

1 Definicje i podstawowe zależności dla wielkości kinetycznych opisujących ruch obrotowy (kąt, prędkość kątowna, przyspieszenie kątowne, jednostajny i niejednostajny ruch obrotowy) **Gotowe**

Kąt - przestrzeń zawarta między dwiema półprostymi wychodzącymi z tego samego punktu.

Prędkość kątowna - wielkość wektorowa opisująca ruch obrotowy. Jest ilorazem kąta α zakreślonego przez promień wodzący punktu poruszającego się po okręgu do czasu t , w którym ten kąt został zakreślony. $\omega = \frac{\alpha}{t}$. Jednostką prędkości kątownej jest $[\omega] = \frac{rad}{s}$.

Przyspieszenie kątowne - pochodna prędkości kątownej po czasie. $\vec{a}_r = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Ruch jednostajny obrotowy - ruch, w którym wektor prędkości kątownej $\vec{\omega}$ ma stałą wartość, kierunek i zwrot. Kierunek jest równoległy do bryły.

Ruch niejednostajny obrotowy - ruch po okręgu ze zmienną wartością prędkości kątownej.

2 Definicje i podstawowe zależności dla wielkości dynamicznych opisujących ruch obrotowy (moment bezwładności, momentu pędu, moment siły, druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego). **Gotowe**

Moment bezwładności - opisuje sposób rozkładu masy wokół osi obrotu. Jest funkcją kwadratu odległości elementów masy od osi obrotu. $I = mR^2$. $[I] = kg \cdot m^2$

Pęd - iloczyn masy m oraz prędkości v punktu. $\vec{p} = m\vec{v}$

Moment pędu - iloczyn wektorowy promienia wodzącego R elementu masy i wektora pędu tego elementu. $L = r \times p$

Dla ciała o momencie bezwładności I obracającego się wokół ustalonej osi z prędkością kątowną ω moment pędu można wyrazić wzorem: $L = I\omega$.

Moment siły - wielkość wektorowa równa iloczynowi wektorów ramienia siły i siły. $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin(\alpha)$, gdzie α - kąt między wektorem ramienia siły i wektorem siły. Jednostką jest niutonometr $[M] = 1Nm$

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego - jeżeli wypadkowy moment siły M działający na ciało jest różny od zera, to ciało porusza się z przyspieszeniem kątowym ϵ . Przyspieszenie kątowne bryły jest wprost proporcjonalne do wypadkowego momentu siły i odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności I : $\epsilon = \frac{M}{I}$.

3 Definicja momentu bezwładności. Wyprowadzenie momentu bezwładności dla jednorodnego pręta o długości l i masie m względem osi prostopadłej do pręta i przechodzącej przez jego środek masy.

Moment bezwładności punktu materialnego jest definiowany jako iloczyn masy i kwadratu odległości od osi obrotu.

Momenty bezwładności brył sztywnych, tak I_O jak i I_S , wyraża się jako całkę oznaczoną

$$I = \int_m r^2 dm$$

gdzie r jest odległością elementu masy dm od osi obrotu. Całkę można analitycznie obliczyć dla brył jednorodnych o prostych kształtach.

Wyprowadzić moment bezwładności

4 Twierdzenie Steinera dla momentu bezwładności i przykłady jego zastosowania.

Twierdzenie Steinera: Moment bezwładności bryły sztywnej względem dowolnej osi jest równy sumie momentu bezwładności względem osi równoległej do danej i przechodzącej przez środek masy bryły oraz iloczynu masy bryły i kwadratu odległości między tymi dwiema osiami, co wyraża się wzorem: $I = I_0 + md^2$, gdzie:

I_0 - moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy

I - moment bezwładności względem osi równoległej do pierwszej osi

d - odległość między osiami

m - masa bryły.

Dodać przykład

5 Ruch harmoniczny, równanie ruchu i parametry opisujące ruch (amplituda, okres, częstość, częstotliwość)

Amplituda - największe wychylenie z położenia równowagi w ruchu drgającym lub falowym.

Okres - czas wykonania jednego pełnego drgania w ruchu drgającym. Dla fali oznacza to odcinek czasu między dwoma punktami fali o tej samej fazie. $T = \frac{1}{f}$, gdzie f to częstotliwość.

Częstość - (w fizyce ruchu drgającego lub falowego) wielkość określająca, jak szybko powtarza się dane zjawisko okresowe. Powiązana jest z częstotliwością i okresem.

Częstotliwość - wielkość fizyczna określająca liczbę cykli zjawiska okresowego występujących w jednostce czasu.

$f = \frac{n}{t}$, gdzie:

f - częstotliwość

n - liczba drgań

t - czas, w którym te drgania występują.

Ruch harmoniczny - ruch drgający, w którym na ciało działa siła o wartości proporcjonalnej do wychylenia ciała z położenia równowagi, skierowana zawsze w stronę punktu równowagi. Ruch, który powtarza się w regularnych odstępach czasu np. drgania ciała zawieszonego na sprężynie, wahadło.

Dodać wzór na ruch harmoniczny

6 Wahadło matematyczne. Opis ruchu wahadła matematycznego dla małych drgań. Okres drgań tego wahadła. **Gotowe**

Wahadło matematyczne to punkt materialny poruszający się po okręgu w płaszczyźnie pionowej w jednorodnym polu grawitacyjnym. W przybliżeniu małych kątów ($\phi \leq 5^\circ$), tj. drgań o małej amplitudzie, częstość kołową ω oraz okres T drgań wahadła matematycznego możemy wyznaczyć korzystając z poniższych wzorów:

$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$ oraz $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$, gdzie:

m - masa ciężarka

g - przyspieszenie ziemskie

L - odległość dzieląca punkt zawieszenia wahadła od środka jego masy równa długości linki

I - moment bezwładności wahadła względem jego punktu zawieszenia.

Okres drgań wahadła matematycznego: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

7 Wahadło fizyczne. Przybliżony opis ruchu wahadła fizycznego za pomocą równania ruchu harmonicznego. Okres drgań wahadła fizycznego w przybliżeniu harmonicznym. **Gotowe**

Wahadłem fizycznym nazywamy bryłę sztywną mogącą obracać się wokół osi obrotu O nie przechodzącej przez środek masy S . Dla wahadła fizycznego moment siły powstaje pod wpływem siły ciężkości. Dla wychylenia θ jest równy $M = mga \sin(\theta)$, gdzie a oznacza odległość środka masy S od osi obrotu O .

Równanie ruchu wahadła można zapisać jako $I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mga \sin(\theta)$, gdzie I_0 jest momentem bezwładności względem osi obrotu przechodzącej przez punkt zawieszenia O . Jeżeli ograniczyć ruch do małych kątów wychylenia, to sinus kąta można zastąpić samym kątem w mierze łukowej, czyli $\sin(\theta) \approx \theta$. Wtedy:

$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta(t) = 0$, gdzie $\omega_0^2 = \frac{mga}{I_0}$.

Jest to równanie oscylatora harmonicznego, którego rozwiązanie :

$\theta = \theta_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$ przedstawia ruch harmoniczny. Amplituda θ_m i faza α zależą od warunków początkowych.

Okres drgań T wynosi : $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mga}}$