



PREMIERE EPREUVE D'ALGEBRE (Durée : 3 Heures)

QUESTION 1 (11 points)

Voici cinq parties du corps \mathbb{C} des nombres complexes : $A_1 = \{0, 1, 2, -1, i, -i\}$, $A_2 = \{-i, 1, 0\}$, $A_3 = \{1, i, -i\}$, $A_4 = \{1, 2, -i\}$ et $A_5 = \{-1, i, 1 + i\}$.

1) Calculer :

a) $\bigcap_{i=1}^3 A_i$

(2pts)

b) $C_{A_1} A_5$

(2pts)

2) Quel lien d'inclusion existe-t-il entre $C_{A_1} A_5$ et $A_2 \cap A_3 \cap A_4$?

(2pts)

3) Définir en extension $(A_2 \cap A_1) \times (A_1 \setminus A_5)$

(2pts)

4) Effectuer l'opération suivante :

(3pts)

$$\left(\frac{4}{1-i} + \frac{2-i}{1+i} \right) \times (-1 + 2i)^2 =$$

QUESTION 2 (3 points+4points)

1) En quoi une fonction diffère-t-elle d'une application ? Justifier la réponse.

2) Trouver les nombres réels x et y pour lesquels l'identité suivante est vérifiée, où i représente l'unité imaginaire :

$$3x - 5i + 5y = ix + 7 - 2iy$$

QUESTION 4 (7 points)

1) Qu'appelle-t-on :

a) Un groupe abélien ? Donner un exemple.

(1.5pt)

b) Un anneau unitaire ? Donner un exemple.

(1.5pt)

c) Un corps ? Donner un exemple.

(1.5pt)

2) Les vecteurs $\vec{u} = (-2, 1, 2)$ et $\vec{v} = (-4, 2, 4)$ de \mathbb{R}^3 sont-ils linéairement indépendants ? Pourquoi ?

(1.5pt)

bonne chance * bonne chance * bonne chance * bonne chance * bonne chance * bonne chance *