ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
FAKULTA RIADENIA A INFORMATIKY

# DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný odbor: **Informačné a riadiace systémy**

**Meno Priezvisko**

**NÁZOV DIPLOMOVEJ PRÁCE**
**aj na 2 riadky**

Vedúci: **doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.**

Reg.č. xxx/2008 Máj 2012

## Abstrakt

PRIEZVISKO MENO: *Názov diplomovej práce* [Diplomová práca]

Žilinská Univerzita v Žiline, Fakulta riadenia a informatiky, Katedra matematických metód.

Vedúci: doc. RNDr. Štefan Peško, CSc.

Stupeň odbornej kvalifikácie: Inžinier v odbore .... Žilina.

FRI ŽU v Žiline, 2012 — ?? s.

Obsahom práce je...

**Abstract**

PRIEZVISKO MENO: *Name of the Diploma thesis* [Diploma thesis]
University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Department of mathematical methods.
Tutor: Assoc. Prof. RNDr. Štefan Peško, CSc.
Qualification level: Engineer in field ..... Žilina:
FRI ŽU v Žiline, 2009 — ?? p.

The main idea of this ...

**Prehlásenie**

Prehlasujem, že som túto prácu napísal samostatne a že som uviedol všetky použité pramene a literatúru, z ktorých som čerpal.

V Žiline, dňa 15.5.2012 Meno Priezvisko

# Obsah

# Úvod

Hviezdičková konvencia funguje ako normálna kapitola, ale nie je číslovaná a nezobrazuje sa v obsahu. To znamená, že sa číslovanie nasledujúcich kapitol posunie — to isté sa stane aj s obsahom — ale súbor treba preložiť minimálne dva razy. Aby sa kapitola (sekcia, ...) zobrazila do obsahu je potrebné zadať príkaz:

`\addcontentsline{toc}{chapter}{Úvod}`

resp.

`\addcontentsline{toc}{section}{Sekcia}`

Súbor treba prekladať pomocou `pdflatex praca` $\boxed{\text{pdflatex praca}}$.

E-mail adresa a WWW stránka (interaktívne) sa píšu:

`\href{mailto:beerb@frcatel.fri.uniza.sk}{beerb@frcatel.fri.uniza.sk}`

`\url{http://frcatel.fri.uniza.sk/~beerb}`

a výsledok je:

beerb@frcatel.fri.uniza.sk

`http://frcatel.fri.uniza.sk/~beerb`

Tu by bolo dobré zoznámiť a zaradiť problematiku práce. Je dobré mať na pamäti, na základe akých kriterii bude oponent hodnotit túto prácu. Náročnosť zadania sa hodnotí slovne ako malá, stredná, veľká na základe nasledujúcich kritérii:

- ♡ teoretické znalosti,
- ∗ invenčnosť, tvorivosť,
- experimenálna činnosť
- technické práce vrátane programovania,

- návrh algoritmu, datových štruktúr,
- informačno rešeržný prieskum a syntéza.

Dôležitejšie pre záverečné hodnotenie je však je bodové hodnotenie na základe nasledujúcich kritérii:

1. Hĺbka analýzy vo vzťahu k téme [10b]

1b) Adekvátnosť použitých metód [15b]

2. Splnenie cieľov zadania [20b]
3. Kvalita riešenia [15b]
4. Logická stavba, nadvúznosť, úplnosť, zrozumiteľnosť [10b]
5. Formálna gramatická úroveň práce, dokumentácie a prezentácie 10b

Ak by oponent robil toto hodnotenie v Exelovskej tabuľke a v bunke $D21$ by mal súčet bodov, potom výsledná známka bude

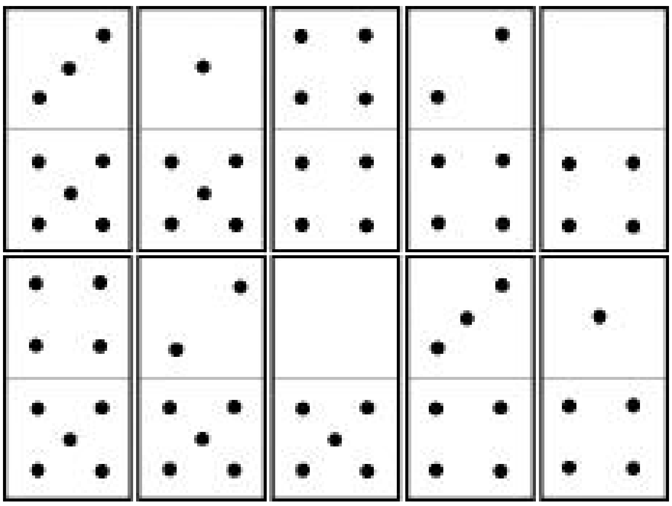
```
=if(D21>=90;"A";if(D21>=80;"B";if(D21>=70;"C";if(D21>=60;"D";if(D21>=50;"E";"Fx"))))).
```

# Kapitola 1

# Súčasný stav problematiky

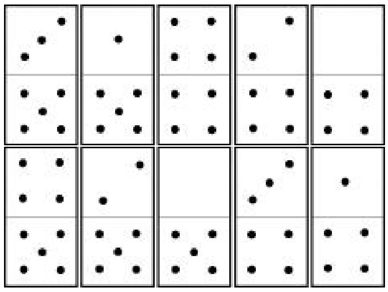
Tu je potrebné popísať doteraz získané poznatky z problematiky. Nezabudnúť dôsledne citovať autorov článkov, kníh aj internetových publikácií napr. monografia [2]. V prameňoch – spravidla posledná kapitola – treba uviesť všetku použitú literatúru. Nemala by obsahovať tie zdroje, ktoré nie sú v práci citované. A tiež nie je vhodné citovať nedôveryhodné zdroje ako sú Wikipédia ap.

Na obrázku 1.1 máme príklad zo zábavnej matematiky uvedený v práci Peško [3].

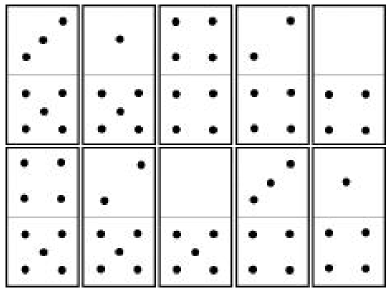


Obr. 1.1: Ako popreklápať kocky domina tak, aby rozdiel medzi súčtami horných a dolných políčok bol čo najmenší?

Alebo dva obrázky vedľa seba:



Obr. 1.2: Názov ľavého obrázku



Obr. 1.3: Názov pravého obrázku

Matematicky možeme vzťahy označiť:

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \tag{1.1}$$

a potom sa naň neskôr v texte (1.1) odvolávať. Ak sa pri reporte objavia symboly (??) treba zopakovať `pdflatex praca`.

Môžeme použiť aj iné matematické prostredia:

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 1}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 2}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \leq \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 3}$$

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 4}$$

resp.

$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 1}$$
$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 2}$$
$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 3}$$
$$c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 4} \quad (1.2)$$

resp.

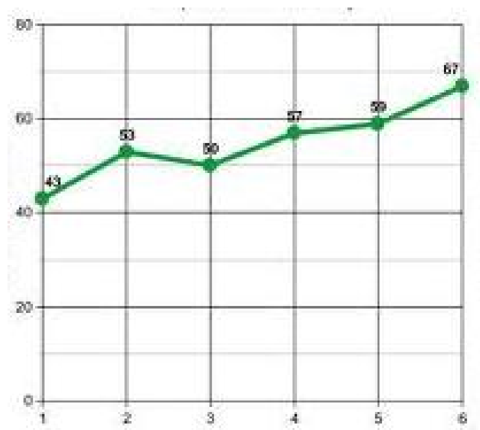
$$\begin{aligned} c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 1} \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 2} \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 3} \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} \le &\ xxx \quad \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 4} \end{aligned}$$

resp.

$$\begin{aligned} c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 1} && (1.3) \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 2} && (1.4) \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\le \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 3} \\ c_{i,j}^2 + c_{k,l} &\ xxx\ \frac{c_{i,l}}{c_{k,j}} \cdots \text{riadok číslo 4} && (1.5) \end{aligned}$$

Niekedy sa hodí pracovať s maticami alebo determinantami:

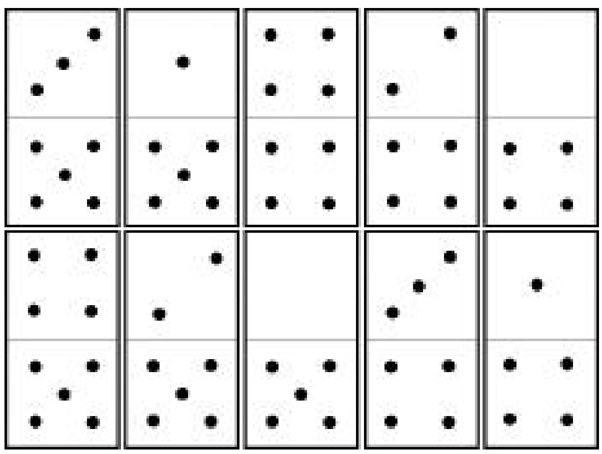
$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \times \left[ \begin{matrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{matrix} \right\} + \begin{vmatrix} -5 & 8 & 3 \\ 0 & -0 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{vmatrix} + \begin{Vmatrix} -5 & 8,1 & 3,4 \\ x & -0,2 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{Vmatrix}$$




Obr. 1.4: Obrázok

Tu je potrebné popísať doteraz získané poznatky z problematiky. Nezabudnúť dôsledne citovať autorov článkov, kníh aj internetových publikácií napr. monografia [3, 2].

Na obrázku 1.5 máme príklad zo zábavnej matematiky uvedený v práci Peško [3]. Porovnajte definíciu, zobrazenie a tiež umiestnenie obrázku 1.5 s obrázkom 1.1.



Obr. 1.5: Ako popreklápať kocky domina tak, aby rozdiel medzi súčtami horných a dolných políčok bol čo najmenší?

# Kapitola 2

# Matematický model

Tu je vhodné uviesť ďalej používané základné pojmy a tvrdenia. Čitetel ocení ak sú tieto demonštrované na výstižných ilustračných príkladoch. Opäť nezabudnúť dôsledne citovať autorov. U vlastných výsledov sa zse nehambiť na túto skutočnosť upozorniť – napríklad názvom podkapitoly.

## 2.1 Problém pažravej trojhodnotovej stonožky

Nech $m,n,a,b$ prirodzené čísla $n,m \geq 2$ a $0 < a < b$. Sú dané $n$-tice prirodzených čísel a $= (a_1,\ldots,a_j,\ldots,a_n)$ a b $= (b_1,\ldots,b_j,\ldots,b_n)$ také, že $a_j + b_j \leq m$. Hľadá sa taká matica A $= (a_{ij})_{m\times n}$, ktorá v každom stĺpci $j$ obsahuje aspoň $a_j$ prvkov rovných $a$ a aspoň $b_j$ prvkov rovných $b$, pričom rozdiel medzi najväčším a najmenším riadkovým súčtom prvkov matice A je čo najmenší.

Označme $M = \{1,2,\ldots,m\}$ a $N = \{1,2,\ldots,n\}$. Uvažujme premenné matice X $= (x_{ij})_{m\times n}$, Y $= (y_{ij})_{m\times n}$ s prvkami

$$x_{ij} = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{ak } a_{ij} = a \\ 0, & \text{inak} \end{array} \right. \qquad y_{ij} = \left\{\left\{\left\{\left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{ak } a_{ij} = b \\ 0, & \text{inak.} \end{array} \right.\right.\right.\right. \qquad y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ak } a_{ij} = b \\ 0, & \text{inak.} \end{cases}$$

Zátvorka `\left\{` musí mať pravý pár, napr. `\right\}` alebo, ak nechceme mať na druhej strane nič, použijeme príkaz s bodkou `\right.`

Nech $m,n,a,b$ prirodzené čísla $n,m \geq 2$ a $0 < a < b$. Sú dané $n$-tice prirodzených čísel a $= (a_1,\dots,a_j,\dots,a_n)$ a b $= (b_1,\dots,b_j,\dots,b_n)$ také, že $a_j + b_j \leq m$. Hľadá sa taká matica A $= (a_{ij})_{m\times n}$, ktorá v každom stĺpci $j$ obsahuje aspoň $a_j$ prvkov rovných $a$ a aspoň $b_j$ prvkov rovných $b$, pričom rozdiel medzi najväčším a najmenším riadkovým súčtom prvkov matice A je čo najmenší.

Problém možno riešiť ako nasledujúcu úlohu matematického programovania:

$$z_2 - z_1 \to \min \tag{2.1}$$

$$\sum_{i\in M} x_{ij} \geq a_j, \qquad j \in N, \tag{2.2}$$

$$\sum_{i\in M} y_{ij} \geq b_j, \qquad j \in N, \tag{2.3}$$

$$x_{ij} + y_{ij} \leq 1, \qquad i \in M, j \in N, \tag{2.4}$$

$$\sum_{i\in M} x_{ij} + y_{ij} \leq m, \qquad j \in N, \tag{2.5}$$

$$z_1 \leq \sum_{j\in N} a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij} \leq z_2, \qquad i \in M, \tag{2.6}$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i \in M, j \in N, \tag{2.7}$$

$$z_1, z_2 \geq 0. \tag{2.8}$$

alebo ináč usporiadané a niektoré sumy ináč zobrazené:

$$z_2 - z_1 \to \min \tag{2.9}$$

$$\sum_{i\in M} x_{ij} \geq a_j, \qquad j \in N, \tag{2.10}$$

$$\textstyle\sum_{i\in M} x_{ij} \geq a_j, \qquad j \in N,$$

$$\sum\limits_{i\in M} x_{ij} \geq a_j, \qquad j \in N,$$

$$\sum_{i\in M} y_{ij} \geq b_j, \qquad j \in N, \tag{2.11}$$

$$x_{ij} + y_{ij} \leq 1, \qquad i \in M, j \in N, \tag{2.12}$$

$$\sum_{i\in M} x_{ij} + y_{ij} \leq m, \qquad j \in N, \tag{2.13}$$

$$z_1 \leq \sum_{j \in N} a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij} \leq z_2, \qquad i \in M, \tag{2.14}$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0,1\}, \qquad i \in M, j \in N, \tag{2.15}$$

$$z_1, z_2 \geq 0. \tag{2.16}$$

Jednotkové hodnoty premenných $x_{ij}$ resp. $y_{ij}$ zodpovedajú umiestneniu hodnoty $a$ resp. $b$ v $i$-tom riadku a v $j$-tom stĺpci hľadanej matice. Optimálnym riešením je potom matica $\mathrm{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ s prvkami

$$a_{ij} = a \cdot x_{ij} + b \cdot y_{ij}.$$

V cieľovej funkcii (2.9) je hodnota premennej $z_2$ rovná najväčšiemu riadkovému súčtu prvkov matice a hodnota premennej $z_1$ zas najmenšiemu riadkovému súčtu. Podmienky (2.2) a (2.3) zabezpečujú, že bude vybraných najmenej $a_j$ hodnôt $a$ a najmenej $b_j$ hodnôt $b$ v každom stĺpci $j$. Podmienka (2.4) zabráni umiestneniu oboch nenulových hodnôt $a, b$ do jediného prvku $a_{ij}$ matice. Podmienka (2.5) obmedzuje zhora celkový počet nenulových prvkov v každom stĺpci počtom $m$ – riadkov matice. Podmienkou (2.6) sú definované horná $z_2$ a dolná $z_1$ hranica riadkových súčtov. Obmedzenia premených (2.7) a (2.8) sú obligatorné.

# Kapitola 3

# Metódy riešenia

Tu treba výstižne popísať zvolené metódy riešenia. Aj je to možné porovnať ich teoreticky.

Tu sú uvedené dva príklady listingov:

```
procedure FLOYD(A)
  D = A
  for k ∈ N do
    for i ∈ N do
      for j ∈ N do
        if d_ij > d_ik + d_kj then
          d_ij = d_ik + d_kj
return D
```

---

```
using System;
public class Foo
{
 public static void Main()
 {
     Console.WriteLine("I␣Love␣LaTeX"); // This is a comment.
 }
 /* This is a comment too. */
}
```

# Kapitola 4

# Počítačové experimenty

Tu treba popísať a vyhodnotiť výsledky počítačových experimentov.

# Kapitola 5

# Záver

Tu treba zhodnotiť dosiahnuté výsledy a načrtnúť dalšie možné cesty riešenia.

# Literatúra


[1] Bartsch H. J., *Matematické vzorce*, 3. revidované vydání, Praha, Mladá fronta 2000, ISBN 80-204-0607-7.

[2] Berman G. N., *Zbierka úloh z matematickej analýzy*, Bratislava, ŠNTL 1955.

[3] Peško, Š., *Operační systémi*, Knižnice výpočetní techniky, Nakladatelství technické literatury (1992), SNTL, ISBN 80-03-00269-9.

[4] World of mathematics, A Wolfram Web Resource, `http://mathworld.wolfram.com/`, WolframAlpha – computational knowledge engine, `http://www.wolframalpha.com/`.