EXAMEN D'ANALYSE MATHEMATIQUE
Session de septembre 2019
Promotion : 1er Graduat Sciences Informatiques

1) La première année de sa création une société de fabrication automobile produit $P_1 = 450$ unités. La deuxième année $P_2 = 720$ unités. Notons P_n la production de l'année n.
   On suppose que la production annuelle évolue selon le modèle suivant :
   $$P_{n+2} = 3(\Delta P_{n+1}) + \frac{3}{4}P_n, \text{ où } \Delta P_{n+1} = P_{n+1} - P_n$$
   a) Calculer P_3, P_4 et P_5.
   b) Déterminer la production annuelle P_n en fonction de n.
   c) En déduire le taux d'accroissement $\Delta P_{n+1} / \Delta P_n$. (5pts)
2) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :
   a) $f : [1, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto f(x) = \frac{1}{\ln x - 1}$
   b) $g : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto g(x) = \sqrt{1 - x}$ (4pts)
3) On donne la fonction $f : x \longmapsto |x^2 - 3|$. Calculer, si possible, f'(3) et f'(-3) en utilisant la définition de la dérivée d'une fonction en un point. (6pts)
4) Soit $n \in \mathbb{N}$, on pose :
   $$I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx.$$
   a) Calculer I_0 et I_1. (3pts)
   b) Montrer que
   $$I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \left(\frac{n+1}{n}\right) I_n \qquad \text{(2pts)}$$
   (en utilisant l'intégration par parties).

Bon travail!