναι το $[-1,1]^2$, και άρα *MAX_DIST* = $\sqrt{8}$.

Στα παρακάτω σχήμα φαίνονται οι θέσεις των υποψηφίων και τα κέντρα των κατανομών των ομάδων των ψηφοφόρων. Οι δύο ομάδες έχουν ίσο αριθμό ψηφοφόρων.



Σημείωση: Αν μιλάμε για πολιτική, οι παραπάνω άξονες μπορεί να αντιστοιχούν στο left-right και libertarian-authoritarian (προφανώς κάποιος μπορεί να ορίσει τις πολιτικές απόψεις των ψηφοφόρων και σε περιερισσότερες άξονες). Αν μιλάμε για μια παρέα που αποφασίζει σε ποιο μαγαζί θα κάτσει, οι άξονες μπορεί να αντιστοιχούν στο φτηνό-ακριβό και στο κοντά-μακριά από ένα που βρίσκεται τώρα. Ανάλογα με το concept μπορεί να υπάρχουν και περισσότεροι οι ληγοί των άξονες (ή να υπάρχουν προτιμήσεις που δεν ακολουθούν κάποιο συγκεκριμένο σκεπτικό).

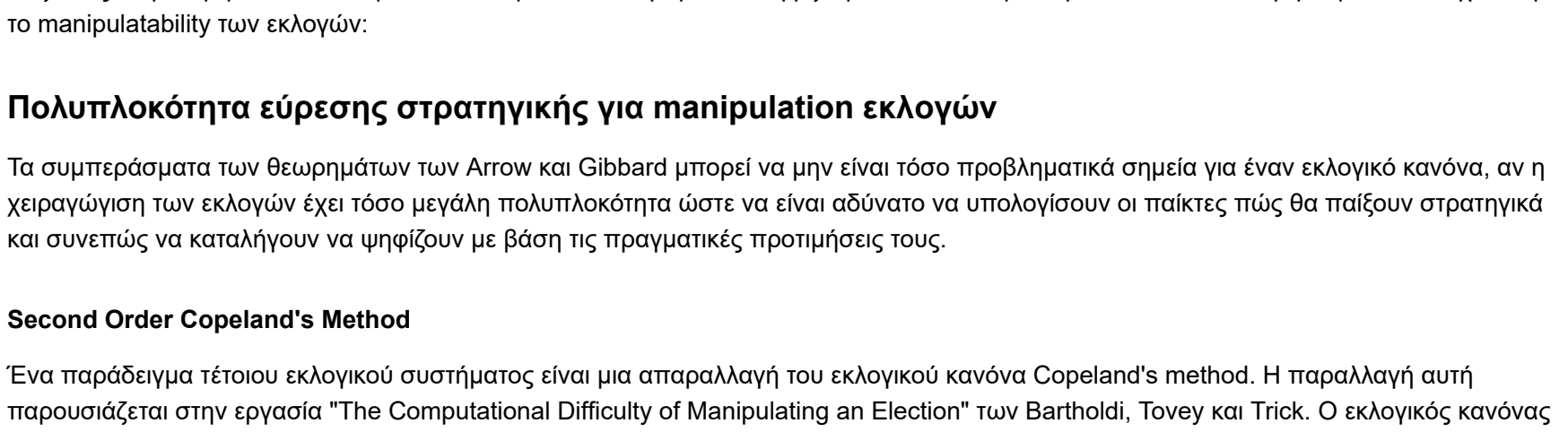
Λόγω περιορισμού υπολογιστικών πόρων και χρόνου, θα τρέξουμε τα πειράματα μόνο για την περίπτωση με τους 5 υποψηφίους και με 1000 προσομοιώσεις αντί για 10000 ή 5000 που τρέζαμε παραπάνω. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω:



Στη συνέχεια δοκιμάσαμε τα ίδια πειράματα αλλά με διαφορετικό πίνακα συνδιακύμανσης μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών που αντιστοιχούν στις τοποθετήσεις των ψηφοφόρων στους δύο άξονες:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.375 \\ 0.375 & 0.5 \end{pmatrix}$$

ο οποίος αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη (θετική) συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω:



Σχολιασμός αποτελεσμάτων

Στα πρώτα πιο απλοϊκά πειράματα βλέπουμε ότι η αύξηση των ψηφοφόρων μειώνει την πιθανότητα να μπορεί κανείς να χειραγωγήσει τις εκλογές. Η εξήγηση για αυτό είναι απλά ότι όταν έχουμε πολλούς ψηφοφόρους μειώνεται η σχετική δύναμη της ψήφου του καθένος σε σχέση με το άθροισμα των ψήφων των υπολοίπων. Παραπρόσθετα επίσης ότι όταν ελέγχουμε αν υπάρχει κάποιος υποψήφιος που μπορεί να καταβείνει τις εκλογές το ποσοστό των εκλογών διαδικασιών που υπάρχει τέτοιος παίκτης μειώνεται αλλά πιο αργά. Η πιο αργή ταχύτητα μείωσης οφείλεται στο ότι παρά την μείωση της σχετικής δύναμης του κάθε παίκτη, οι πιθανοί manipulators αυξάνονται. Αυτή η αύξηση δεν είναι ικανή να κρατήσει σταθερό ή να μειώσει το ποσοστό χειραγωγισιότητας των εκλογών αλλά μπορεί να μειώσει τον ρυθμό μείωσής του.

Παραπρόσθετα επίσης ότι "περισσότεροι υποψήφιοι" σημαίνει και μεγαλύτερη πιθανότητα να μπορεί να χειραγωγηθεί το παίγνιο των εκλογών. Αυτό είναι κάπως απογοητευτικό γιατί δίνει την εντύπωση ότι το πολυπαικτικό είναι κάτι αρνητικό και κάτι που μπορεί να καταστρέψει μια κοινωνική επιλογή που εύκολα χειραγωγείται. Η πιθανότητα εξήγησης για αυτό είναι ότι με πολλούς υποψηφίους μοιράζονται λιγότερες ψήφοι στον καθένα (λόγω της υποθέσης περί ομοιόμορφου προτίμησης) και άρα είναι πιο μικρές οι διαφορές στα σκορ των υποψηφίων, κάτι που επιτρέπει στον manipulator να ακυρώσει αυτές τις μικρές διαφορές.

Στα πιο ρεαλιστικά παραδείγματα βλέπουμε ότι το ποσοστό των manipulatable εκλογών πέφτει αρκετά πιο γρήγορα και ότι ακόμα και με 1000 υποψηφίους, ένα (σχεδόν) πάντα αδύνατο να μπορεί κανείς ακόμα και με τέλεια πληροφόρηση να κατευνθύνει τις εκλογές. Βλέπουμε επίσης ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των απόψεων των ψηφοφόρων στους δύο άξονες δεν έχουν μεγάλη επίρροη στα αποτελέσματα του πειράματος.

Σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα των πειραμάτων είναι σχετικά ευχάριστα αφού μας δίνουν την ελπίδα ότι οι πραγματικές εκλογές είναι μάλλον unmanipulatable λόγω του μεγάλου αριθμού ψηφοφόρων τους.

Ανάλυση συνεπειών θεωρημάτων

Βάζοντας στην άκρη τα αποτελέσματα των παραπάνω πειραμάτων, αγγίζουμε κάποια ακόμα θέματα, από το θεωρητική σκοπιά, σχετικά με το manipulatable στην εκλογή:

Πολυπλοκότητα εύρεσης στρατηγικής για manipulation εκλογών

Τα συμπεράσματα των θεωρημάτων των Arrow και Gibbard μπορεί να μην είναι τόσο προβληματικά σημεία για έναν εκλογικό κανόνα, αν η χειραγώγηση των εκλογών έχει τόσο μεγάλη πολυπλοκότητα ώστε να είναι αδύνατο να υπολογίσουν οι παίκτες πώς θα παίζουν στρατηγικά και συνεπώς να καταλήγουν να ψηφίζουν με βάση τις πραγματικές προτιμήσεις τους.

Second Order Copeland's Method

Ένα παράδειγμα τέτοιου εκλογικού συστήματος είναι μια απαραλλαγή του εκλογικού κανόνα Copeland's method. Η παραλλαγή αυτή παρουσιάζονται στην εργασία "The Computational Difficulty of Manipulating an Election" των Bartholdi, Tovey και Trick. Ο εκλογικός κανόνας που παρουσιάζουμε λέγεται **Second Order Copeland** και η διαφορά του με την απλή μέθοδο του Copeland, είναι ότι εδώ οι ισοραβιές επιλύονται ως εξής:

Για κάθε υποψήφιο Χ από αυτούς που ισοβάθισαν στην πρώτη θέση, υπολογίζουμε ένα δεύτερο-νέο σκόρ με το άθροισμα όλων των Copeland scores των υποψηφίων τους οποίους ο Χ κέρδισε και ανακηρύσσουμε νικητή αυτόν με το μεγαλύτερο δεύτερο-νέο σκόρ.

Στην εργασία τους οι Bartholdi, Tovey και Trick αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα του να χειραγωγηθεί ένας παίκτης τις εκλογές με την ψήφο του όταν χρησιμοποιείται ο κανόνας Second Order Copeland είναι NP-Complete και άρα (μάλλον) δεν λύνεται σε πολυωνυμικό χρόνο.

Διασημάει ο λόγος για τον οποίο ο συγκεκριμένος κανόνας κάνει δύσκολο το πρόβλημα, είναι ότι ο manipulator δεν μπορεί ξέρει που να τοποθετήσει κάθε υποψήφιο σε μια manipulatable περίπτωση που γιατί μπορεί φέρνοντας έναν υποψήφιο ψηλότερα στις προτιμήσεις του να αλλάξει τα αποτελέσματα σκόρ των υπόλοιπων υποψηφίων. Έτσι, δεν του μένει κάτι καλύτερο από την (σχεδόν) εξαντλητική αναζήτηση, δηλαδή να δοκιμάσει (σχεδόν) όλες τις πιθανές προτιμήσεις (εκτός κι αν τελικά P=NP).

- Ευαίσθητες μέθοδοι, πιθανότητες και προεργαστικό αλγόριθμο**: Μπορεί το να βρει κανείς τρόπο να κάνει manipulate μια εκλογική διαδικασία όπου ο νικητής να υπολογίζεται με την Second Order Copeland's Method και όπου η διαδικασία να είναι παρόμοια με την διαδικασία εύρεσης κάποιου αποτελέσματος που δίνουν κάποιες απλοϊκές αναπλήσεις στην πράξη. Ίσως επίσης να υπάρχουν προεργαστικοί αλγόριθμοι ή πιθανοτικοί αλγόριθμοι (που χρησιμοποιούν (μεθοδολογία/αλγόριθμο) που να κατασκευάζουν μια manipulatable στρατηγική ή οποία να λειτουργεί ικανοποιητικά καλά (δηλαδή αν υπάρχει τρόπος να χειραγωγηθεί το παίγνιο να τον βρίσκει με πιθανότητα $\geq p$ για κάποιο p).
- Εξαντλητική αναζήτηση για μικρά instances του προβλήματος**: Η εύρεση στρατηγικής για το manipulation μιας εκλογικής διαδικασίας όπου ο νικητής να υπολογίζεται με την Second Order Copeland's Method, μπορεί να είναι εφικτή (υπολογιστικά σε αποδεκτό χρόνο) αν έχουμε λίγους υποψηφίους, μιας και η πολυπλοκότητα του προβλήματος είναι εκθετική **ως προς το πλήθος των υποψηφίων**. Και το γεγονός ότι σε πραγματικές εκλογές οι υποψήφιοι ή οι διαβάσεις επιλογής είναι σχετικά μικρό ποσόρ κάνει το συγκεκριμένο σενάριο αρκετά πιθανό στην πράξη.

Άγνωστες προτιμήσεις

Κάτι άλλο βετικό είναι ότι τα παραπάνω βασίζονται στο ότι ο παίκτης που προσπαθεί να "κατευθύνει" τις εκλογές ξέρει τις προτιμήσεις των υπολοίπων παικτών (ψηφοφόρων), κάτι που δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα. Σχετικά όμως, έχει μια εκτίμηση για τις προτιμήσεις των άλλων παικτών (που μπορεί να αντιστοικνείται λιγότερο ή περισσότερο στην πραγματικότητα) και πράττει με βάση αυτή.

Συνολικό manipulation

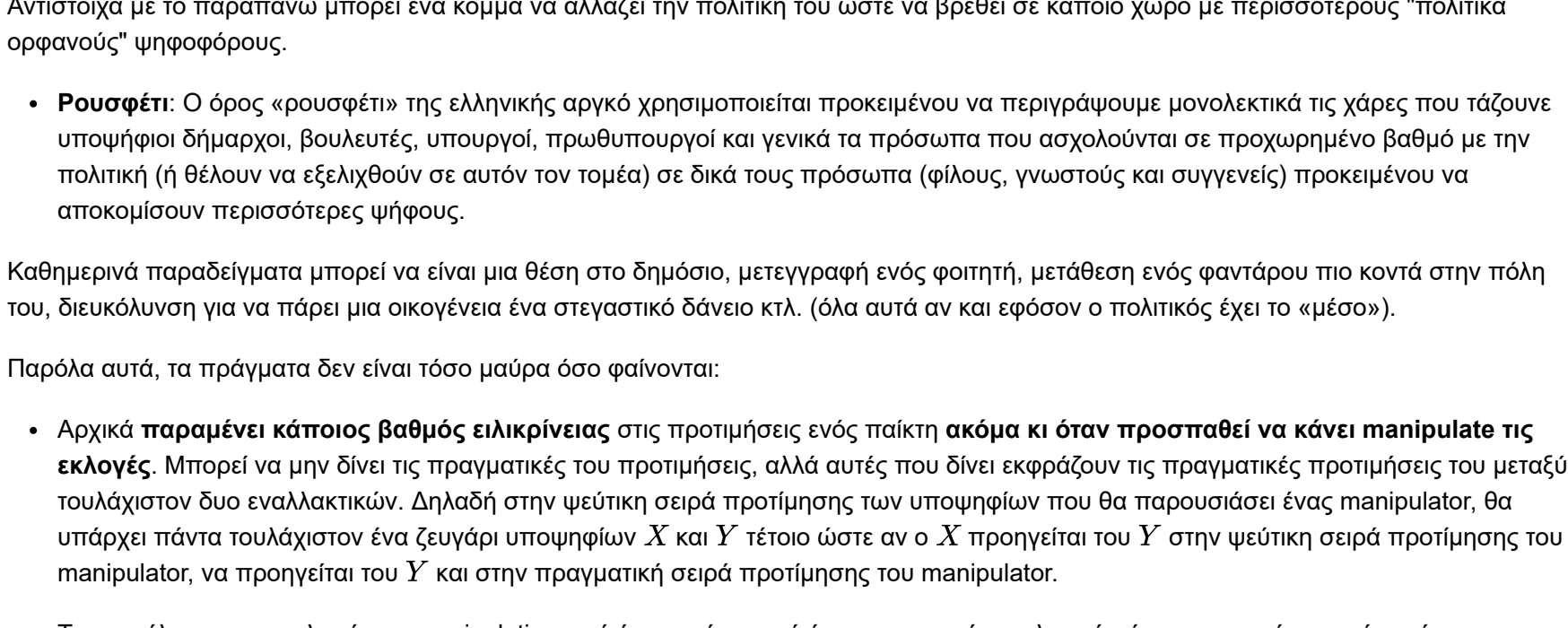
Ένας αρνητικός παράγοντας για την ακεραιότητα ενός εκλογικού συστήματος μπορεί να είναι το ότι ακόμα κι αν είναι σχετικά απίθανο να μπορεί να χειραγωγηθεί ένας ψηφοφόρος με γνώση της ψήφου των υπολοίπων ψηφοφόρων, είναι αρκετά πιο πιθανό να μπορεί να να χειραγωγηθεί μια ομάδα ψηφοφόρων οι οποίοι έχουν τις ίδιες προτιμήσεις και συνεργάζονται μεταξύ τους. Μια τέτοια ομάδα θα ήταν σαν ένας ψηφοφόρος με μεγαλύτερη βαρύτητα και ίσως ήταν ακόμα πιο ισχυρή το να κάνει manipulate τις εκλογές από έναν τέτοιο ψηφοφόρο, γιατί θα είχε πολύ μεγαλύτερο αριθμό πιθανών επιλογών από έναν τέτοιο ψηφοφόρο.

Επίλογος

Επιπλέον παράγοντες που επηρεάζουν την αξιοπιστία των εκλογών

Το manipulation των εκλογών που μελετήσαμε παραπάνω δεν είναι ο μοναδικός παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει το κατά πόσο οι εκλογές εκφράζουν πραγματικά την λαϊκή βούληση. Κάποιοι άλλοι παράγοντες που μπορούν να δράσουν συμπληρωματικά των παραπάνω συμπεριφέρον των παικτών είναι οι παρακάτω:

- Gerrymandering**: Αυτός ο όρος αναφέρεται στον χωρισμό των εκλογικών περιφερειών με τέτοιο τρόπο ώστε να δημιουργηθεί φωνογραφία ενός υποψηφίου έναντι των υπολοίπων το οποίο δεν ανταποκρίνεται στις πραγματικές προτιμήσεις του λαού. Η παρακάτω φωτογραφία από τη Wikipedia εξηγεί το συγκεκριμένο φαινόμενο:



Μια παραλλαγή αυτού του φαινομένου υπήρξε το 2016 στις ΗΠΑ, όπου παρόλο που δεν έγινε κάποιος καινούριος χωρισμός των πολιτειών, ο ήδη υπάρχων διωκτής του φαινομένου στην Ρεπουμπλικάνους με λιγότερες ψήφους από τους Δημοκρατές. Παλιότερα έχει υπάρξει μια άλλη παραλλαγή αυτού του φαινομένου για την Ελλάδα στις βουλευτικές εκλογές του 1956, όπου στις περιφέρειες που η ΕΡΕ ήταν αδύναμη εφαρμόστηκε απλή αναλογική ενώ στις περιφέρειες που είχε ισχυρή δύναμη εφαρμόστηκε η πλειοψηφική διάταξη (ο νικητής τα παίρνει όλα) με αποτέλεσμα να κερδ