

Príklady Doučovanie - Študent X

Michal Spano

Goniometria

Goniometria, goniometrické funkcie

- (i) Vyjadri funkčnú hodnotu* pre:

Časť 1:

1. $\sin(765^\circ)$
2. $\cos(-300^\circ)$
3. $\operatorname{tg}(225^\circ)$
4. $\sin(-405^\circ)$
5. $\operatorname{tg}(270^\circ)$

Časť 2

6. $\sin(240^\circ) + \cos(-120^\circ)$
7. $\operatorname{tg}(135^\circ) - \operatorname{cotg}(45^\circ)$
8. $\sin(330^\circ) \cos(-240^\circ)$
9. $\operatorname{tg}(-60^\circ) \frac{\sin(240^\circ)}{\cos(300^\circ)}$
10. $\sin(930^\circ)$

Tip: pomôž si jednotkovou kružnicou a trikom, ktorý som ti ukázal počas 2. hodiny. Taktiež využi vlastnosť, že goniometrické funkcie sú periodické. V tomto cvičení si môžeš taktiež pomocť prevodmi uhlov do prvého kvadrantu.

- (ii) Zapíš dané uhly v stupňoch, resp. radiánoch:

1. 290°
2. $\frac{5}{3}\pi$
3. -25°
4. $345,5^\circ$
5. $-\frac{7}{10}\pi$

*Pod pojmom "funkčná hodnota" rozumieme hodnotu, ktorá zodpovedá danej goniometrickej funkcií v istom uhle (v tomto prípade, v stupňoch).

Grafy goniometrických funkcií

Znázorni graf nasledujúcich funkcií (aspoň na jeden periode) na \mathbb{R} :

1. $f : \operatorname{tg}(2x) + 1$
2. $g : \operatorname{cotg}(x - \frac{\pi}{2})$
3. $h : \cos(x + \frac{\pi}{4})$
4. $i : 2 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3})$

5. $j : | - \sin(x)|$

Bonus: $k : x^2 \operatorname{cotg}(x) \operatorname{tg}(x)$, vyjadri taktiež D_k (teda definičný obor k).

Vzťahy medzi goniometrickými funkciami (nové)

- (i) Zjednoduš nasledujúce výrazy:

1. $\frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x}$
2. $\frac{1 - \cos^2 x}{\sin x \cos x}$
3. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$
4. $\sin x + \cos x \operatorname{cotg} x$
5. $\cos x + \operatorname{tg} x \sin x$
6. $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$
7. $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

Bonus: $\frac{\sec x - \cos x}{\sec x}$, kde $\sec x$ je goniometrická funkcia sekans, ktorá sa dnes v našich osnovách objavuje už veľmi zriedkavo. Avšak poznáme vzťah $\sec x = \frac{1}{\cos x}$.

- (ii) Vyjadri funkčnú hodnotu pre:

1. $\sin(75^\circ)$
2. $\cos(15^\circ)$

Tip: pripomeň si súčtové vzťahy.

Goniometrické rovnice (nové)

Rieš nasledujúce rovnice v \mathbb{R} :

1. $\sin x = 0,5$
2. $-2 \cos x = \sqrt{2}$
3. $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$
4. $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$
5. $1 = \cos(x + \frac{\pi}{4})$
6. $\cos \frac{x}{3} = -1$
7. $\sin^2 x = -\sin x + 2$
8. $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$
9. $\sin x = \sin 2x$
10. $2 \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$

11. $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$
 12. $3 \operatorname{tg} x - 1 = 2 \operatorname{tg} x$
 13. $\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -1$
 14. $\sin^4 x = 2 - \sin^2 x$
 15. $\sin(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Bonus: $\sin^4 x = 1 - \cos^4 x$

Riešenia

Goniometria, goniometrické funkcie

- (i) Čast 1: $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, 1, -\frac{\sqrt{2}}{2}$, neexistuje.
- (ii) Čast 2: $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}, -2, \frac{1}{4}, 3, -\frac{1}{2}$
- (iii) $\frac{29}{18}\pi, 300^\circ, -\frac{5}{36}\pi, \frac{691}{360}\pi, 126^\circ$

Vzťahy medzi goniometrickými funkciami

- (i) $\cotg x, \operatorname{tg} x, \operatorname{tg} x$ (+podmienky), $\frac{1}{\sin x}, \frac{1}{\cos x}, \frac{1}{\sin x}, \frac{1}{\cos x}$

Bonus: $\sin^2 x$

- (ii) $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}, \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$ (pre oboje prílady)

Grafy goniometrických funkcií

Všetky grafy nájdeš [tu](#).

Goniometrické rovnice

1. $\left\{ \frac{1}{6}\pi + 2k\pi; \frac{5}{6}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
2. $\left\{ \frac{3}{4}\pi + 2k\pi; \frac{5}{4}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
3. $\left\{ k\pi - \frac{1}{3}\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
4. $\left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
5. $\left\{ 2k\pi - \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z} \right\}$
6. $\left\{ 3\pi + 6k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
7. $\left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
8. $\left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
9. $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
10. $\left\{ \frac{5}{24}\pi + k\pi; \frac{25}{24}\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
11. $\left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5}{6}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
12. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
13. $\left\{ 2k\pi - \frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$
14. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
15. $\left\{ \frac{\pi}{36} + \frac{2}{3}\pi; \frac{5}{36}\pi + \frac{2}{3}\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Bonus: $\left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$