



Projekt

**Analiza regulatorów strojonych metodą automatycznego
strojenia przekąźnikowego dla zestawu problemów 1.**

Michał Strada
AIR, KSS, Robotyka

Kraków, 2016

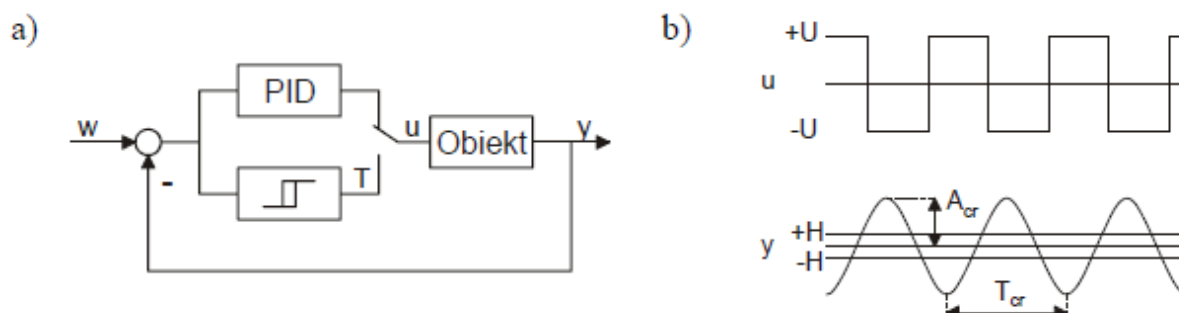
1. Wprowadzenie teoretyczne

Automatyczne strojenie (self-tuning) jest zazwyczaj przeprowadzane metodami odpowiedzi skokowej lub cyklu przekaźnikowego. Pierwszą z tych metod stosuje się wtedy, gdy w procesie występuje powtarzalny stan ustalony. Samostrojenie przekaźnikowe zaproponowane przez Astroma i Hagglunda jest metodą automatyzującą znany eksperyment Zieglera-Nicholsa, który pozwala określić nastawy regulatora PID.

Metoda Astroma-Hagglunda nie daje bezpośredniej informacji o tym, jak będzie wyglądać odpowiedź pętli, oprócz tego, że gwarantuje jej stabilność.

Klasyczny eksperyment Zieglera-Nicholsa nie jest wygodny ponieważ wzmocnienie musi być ustawiane ręcznie. Astroma i Hagglund zaproponowali automatyzację tego eksperymentu poprzez sterowanie przekaźnikowe w układzie z rys. 1a. Po przełączeniu na tryb T (tune) obiekt jest sterowany przez przekaźnik z histerezą.

Amplituda zmian wynosi - U , histereza - H (rys. 1b). W układzie powstają drgania ustalone, z których należy odczytać amplitudę A_{cr} oraz okres T_{cr} a następnie korzystając z funkcji opisującej przekaźnik lub reguł Zieglera-Nicholsa obliczyć nastawy.



Rys. 1. Strojenie przekaźnikowe: (a) układ; (b) typowe przebiegi.

Regulator	k_p	T_i	T_d
P	$0,5 k_{cr}$		
PI	$0,45 k_{cr}$	$0,85 T_{cr}$	
PID	$0,6 k_{cr}$	$0,5 T_{cr}$	$0,125 T_{cr}$

Tab. 1. Reguły Zieglera-Nicholsa nastawiania regulatorów PID metodą cyklu granicznego.

Strojenie przekaźnikowe jest szeroko stosowane ze względu na prostotę realizacji. Przebiega ono w układzie zamkniętym eliminując zakłócenia typu dryfu. Wydobywa informację tylko o dynamice obiektu, więc wyniki tej metody są na ogół gorsze niż dla odpowiedzi skokowej.

Niech R i I określają wartości bezwzględne części rzeczywistej i części urojonej transmitancji obiektu dla częstotliwości $\omega_{cr} = \frac{2\pi}{T_{cr}}$, tzn:

$$G_o(j\omega_{cr}) = -R - jI \quad (1)$$

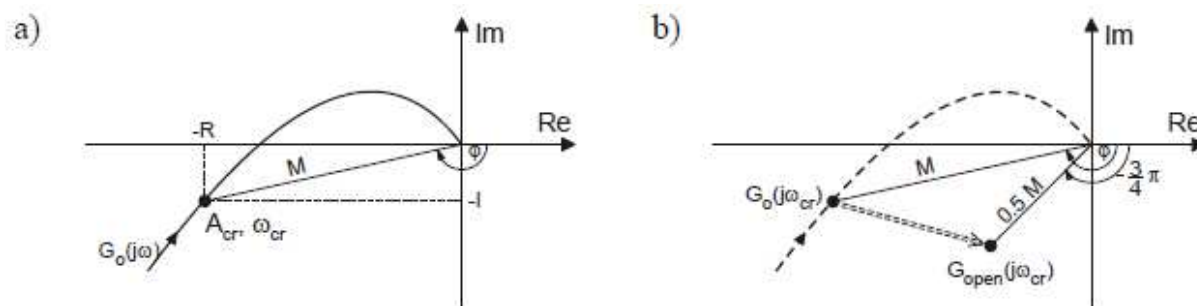
Korzystając z warunku Niquista określającego cykl graniczny przy sterowaniu przekątnikowym:

$$R = \frac{\pi}{4U} \sqrt{A_{cr}^2 - H^2}, \quad I = \frac{\pi H}{4U} \quad (2)$$

otrzymuje się jeden punkt charakterystyki amplitudowo fazowej obiektu. Przyjmując że:

$$M = \sqrt{R^2 + I^2}, \quad \phi = \pi - \arctg\left(\frac{I}{R}\right) \quad (3)$$

można ten punkt zaznaczyć na wykresach charakterystyki amplitudowo-fazowej.



Rys. 2. Charakterystyka amplitudowo-fazowa: (a) obiekt; (b) układ otwarty dla warunku Astroma-Hagglunda.

2. Projektowanie regulatora

Hagglund i Astrom w swojej pracy do wyznaczenia nastaw regulatora zaproponowali warunek:

$$G_0(j\omega_{cr})G_{PID}(j\omega_{cr}) = 0.5e^{-j\frac{3}{4}\pi} \quad (4)$$

Warunek ten stanowi kombinację dwukrotnego zapasu modułu i zapasu fazy równego 45° . Czułość tak dobranego regulatora będzie mniejsza niż w przypadku nastaw dobranych według reguły Zieglera-Nicholsa.

2.1 Regulator PI

Analiza warunku (4) pokazuje, że wiążą się z nim istotne ograniczenia. Dodatkowo wzmacnienie k_p oraz czas całkowania T_i regulatora PI o transmitancji $k_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$ otrzymuje się tylko dla amplitud A_{cr} spełniających nierówność:

$$A_{cr} < 1.2H \quad (5)$$

podchodząc do problemu praktycznie, nierówność ta jest bardzo trudna do spełnienia. Wymaga ona precyzyjnego doboru amplitudy sterowania U , czyli kilku prób dopasowywujących.

Wynikiem strojenia przekąźnikowego na podstawie warunku (4), nie może być regulator PI.

2.2 Regulator PID

Warunek (4) pozwala określić tylko dwa związki między trzema nastawami k_p , T_i , T_d regulatora PID . W celu jednoznacznego wyznaczenia nastaw regulatora, przyjęto, że $T_d = \frac{T_i}{4}$.

W wyniku podstawień oraz obliczeń uzyskujemy następujące wzory na nastawy regulatora PID .

$$T_i = \frac{2}{\omega_{cr}} \operatorname{tg}\left(\frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{8}\right), \quad k_p = \frac{2}{M} \frac{\omega_{cr} T_i}{(\omega_{cr} T_i)^2 + 4}, \quad T_d = \frac{T_i}{4} \quad (6)$$

3. Rozwiązanie

Celem projektu jest nastrojenie regulatorów dla następujących obiektów metodą automatycznego strojenie przekąźnikowego:

$$P_1(s) = \frac{e^{-s}}{1 + sT} \quad (3.1)$$

gdzie:

$$T = 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.2, 1.5, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000$$

$$P_2(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + sT)^2} \quad (3.2)$$

gdzie:

$$T = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.2, 1.5, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 50, 100, 200, 500$$

$$P_3(s) = \frac{e^{-s}}{(1 + s)(1 + sT)^2} \quad (3.3)$$

gdzie:

$$T = 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 2, 5, 10$$

$$P_4(s) = \frac{1}{(1 + sT)^n} \quad (3.4)$$

gdzie:

$$n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

$$P_5(s) = \frac{1}{(1 + s)(1 + \alpha s)(1 + \alpha^2 s)(1 + \alpha^3 s)} \quad (3.5)$$

gdzie:

$$\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$$

$$P_6(s) = \frac{e^{-sL}}{s(1 + sT)} \quad (3.6)$$

gdzie:

$$T = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1 \quad T + L = 1$$

$$P_7(s) = \frac{Te^{-sL}}{(1+sT)(1+sT1)} \quad (3.7)$$

gdzie:

$$T = 1, 2, 5, 10$$

$$L = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1 \quad T1 + L = 1$$

$$P_8(s) = \frac{1 - \alpha s}{(1 + s)^3} \quad (3.8)$$

gdzie:

$$\alpha = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.1$$

$$P_9(s) = \frac{1}{(1 + s)((sT)^2 + 1.4sT + 1)} \quad (3.9)$$

gdzie:

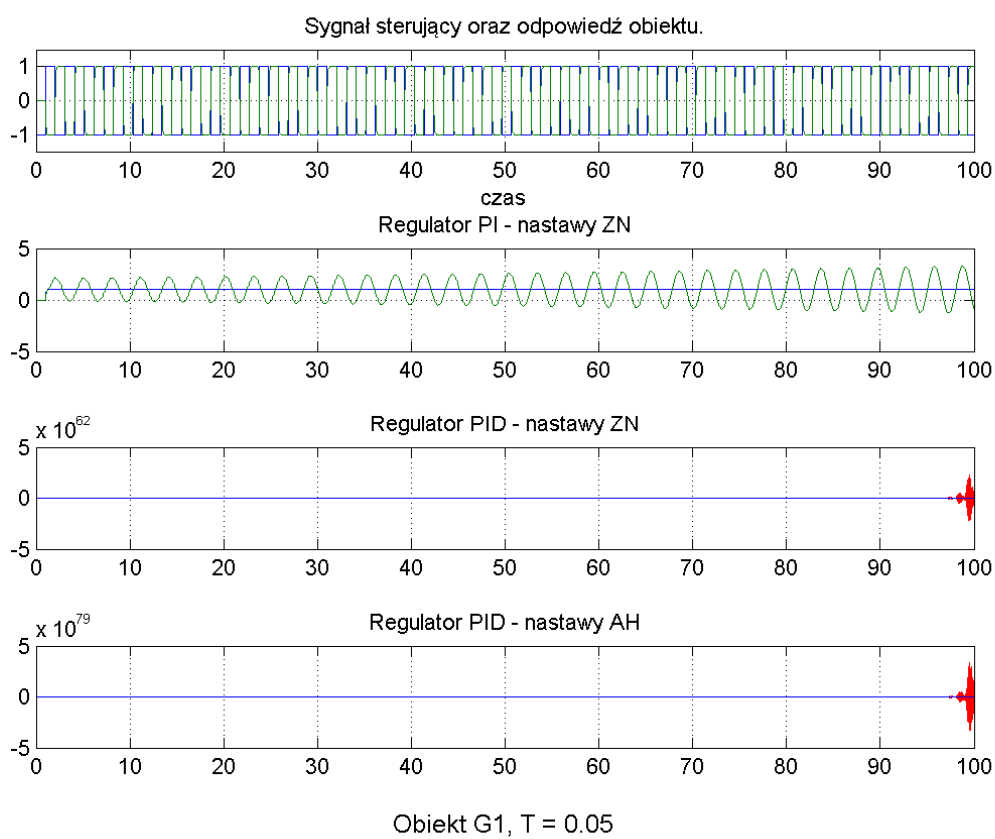
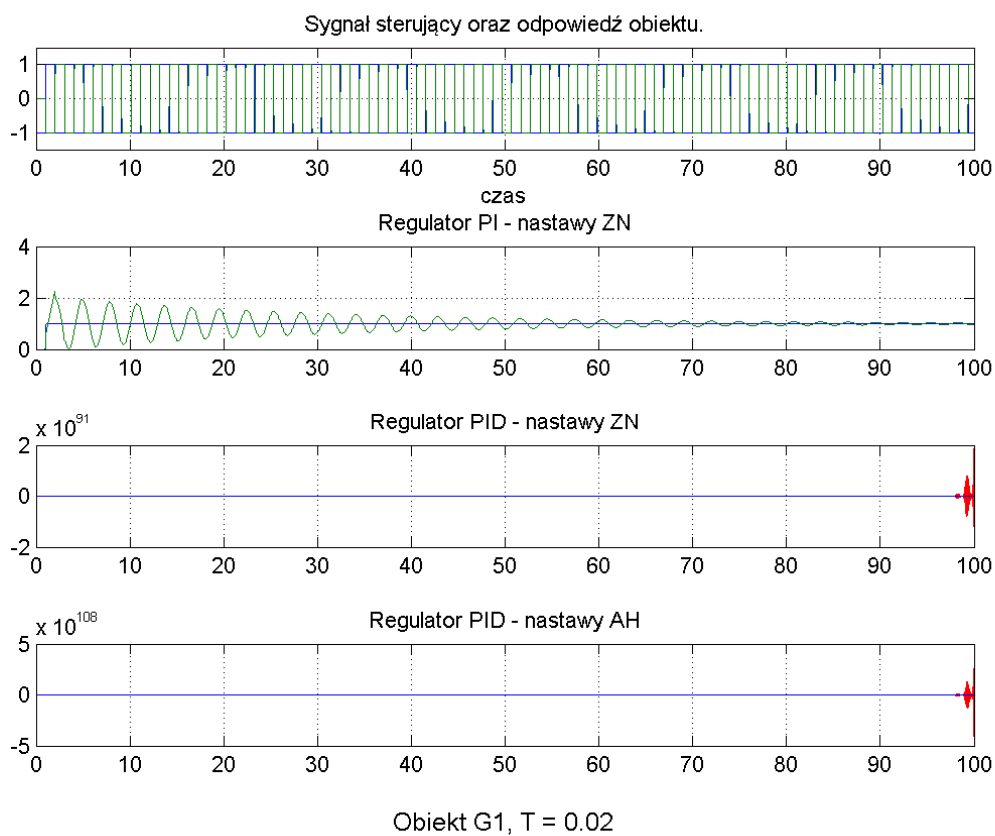
$$T = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$$

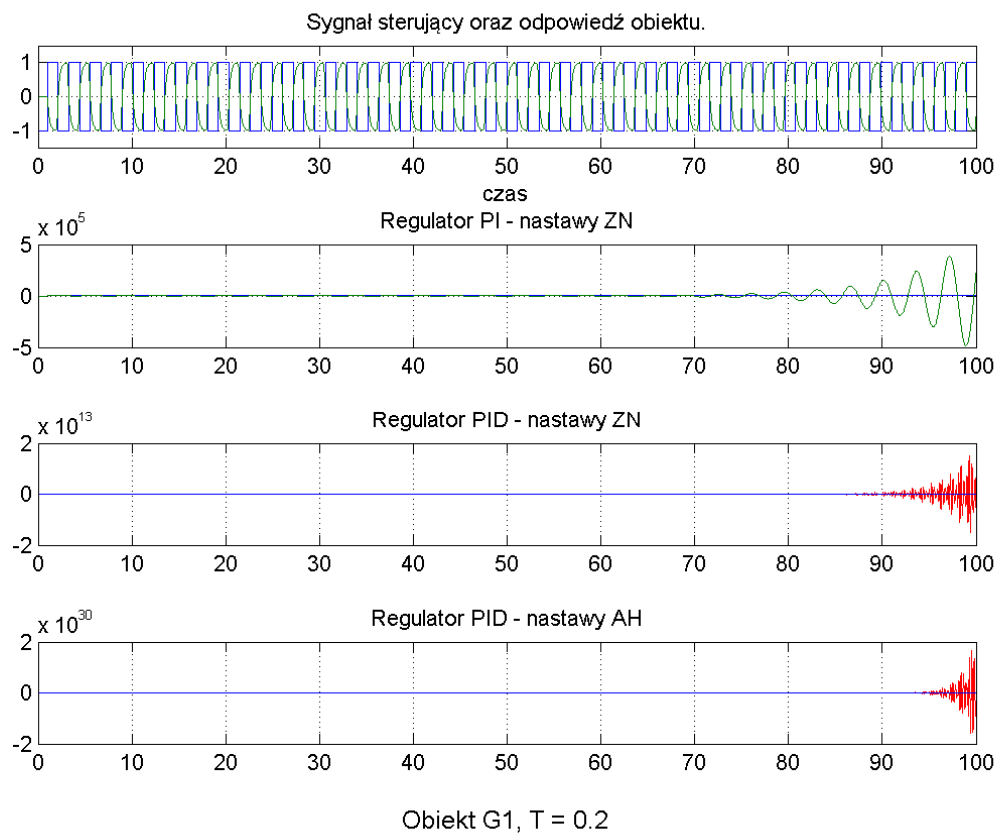
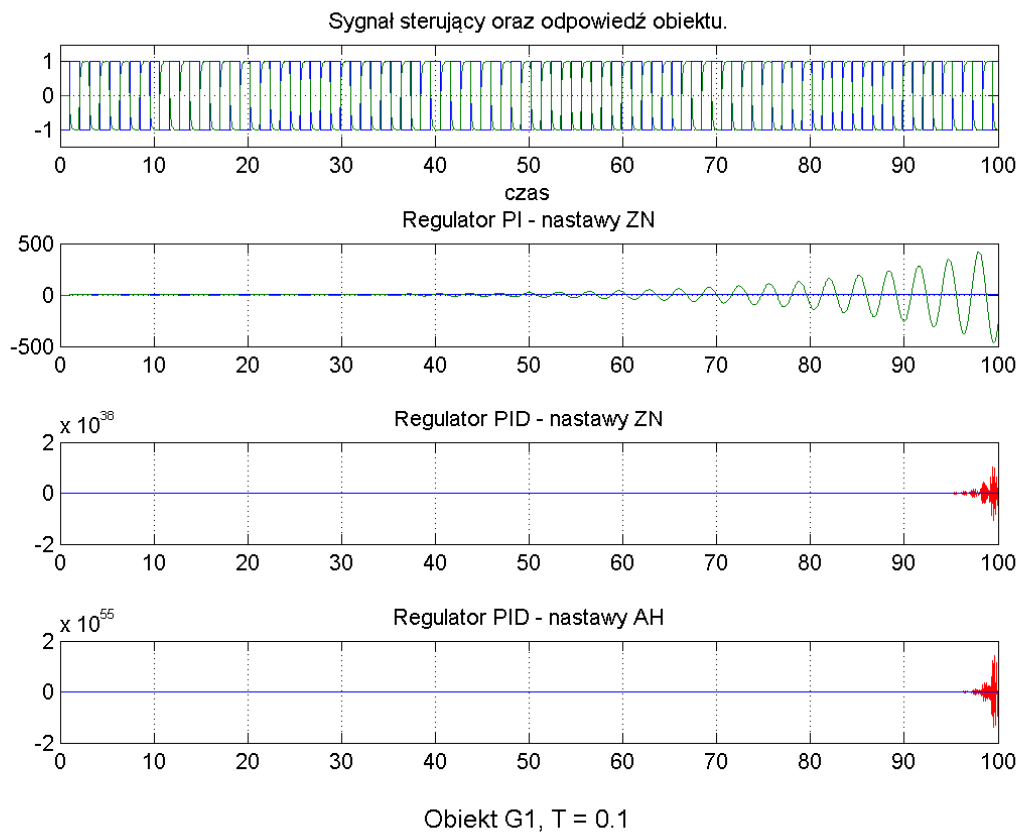
W dalszej kolejności przystąpiono do utworzenia powyższych modeli, skryptu będącego implementacją metody automatycznego strojenia przekaźnikowego oraz generowania wykresów.

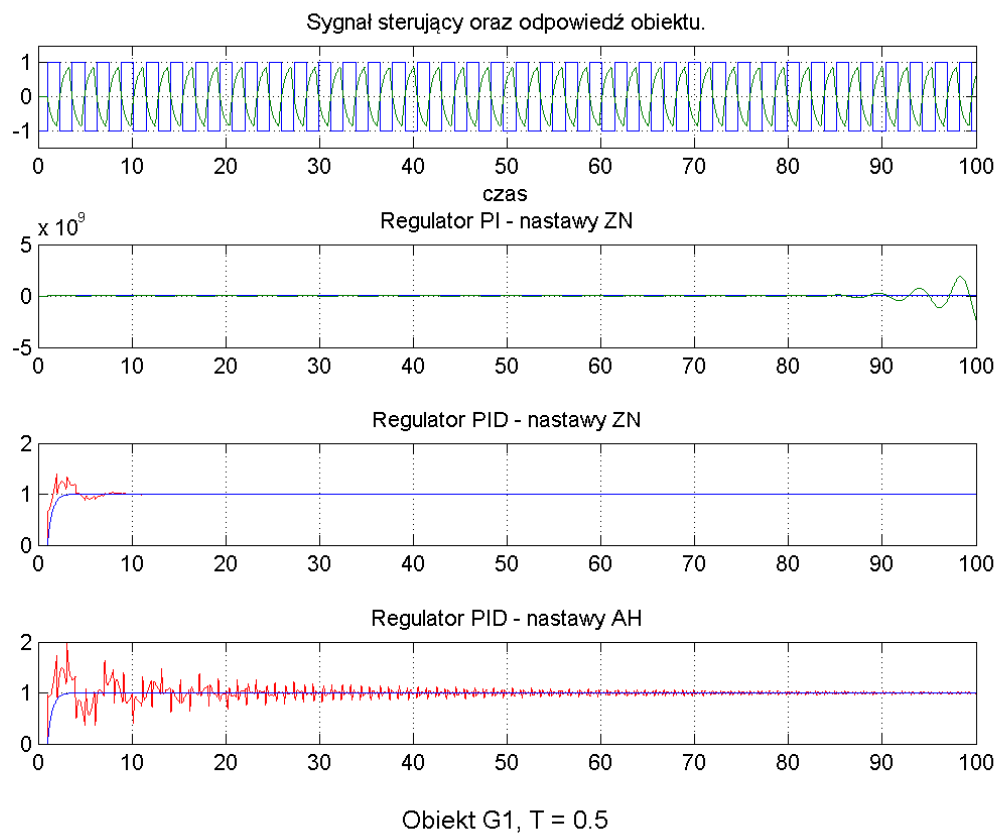
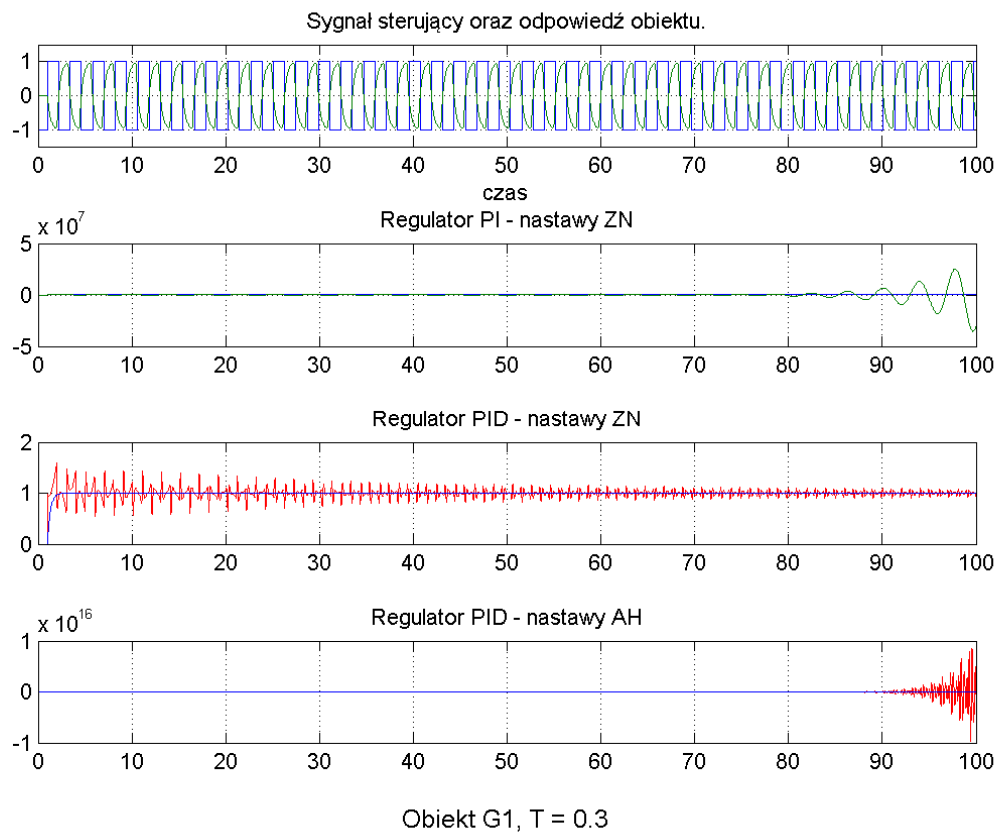
Na poniższych rysunkach przedstawiono reakcję obiektu z regulatorem PI oraz PID objętego ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Na wejście podawano skok jednostkowy. Nastawy były dobierane według reguły Zieglera-Nicholsa (ZL) - Tab. 1, oraz według wzorów (6) zaproponowanych przez Hagglunda i Astroma (AH).

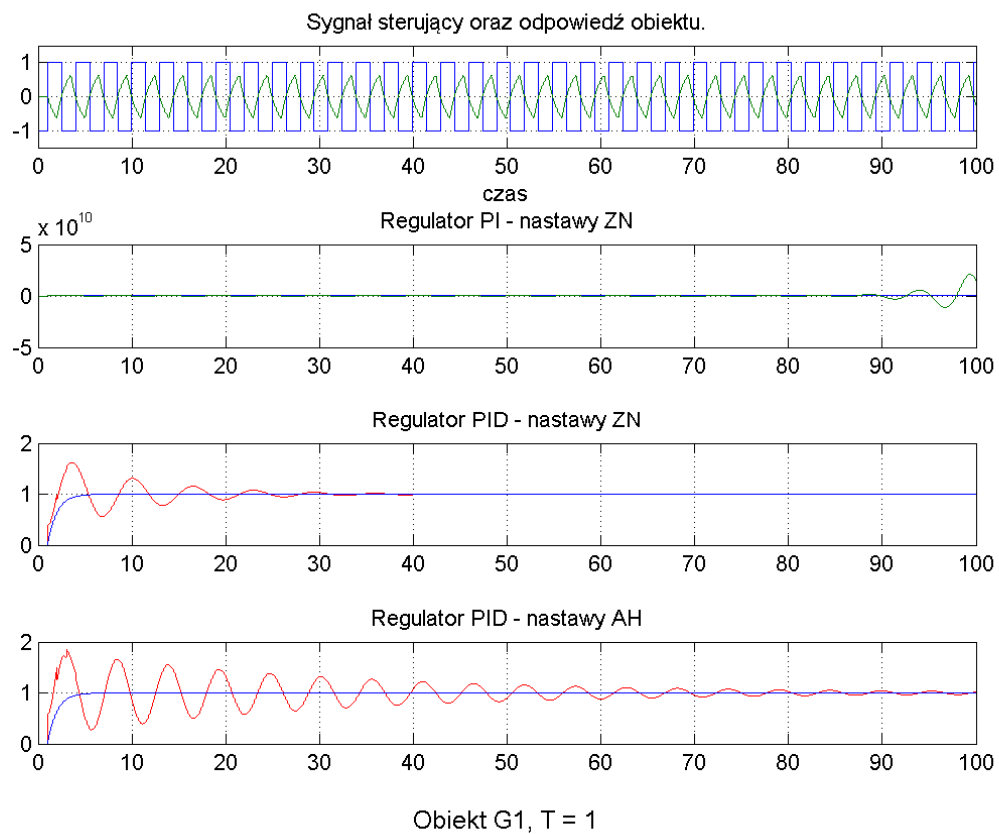
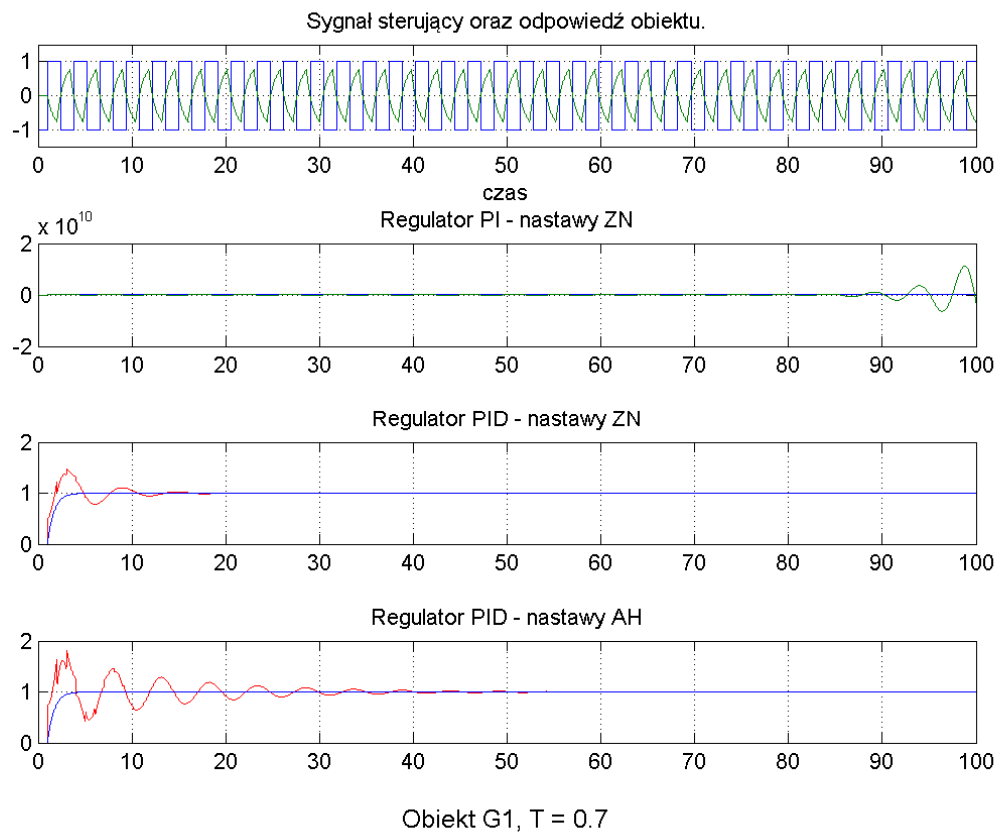
Wykresy odpowiadają wszystkim możliwym obiektom zawartym w zadanym zestawie problemów.

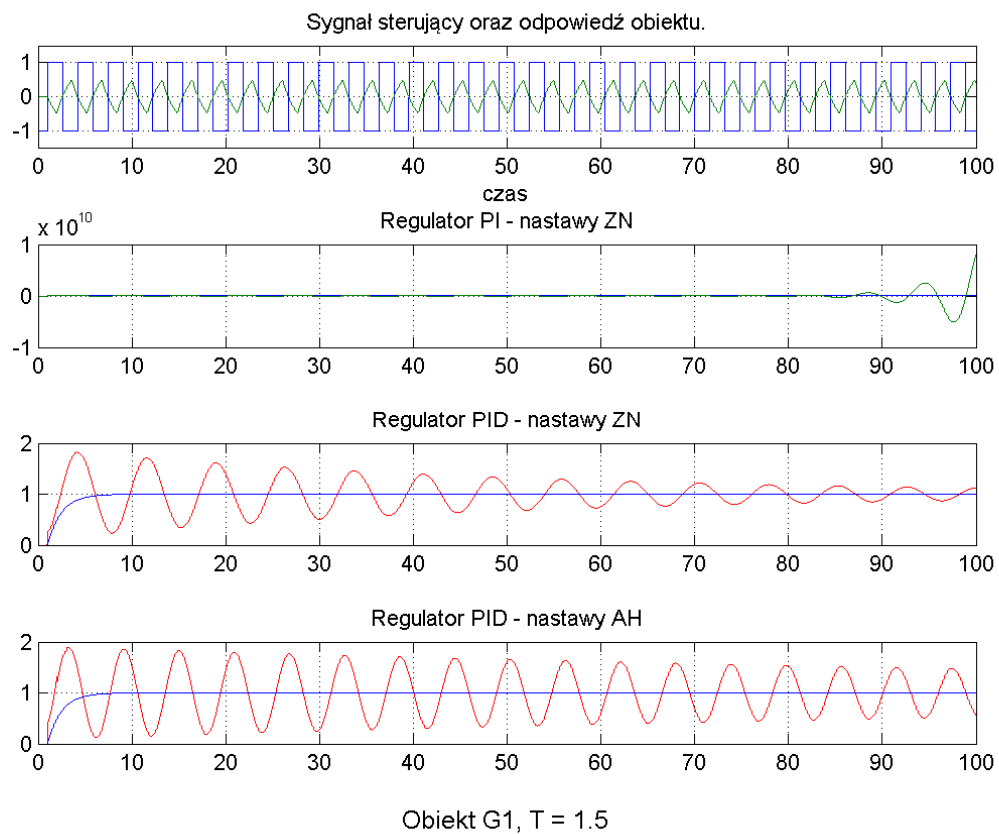
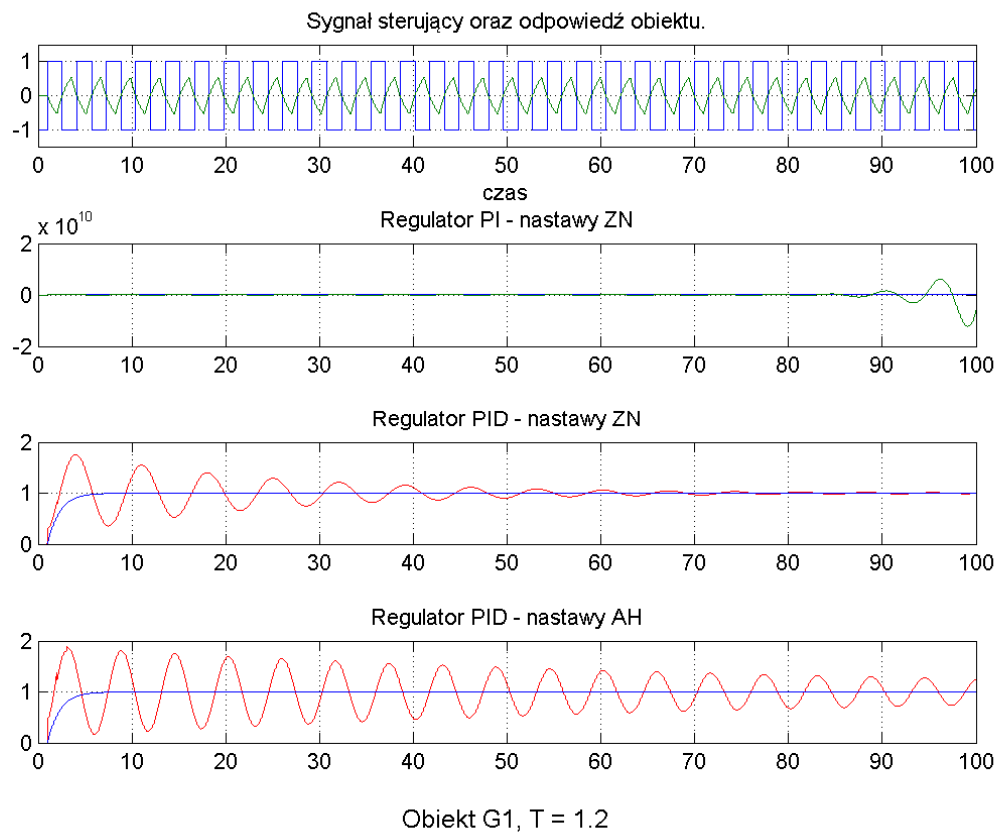
Obiekt 3.1.

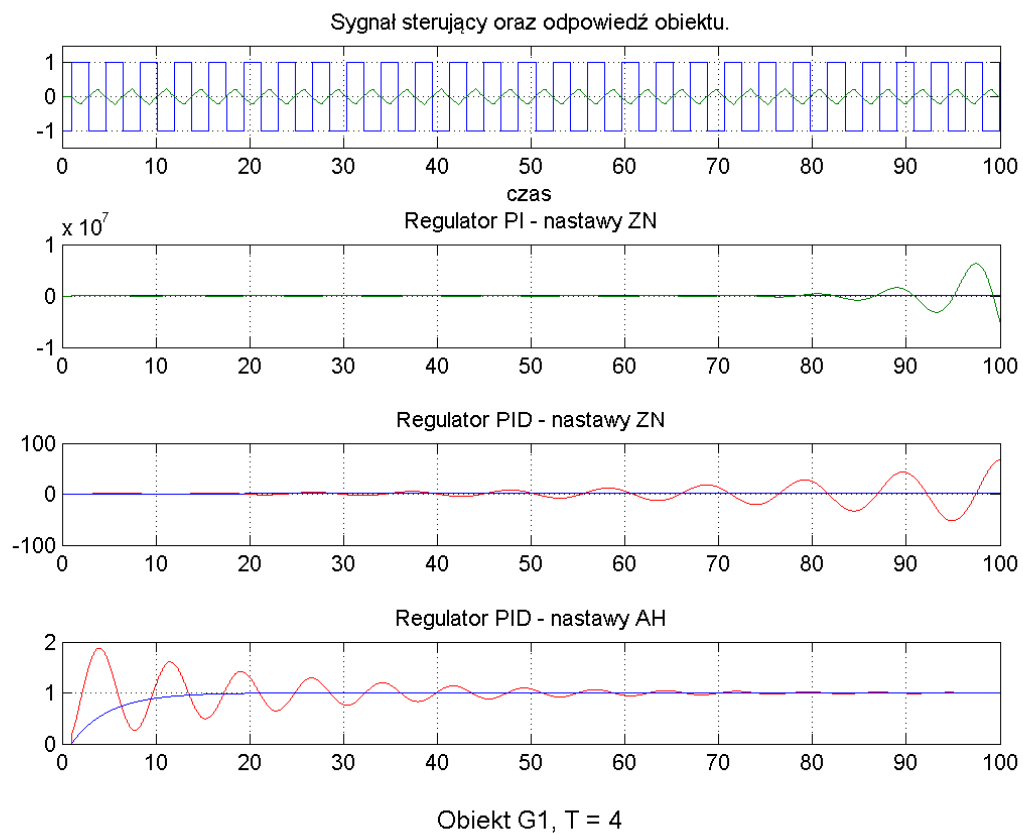
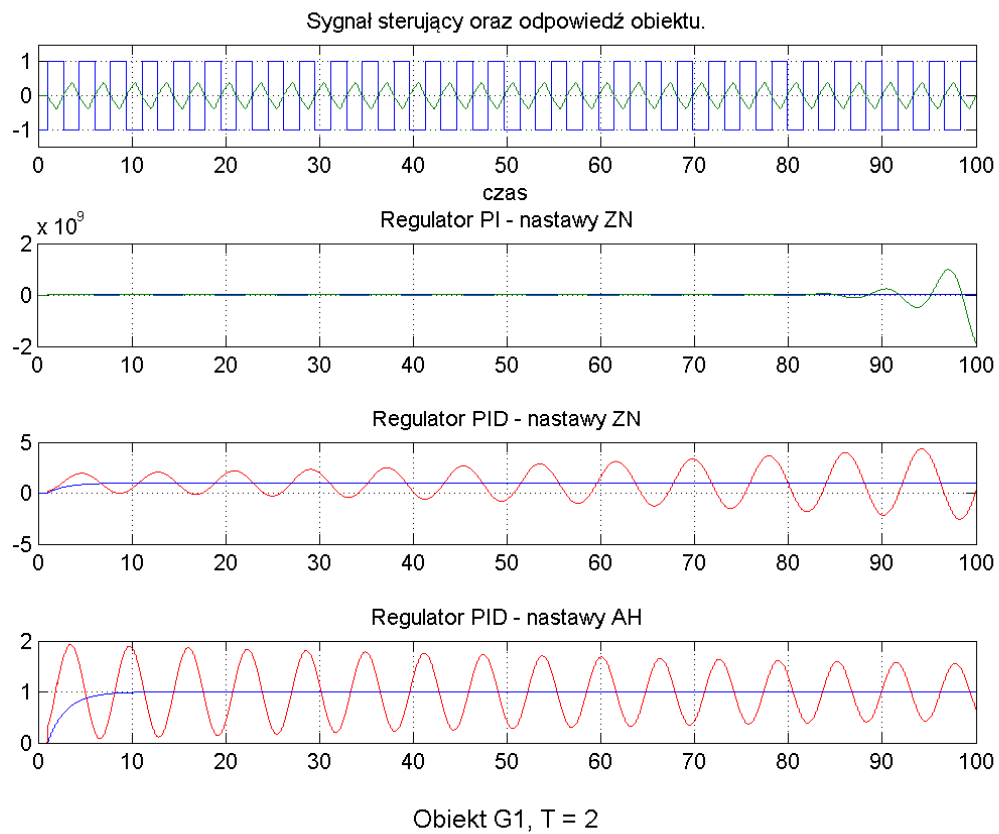


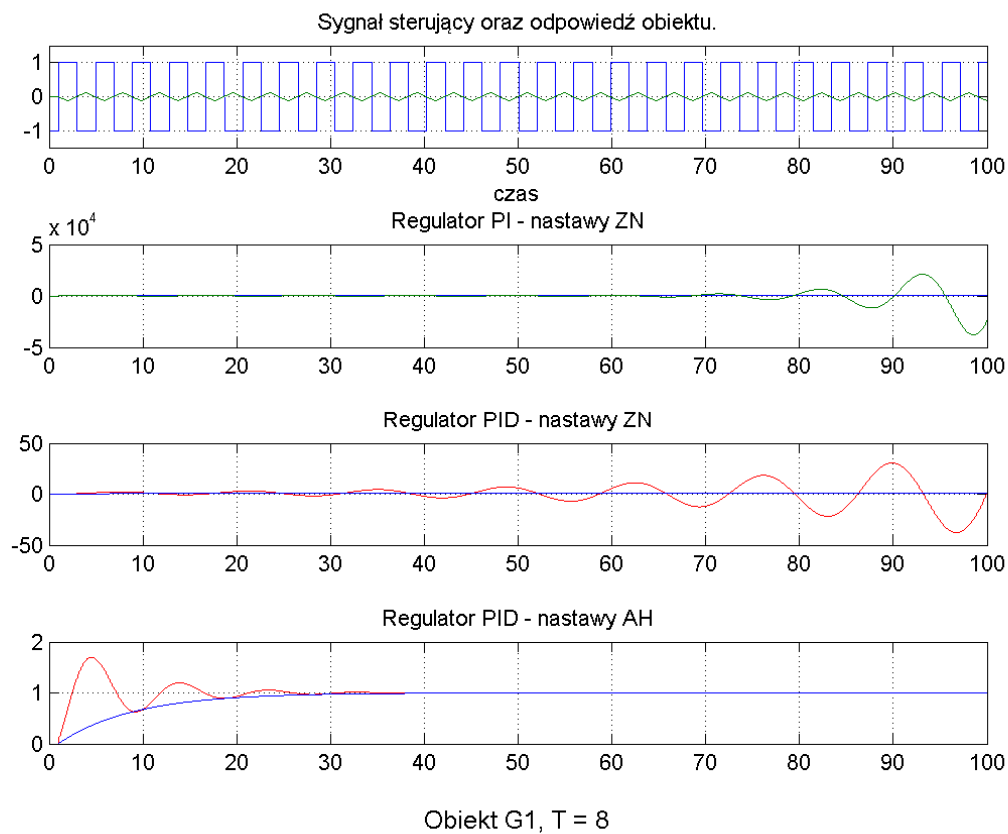
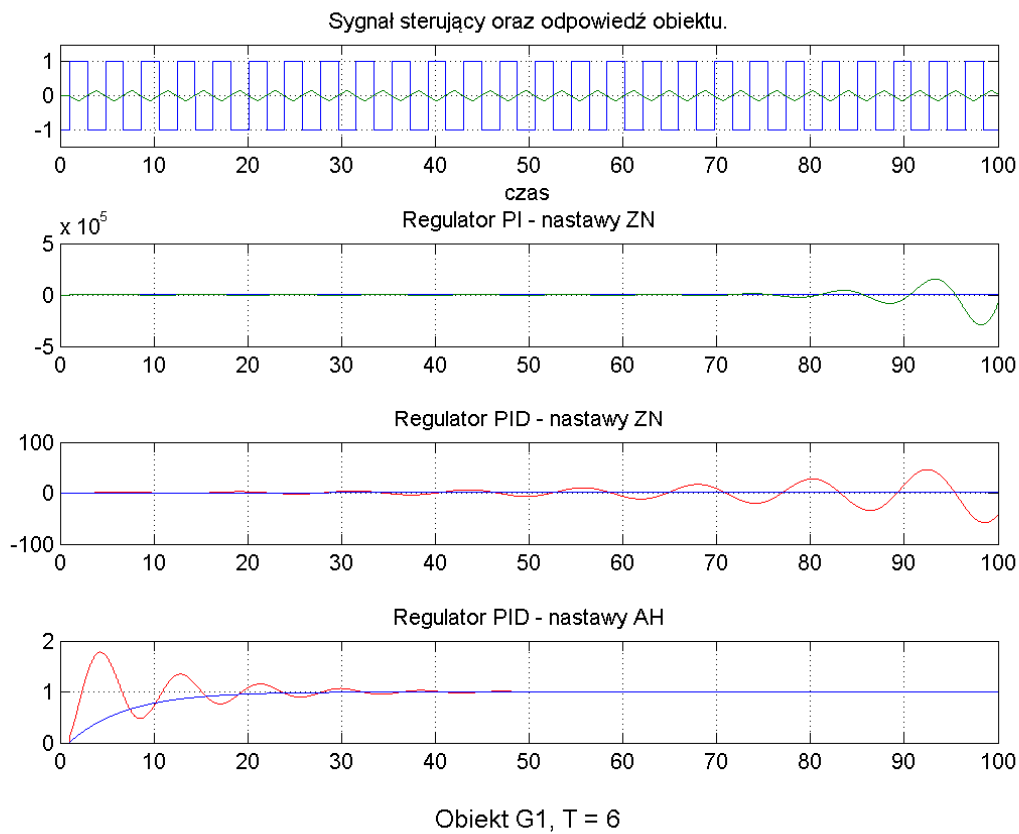


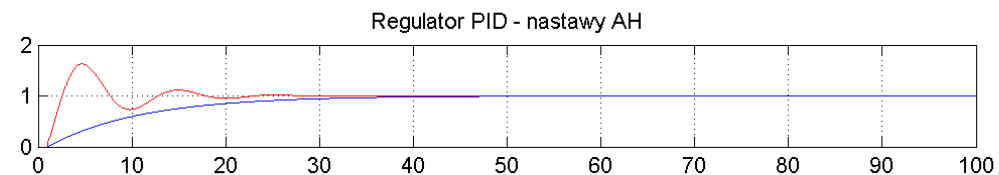
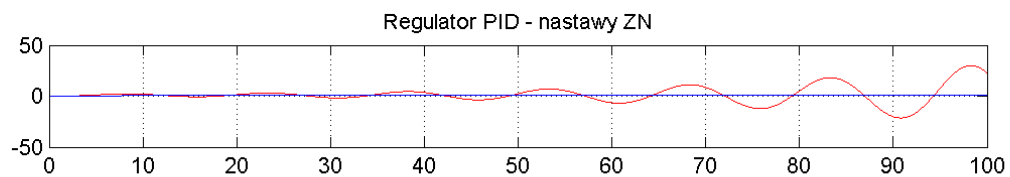
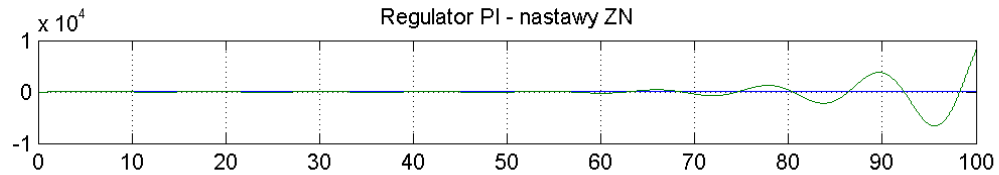
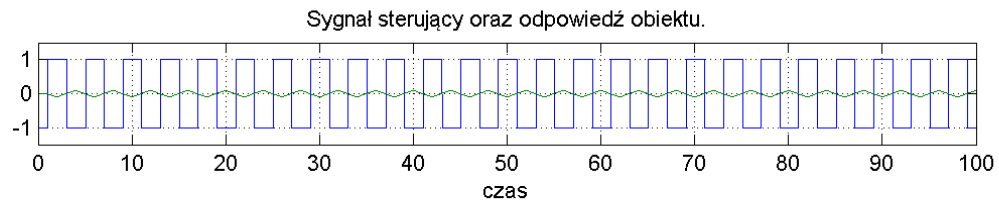




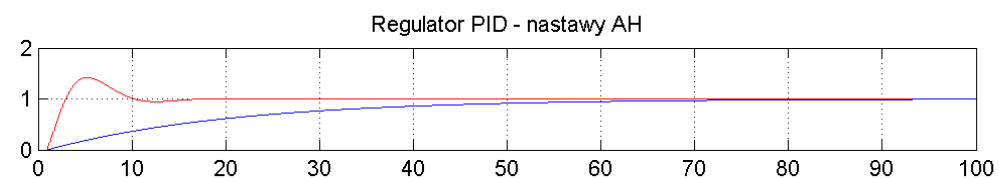
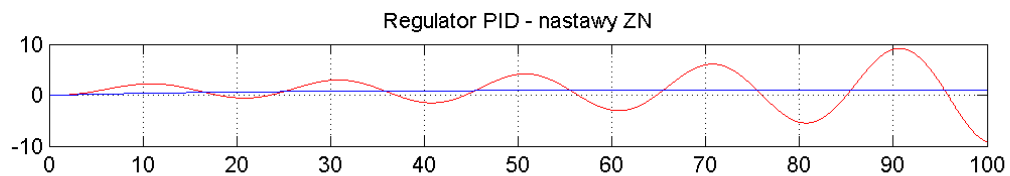
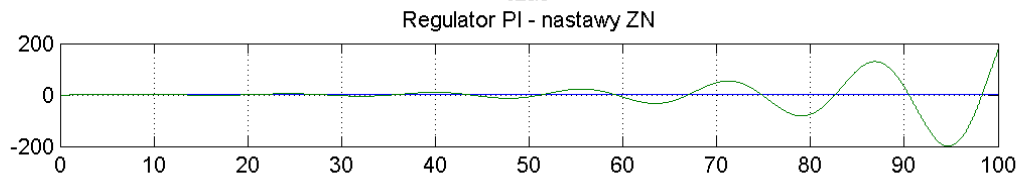
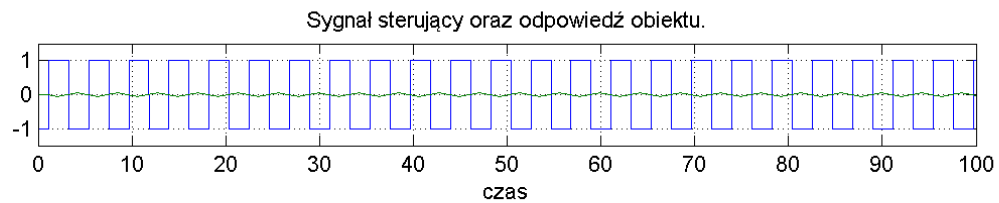




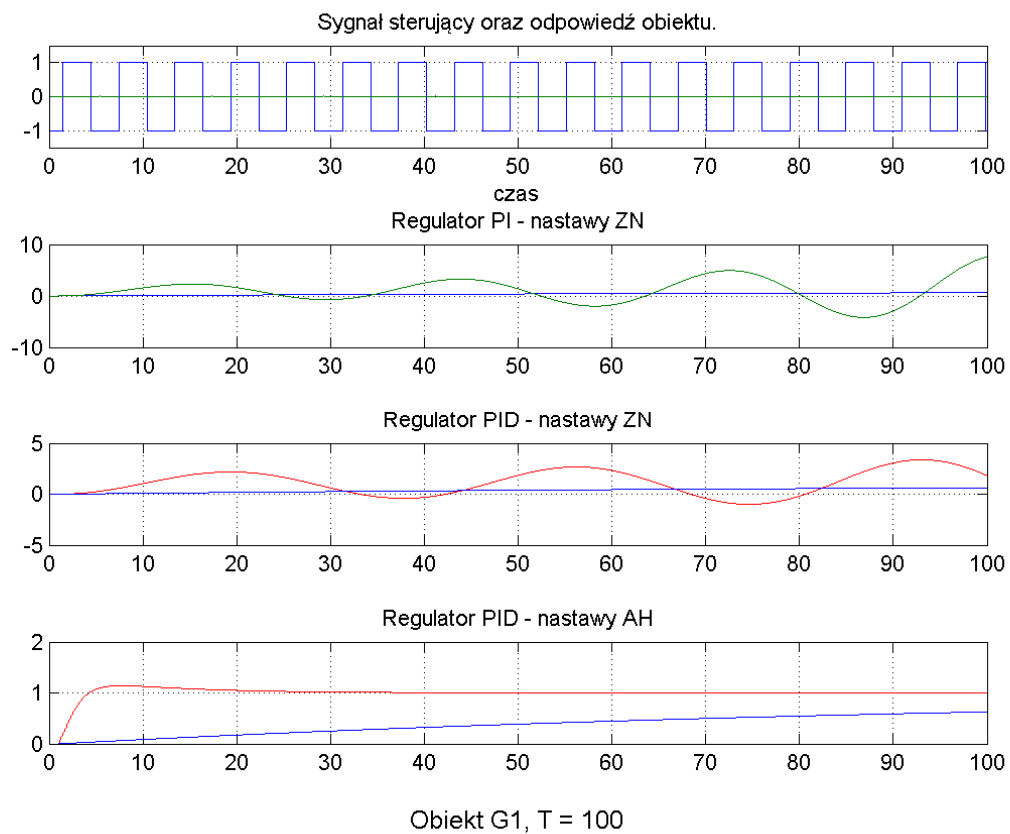
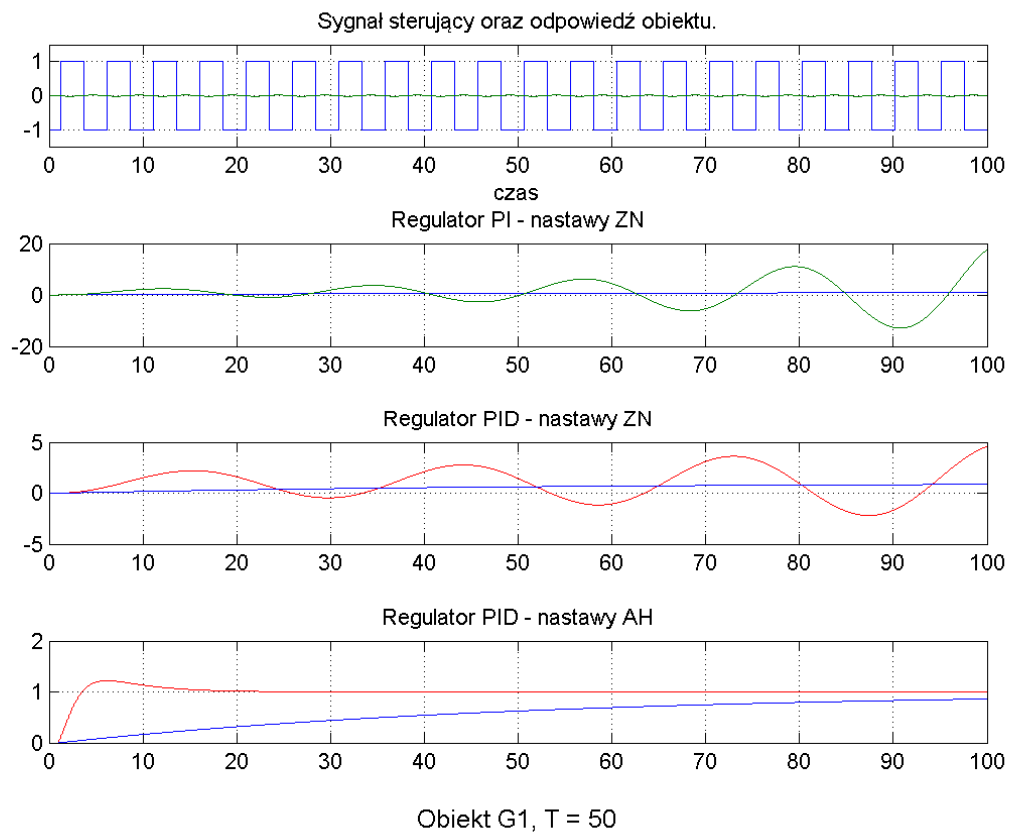


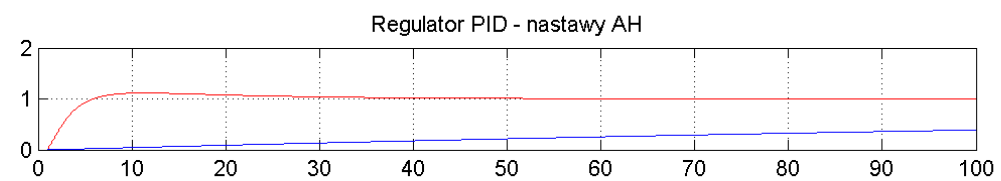
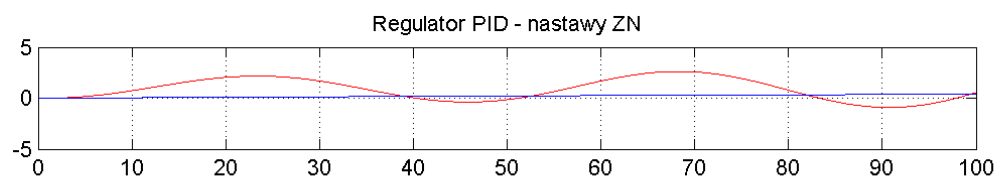
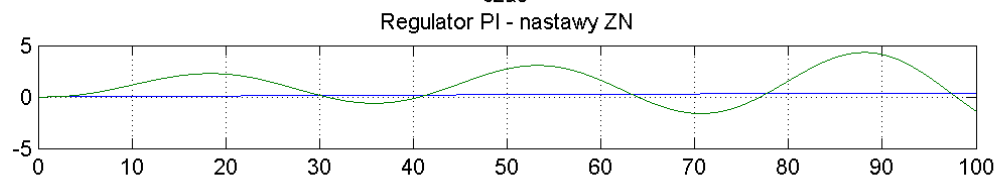
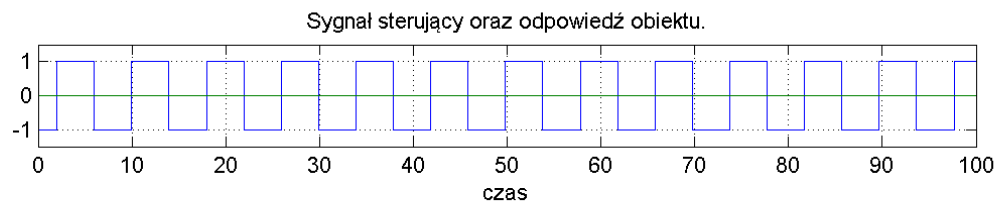


Obiekt G1, $T = 10$

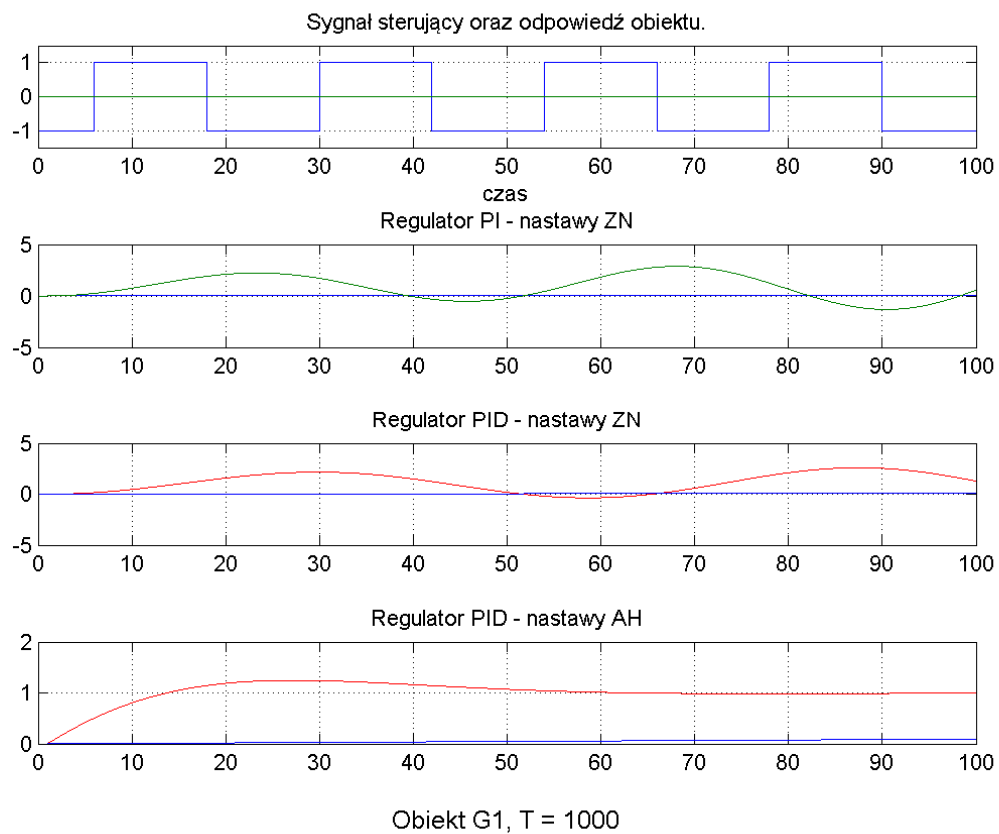
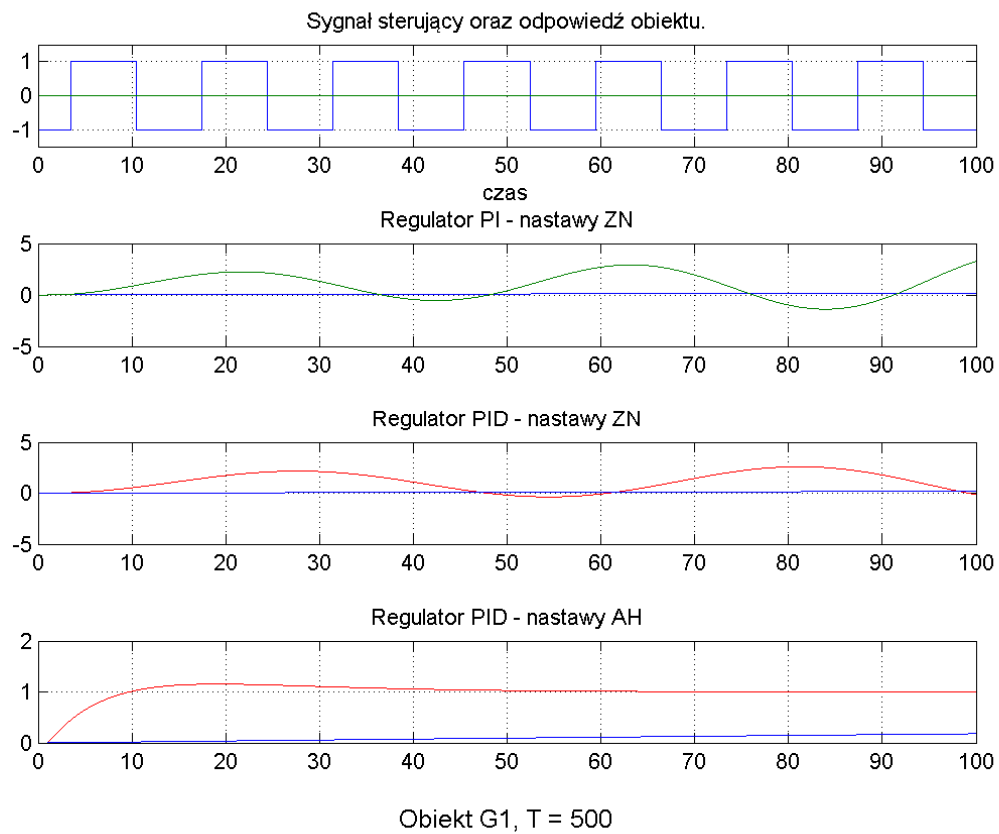


Obiekt G1, $T = 20$

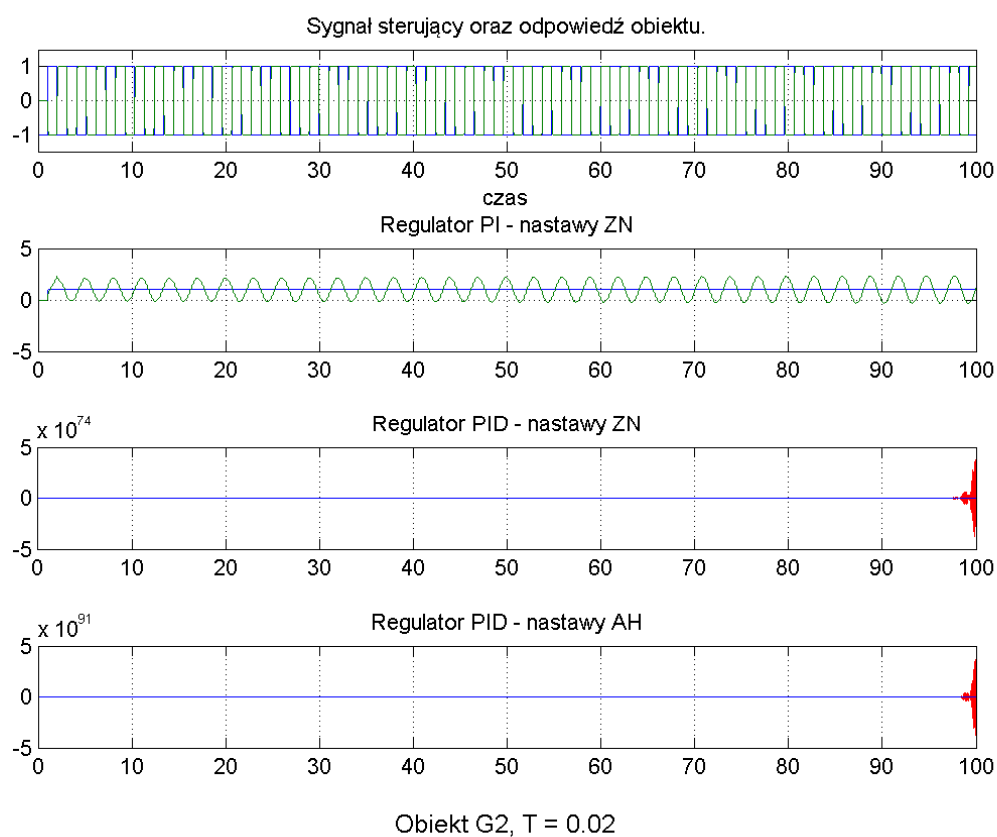
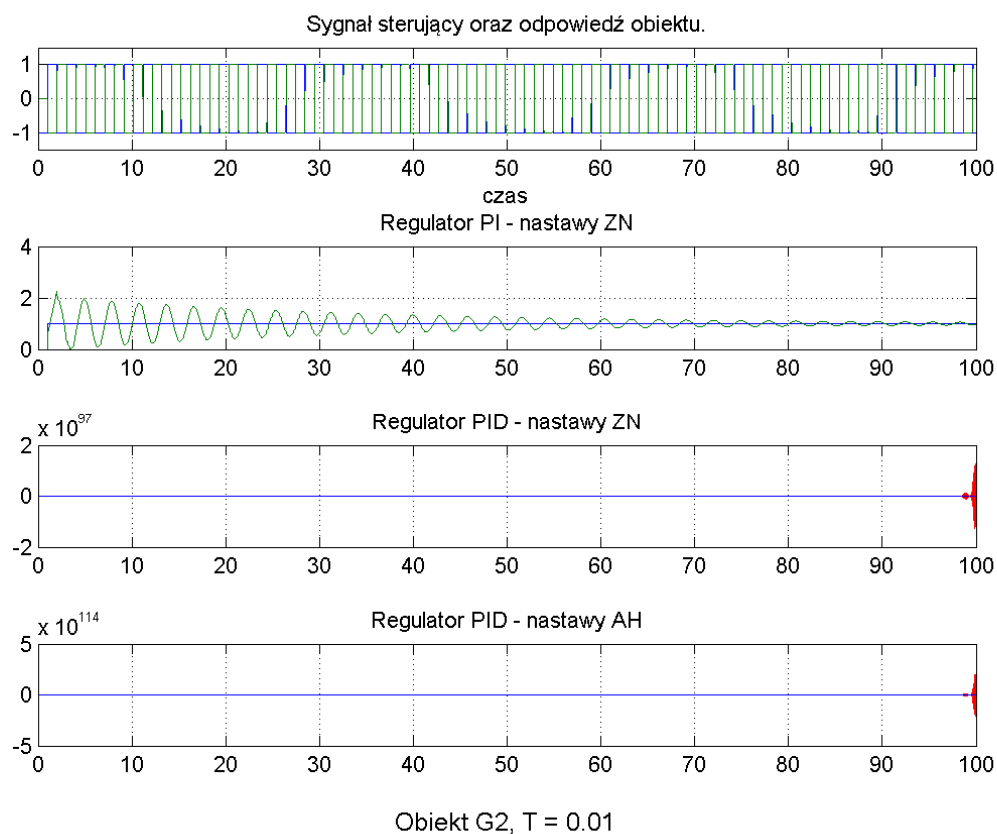


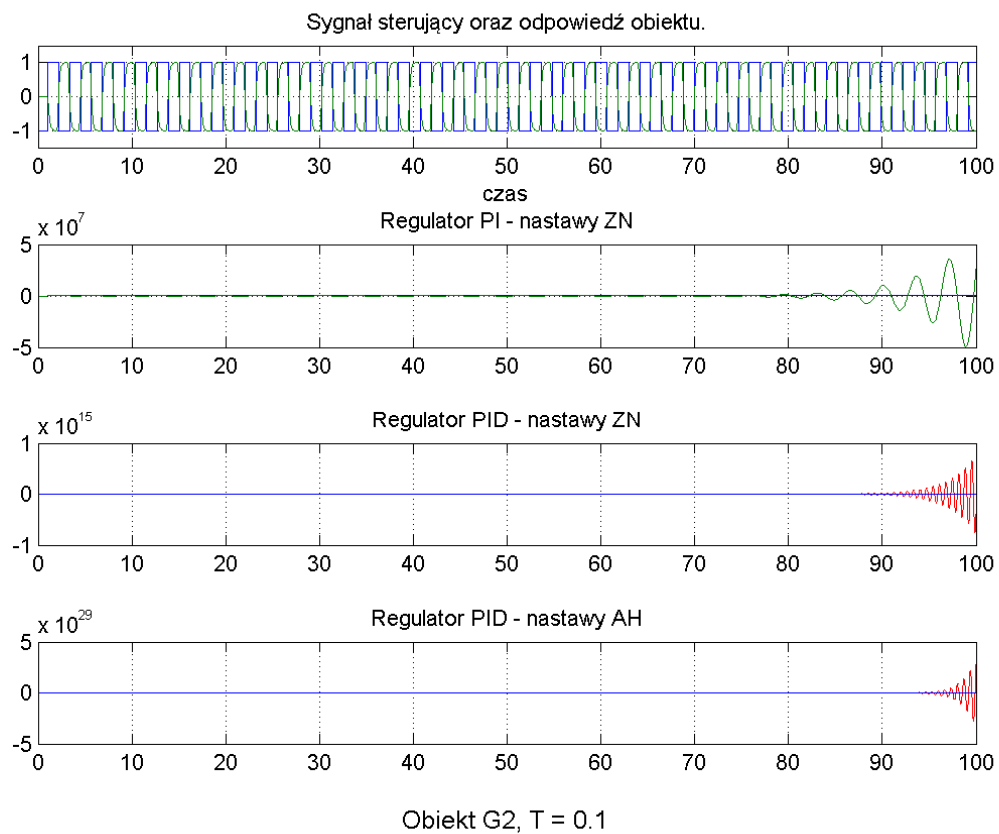
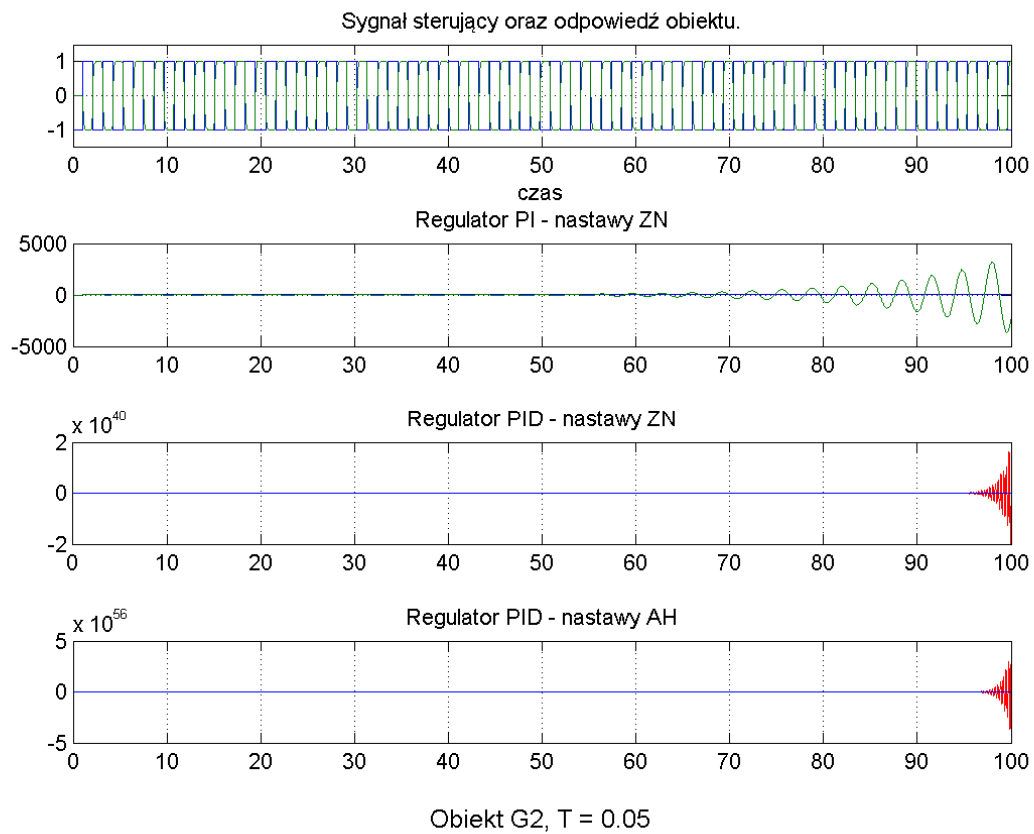


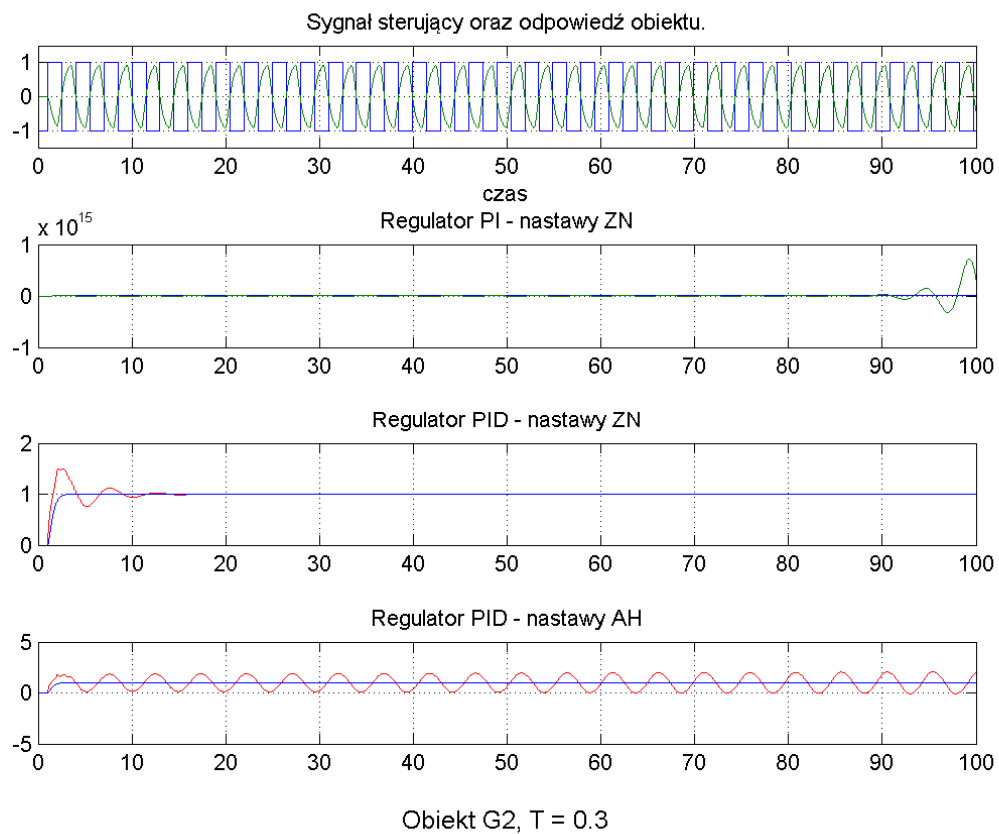
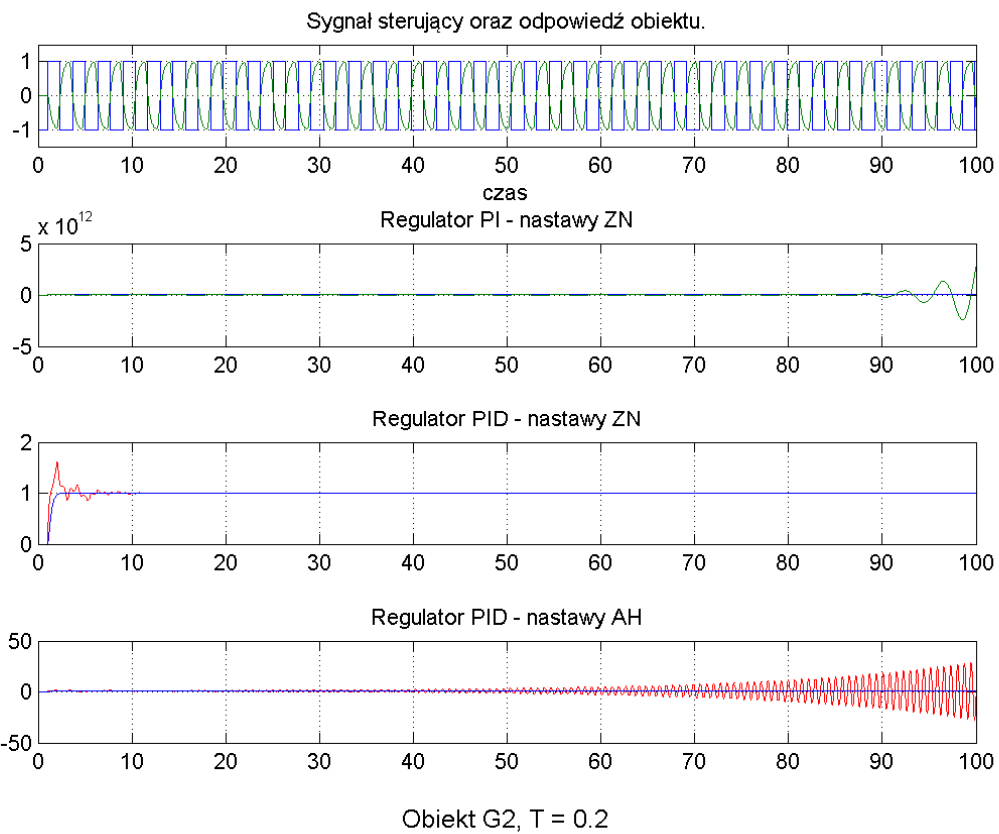
Obiekt G1, $T = 200$

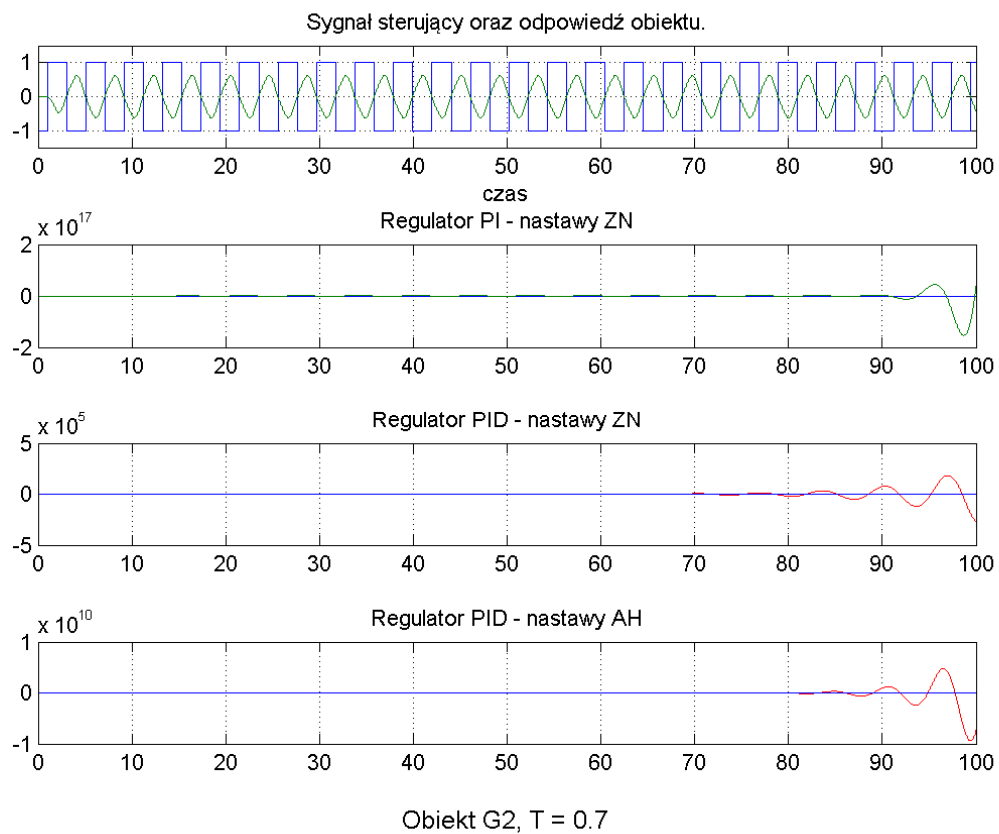
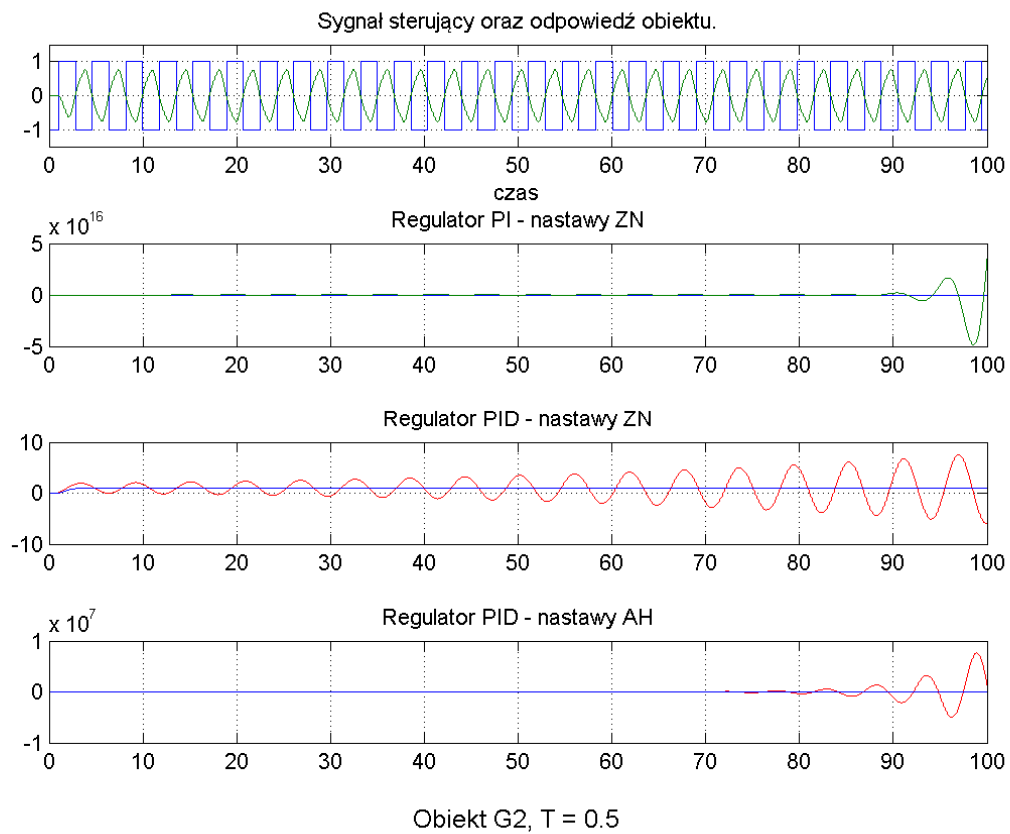


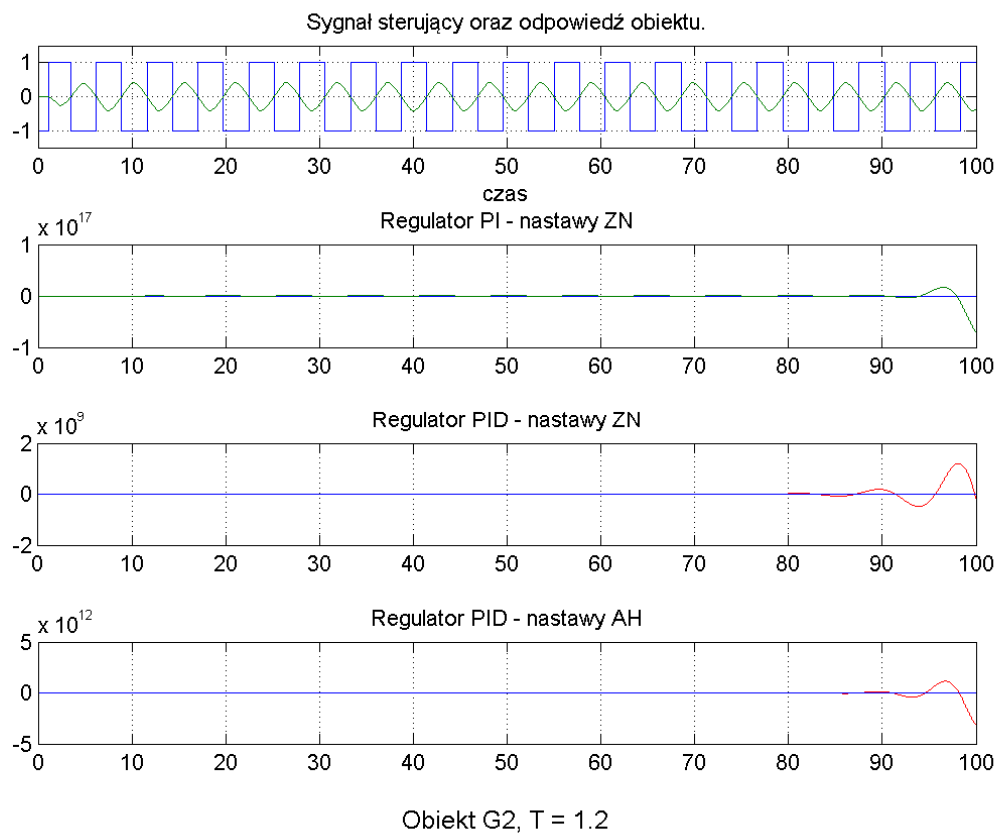
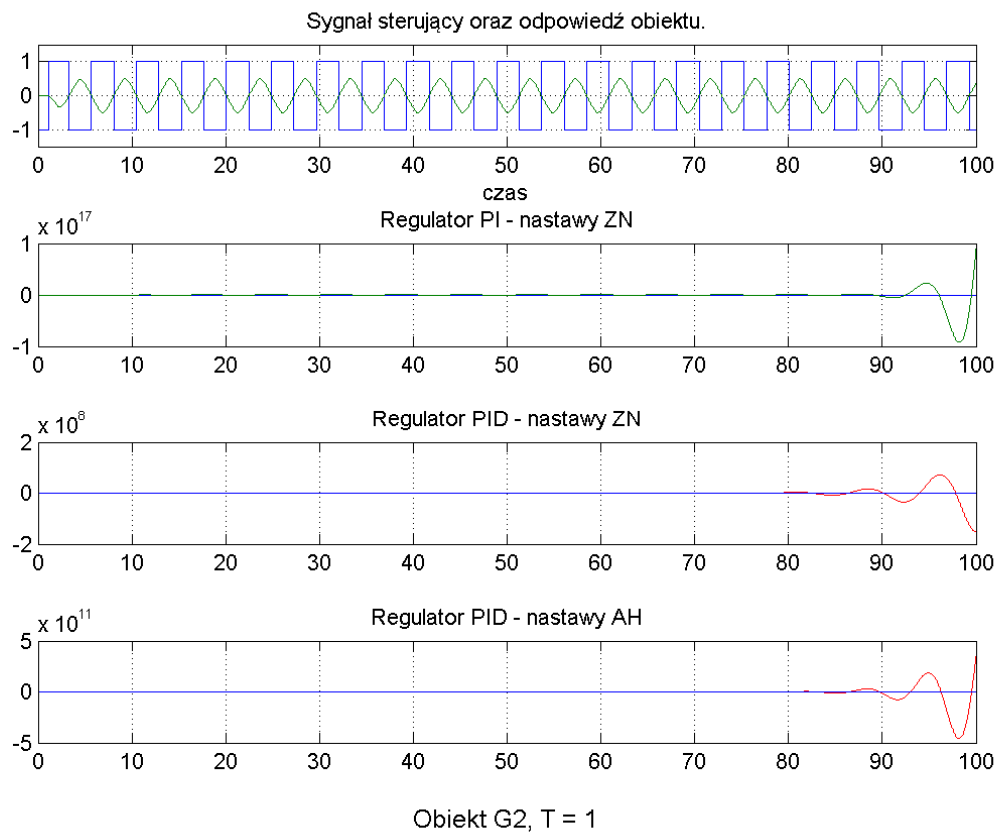
Obiekt 3.2.

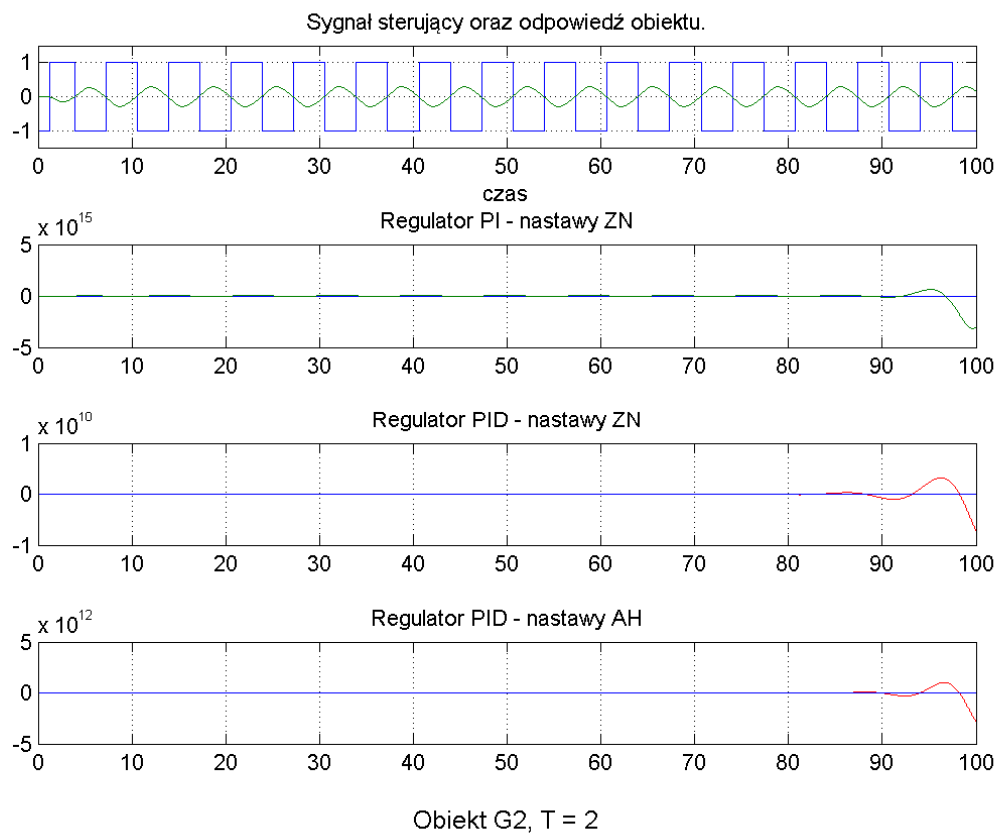
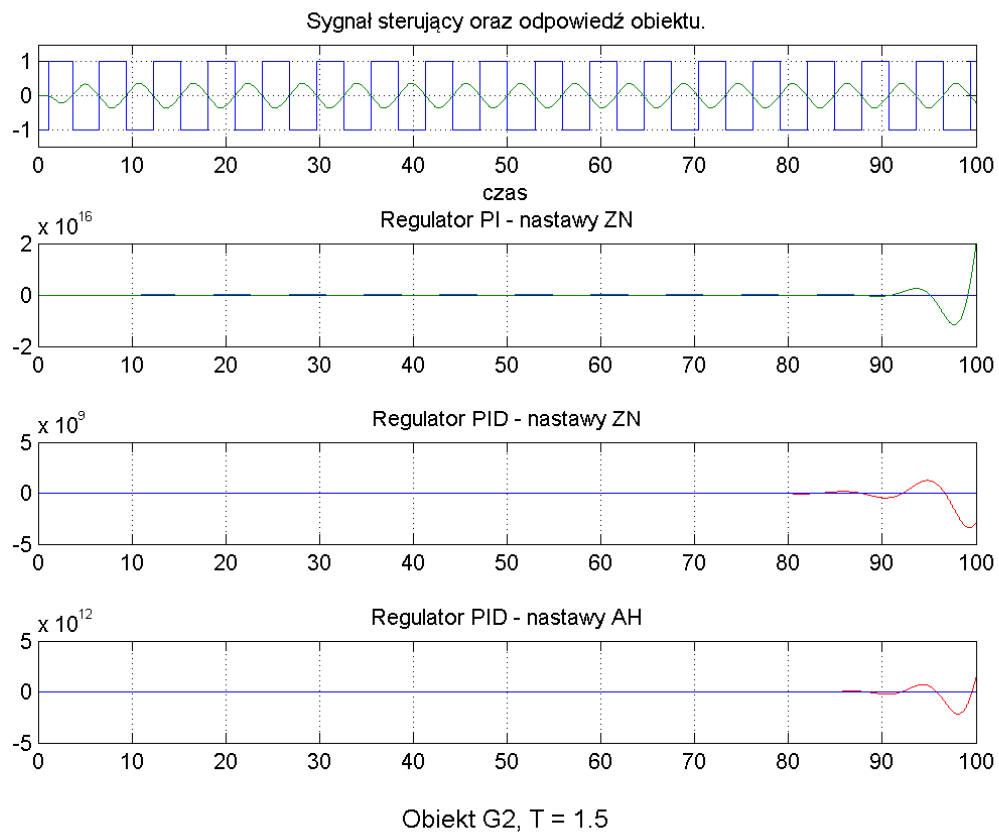


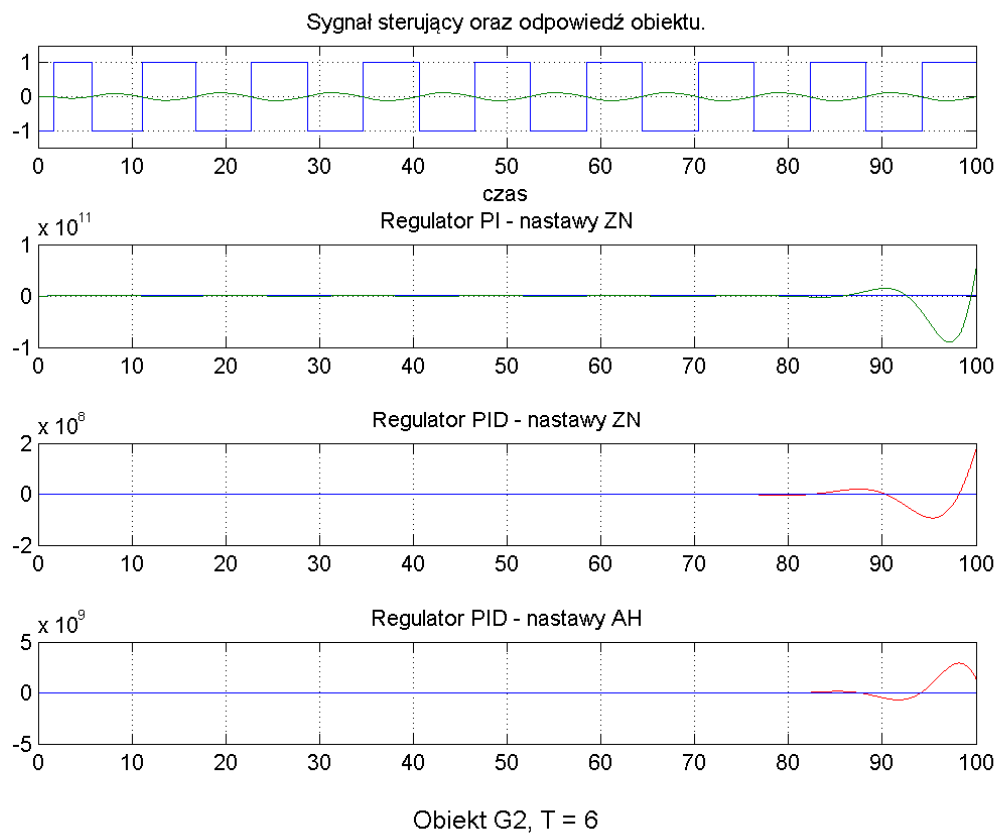
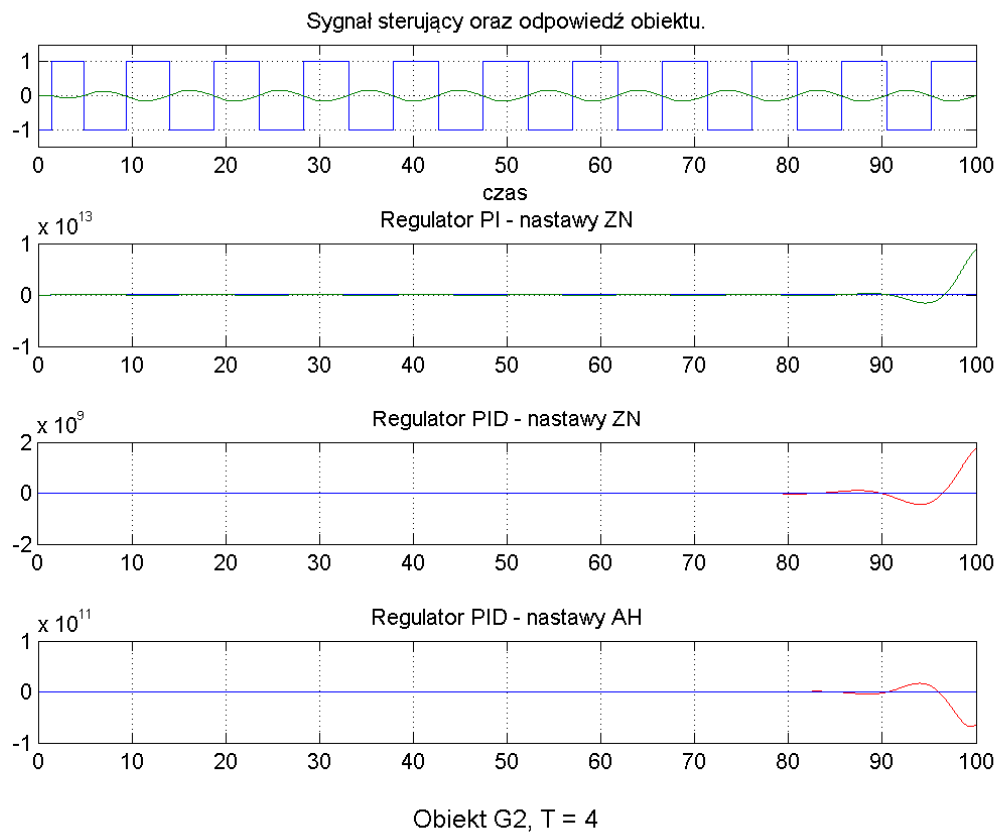


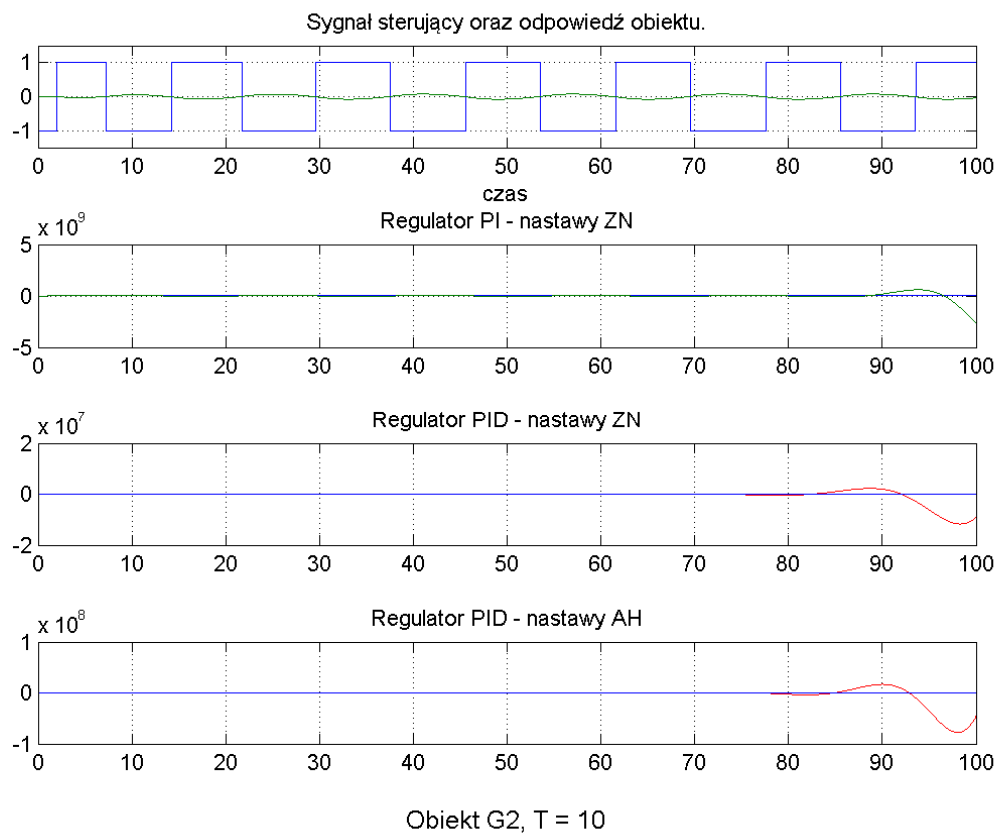
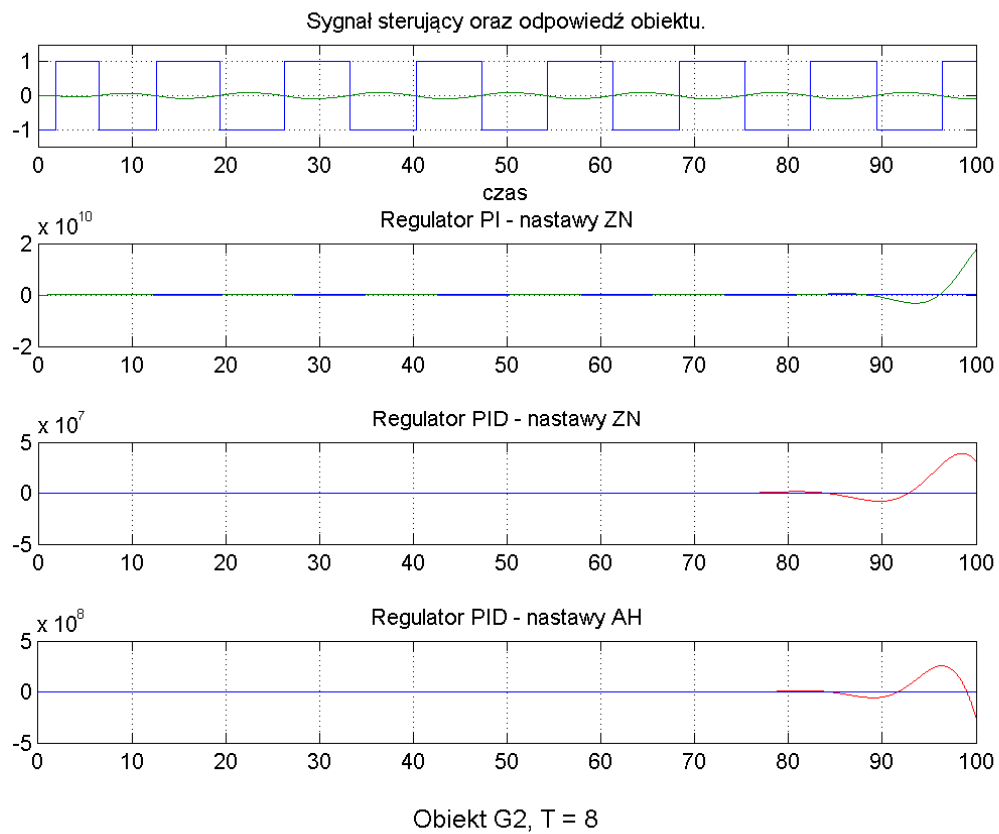


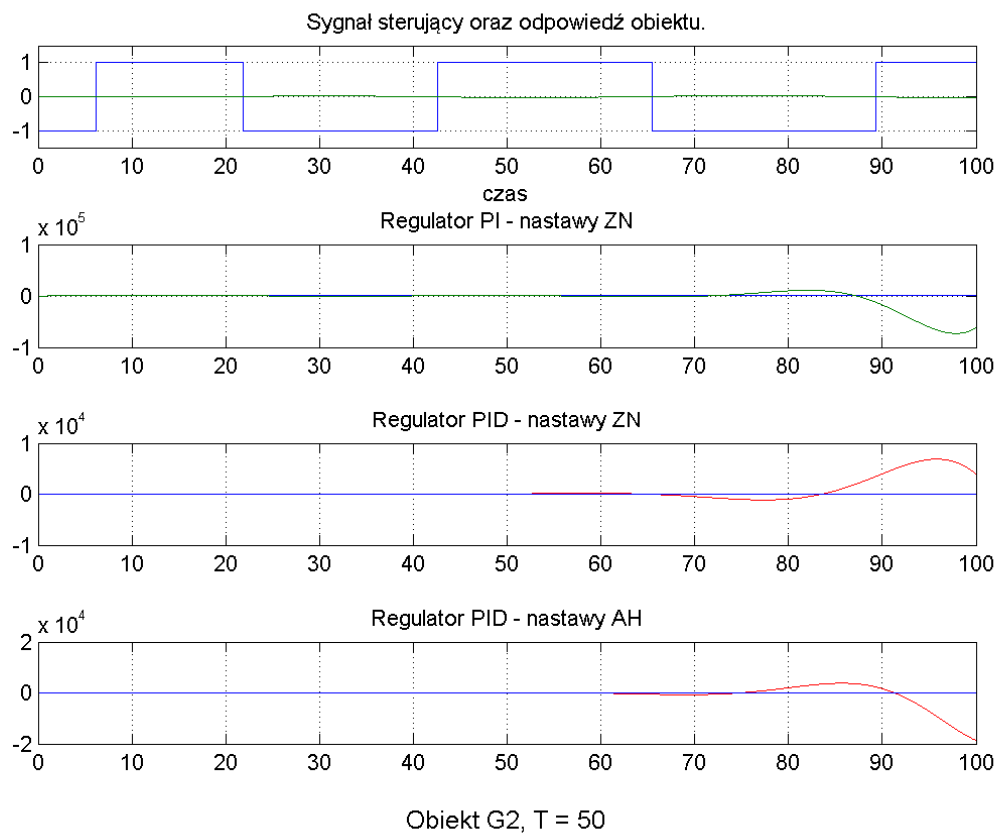
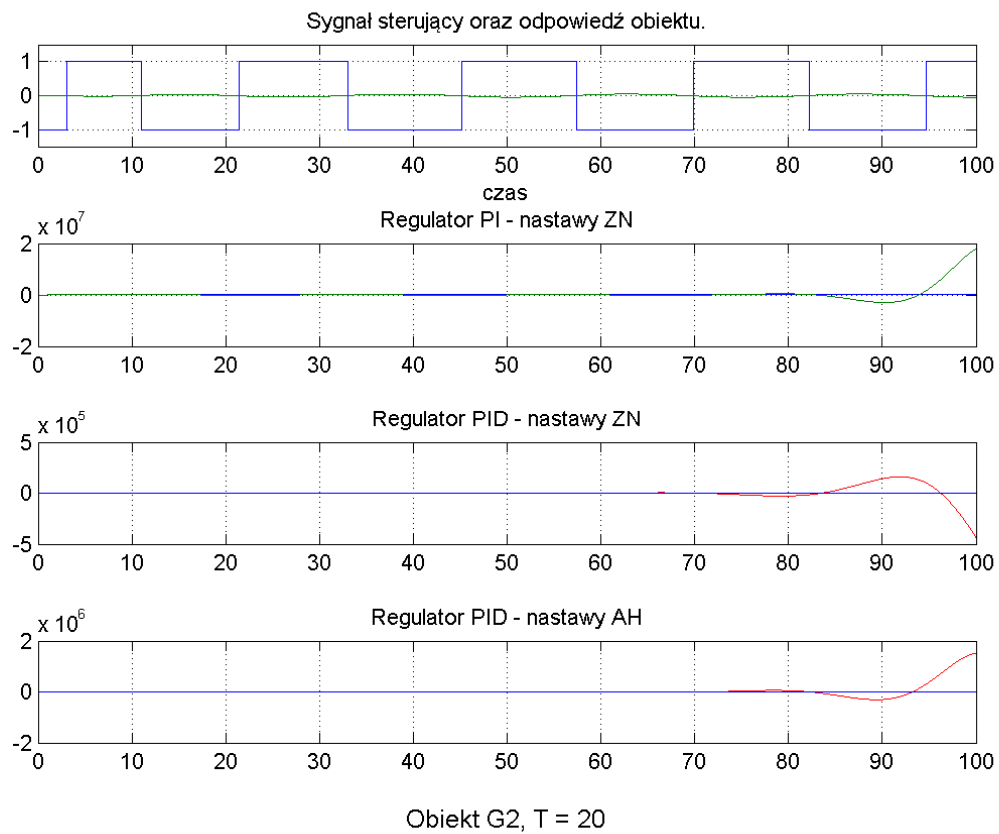




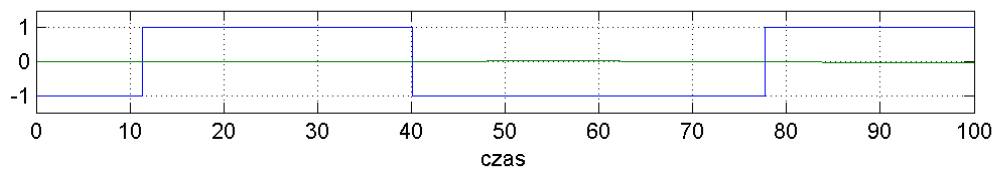




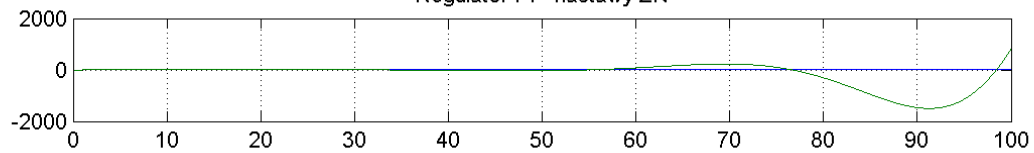




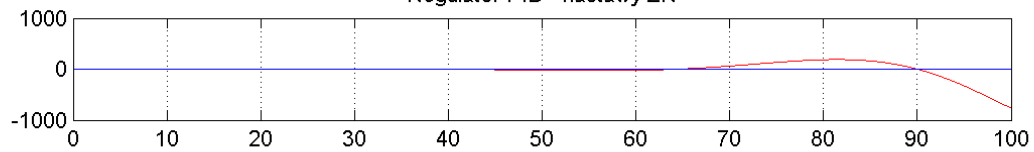
Sygnal sterujący oraz odpowiedź obiektu.



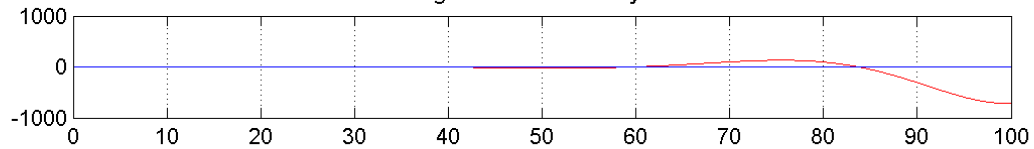
Regulator PI - nastawy ZN



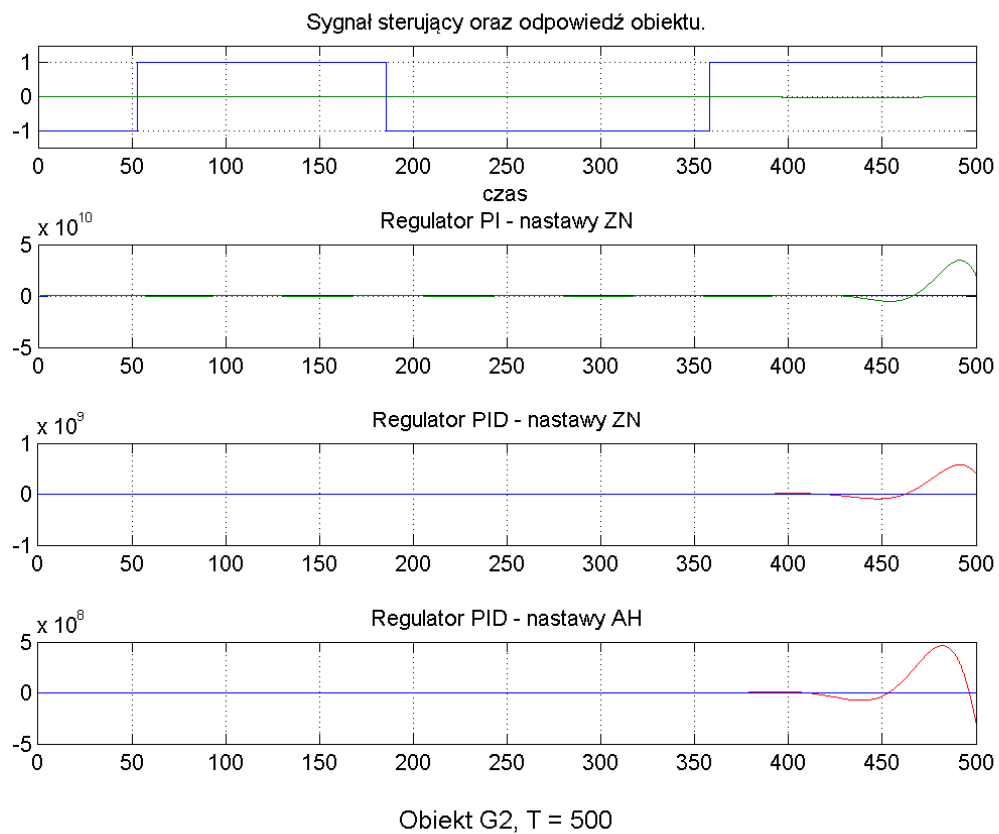
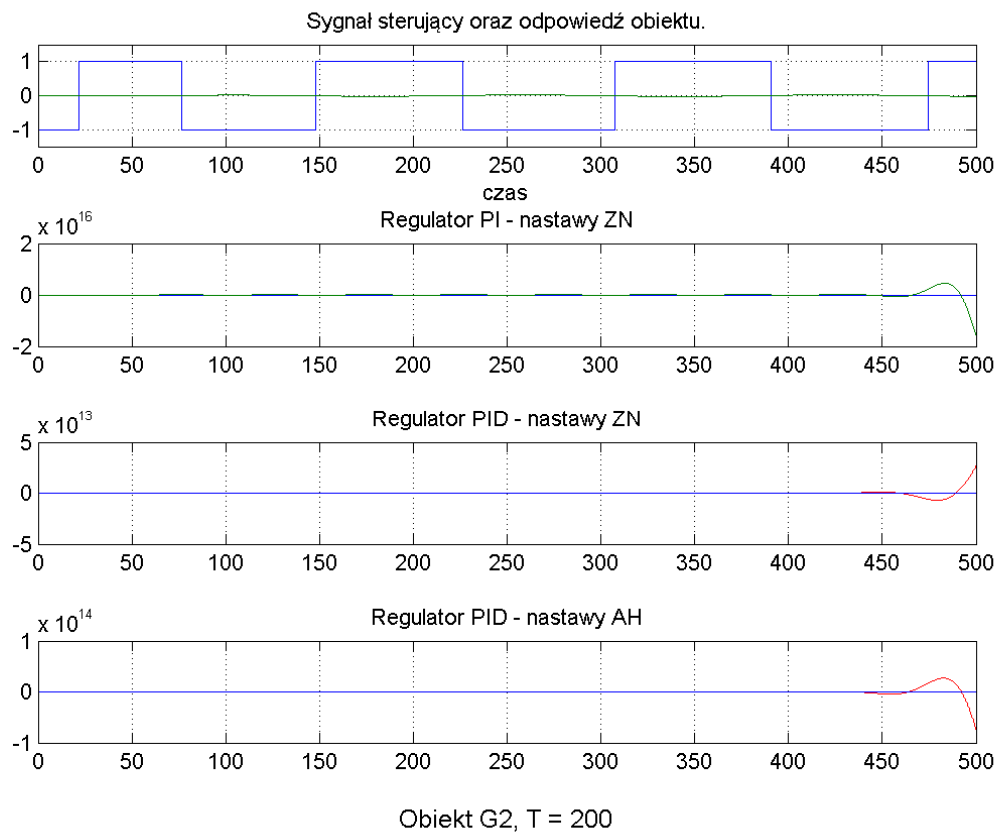
Regulator PID - nastawy ZN



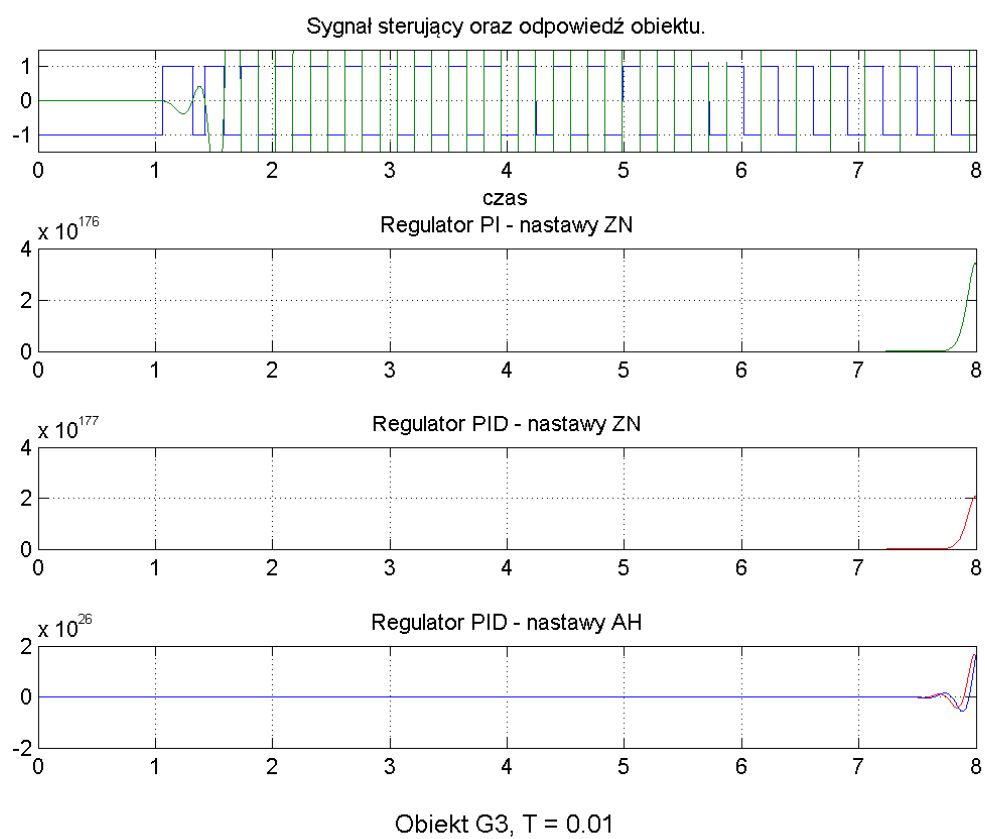
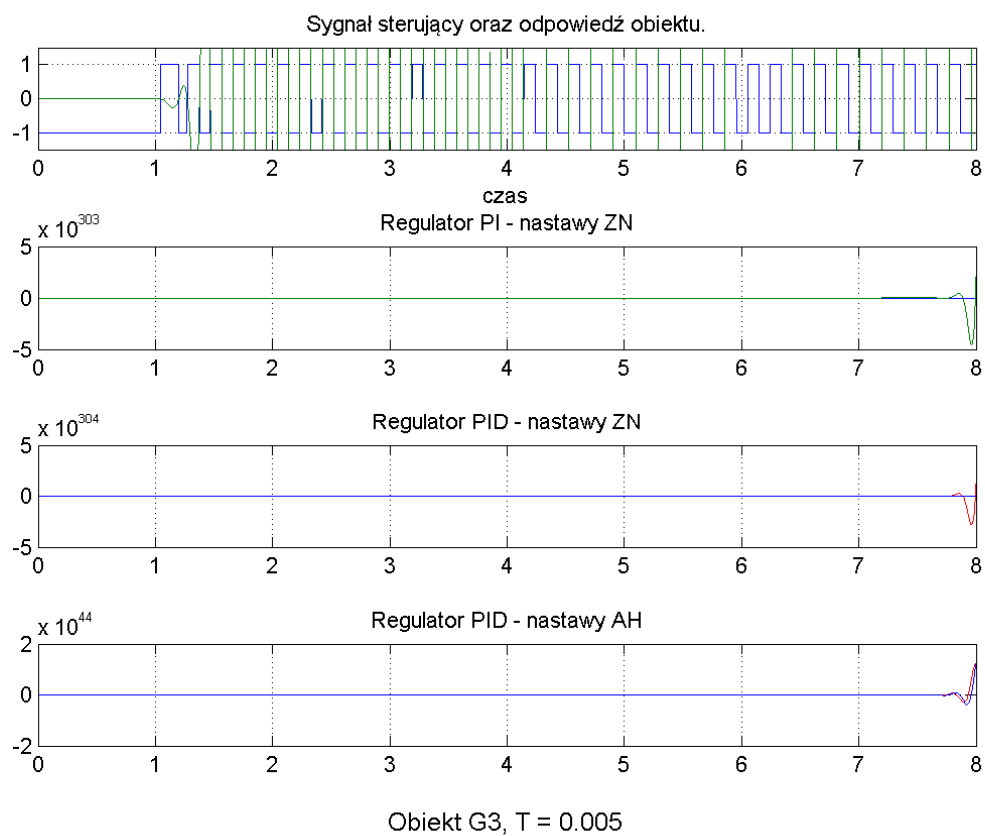
Regulator PID - nastawy AH

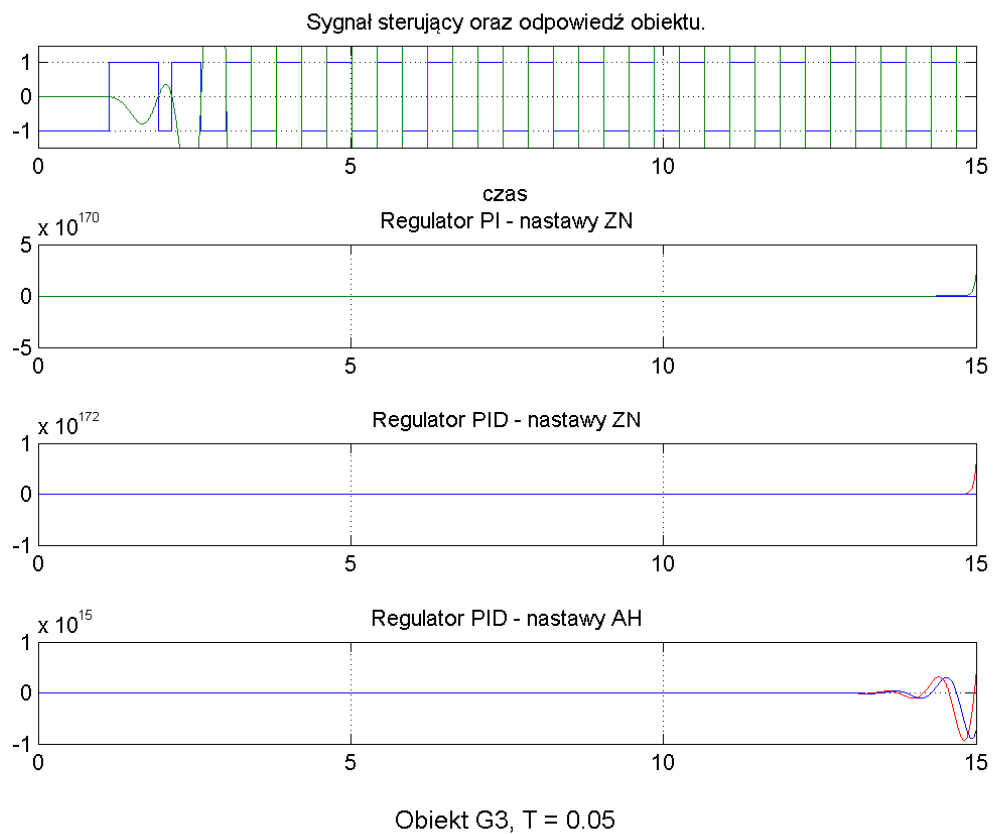
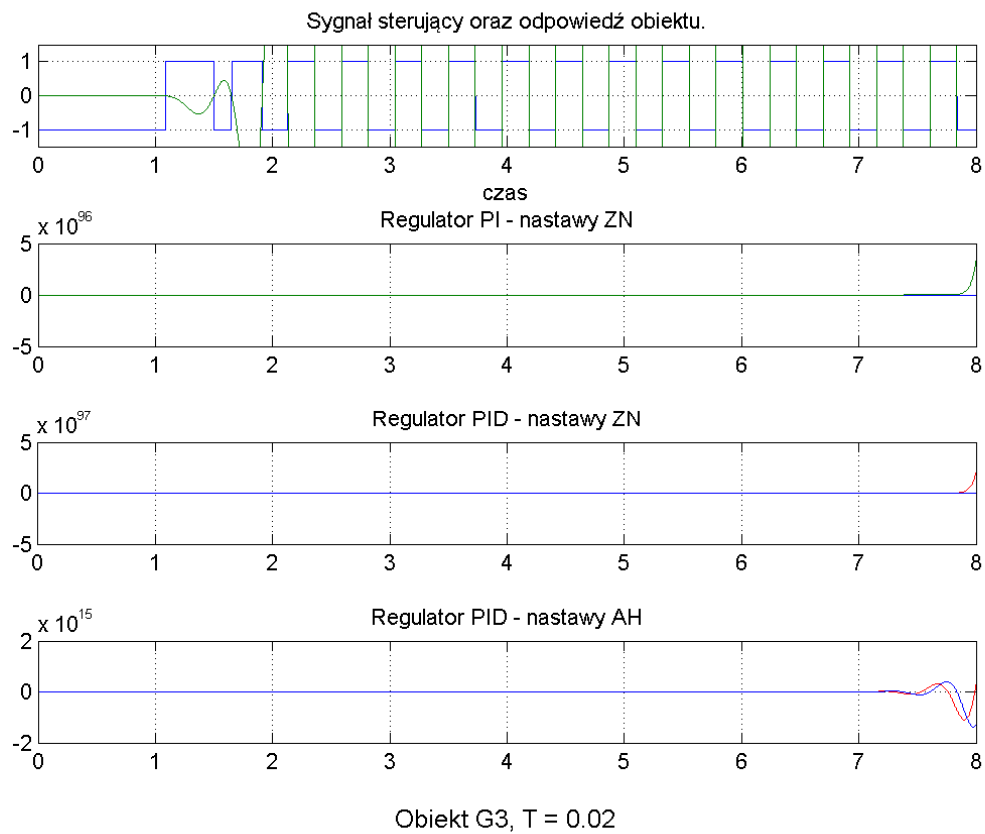


Obiekt G2, T = 100

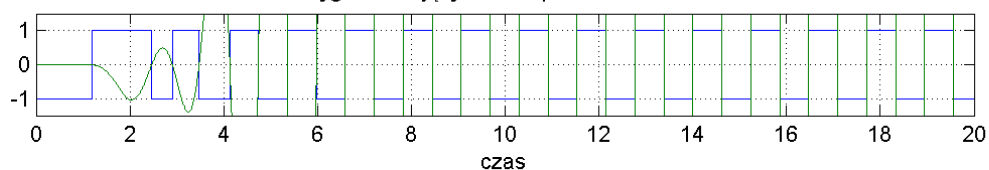


Obiekt 3.3.

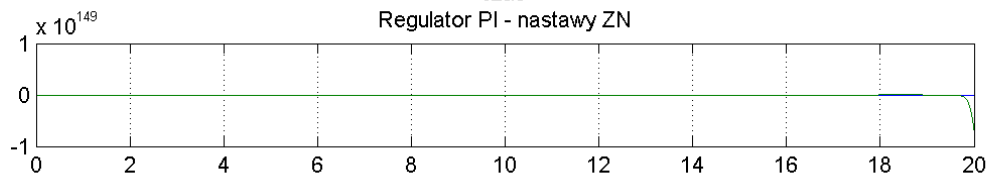




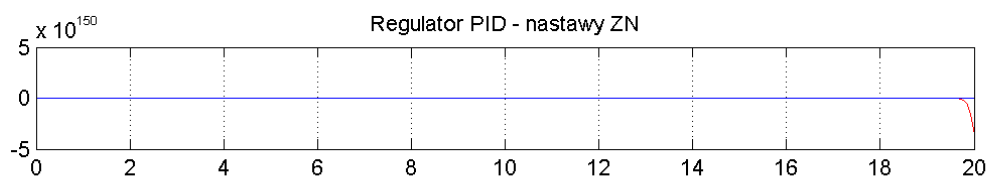
Sygnal sterujący oraz odpowiedź obiektu.



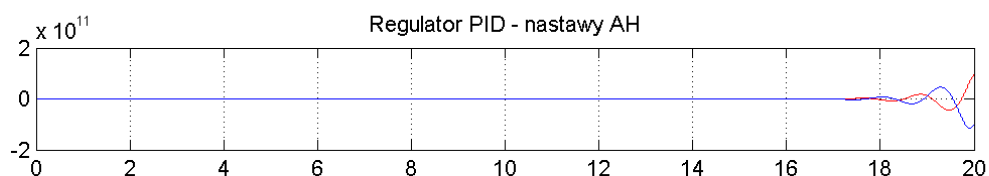
Regulator PI - nastawy ZN



Regulator PID - nastawy ZN

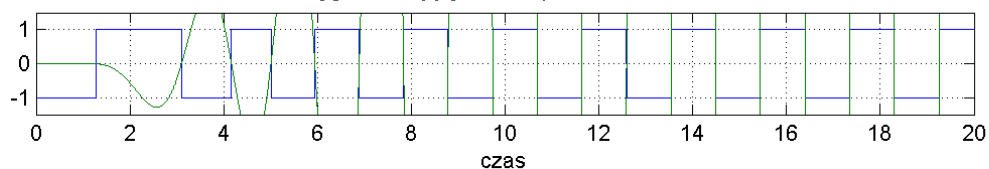


Regulator PID - nastawy AH

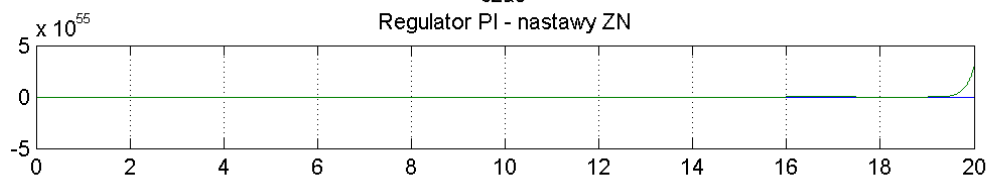


Obiekt G3, $T = 0.1$

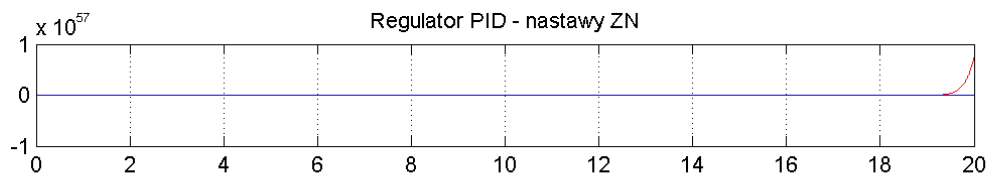
Sygnal sterujący oraz odpowiedź obiektu.



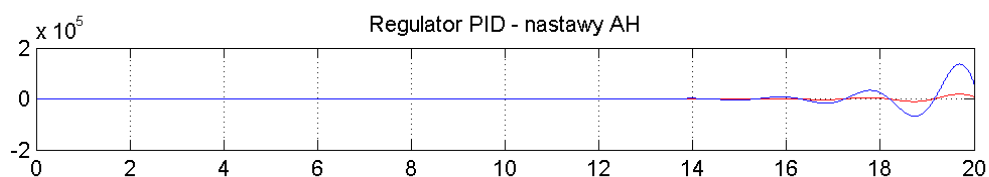
Regulator PI - nastawy ZN



Regulator PID - nastawy ZN

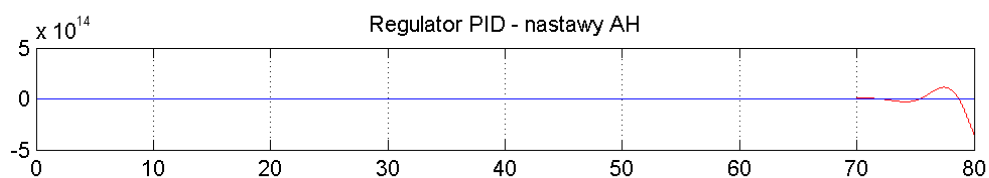
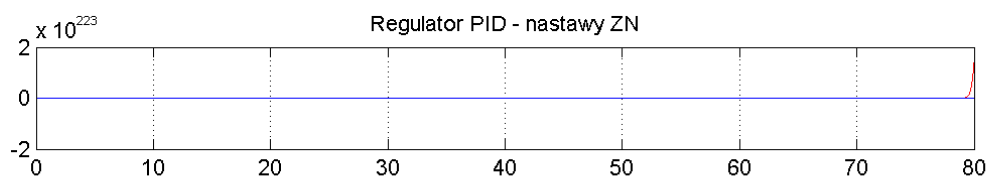
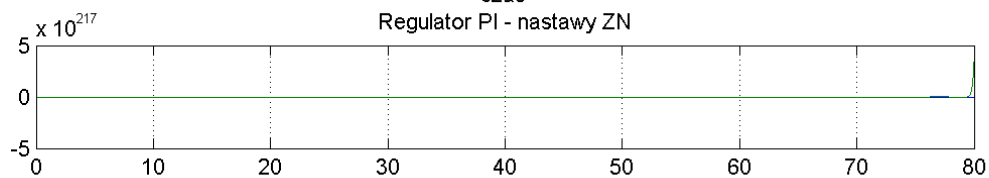
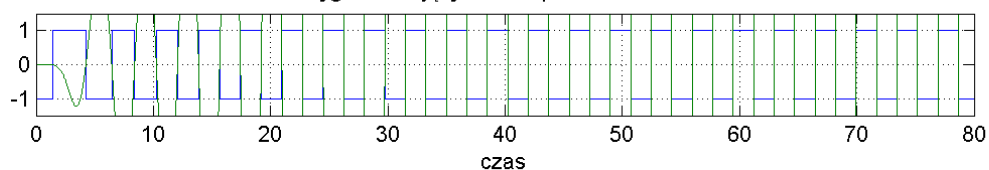


Regulator PID - nastawy AH



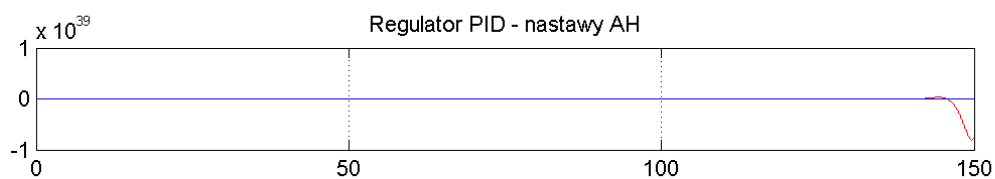
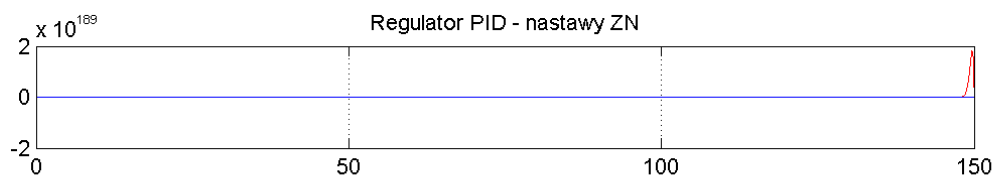
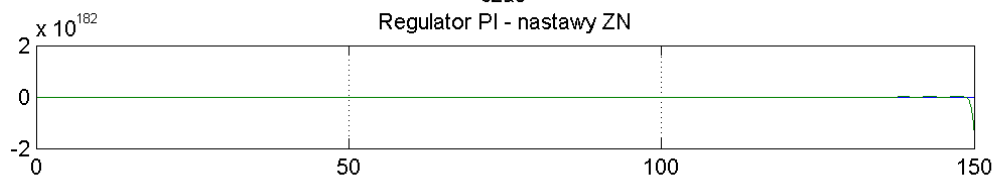
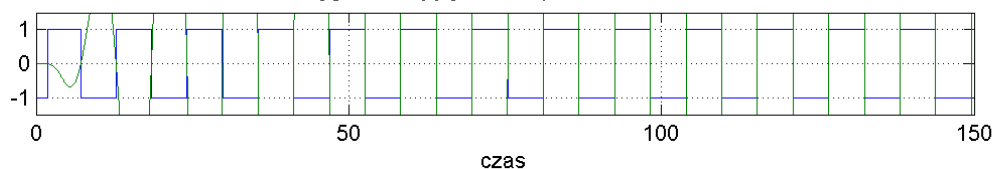
Obiekt G3, $T = 0.2$

Sygnal sterujący oraz odpowiedź obiektu.

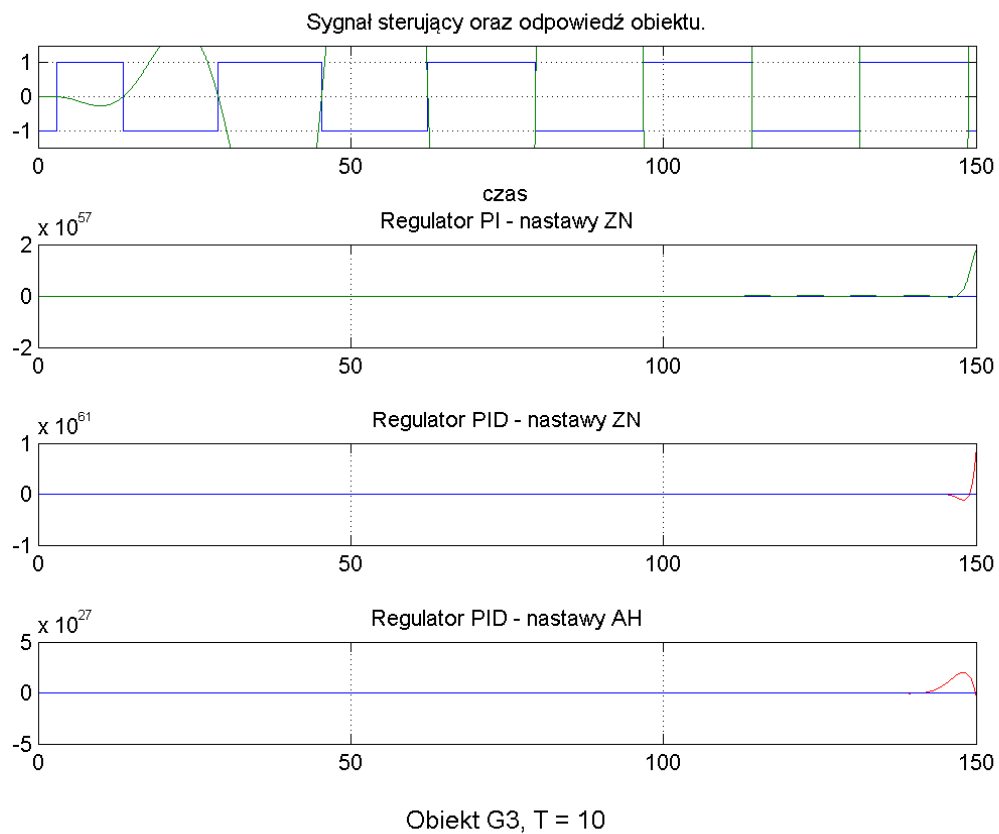
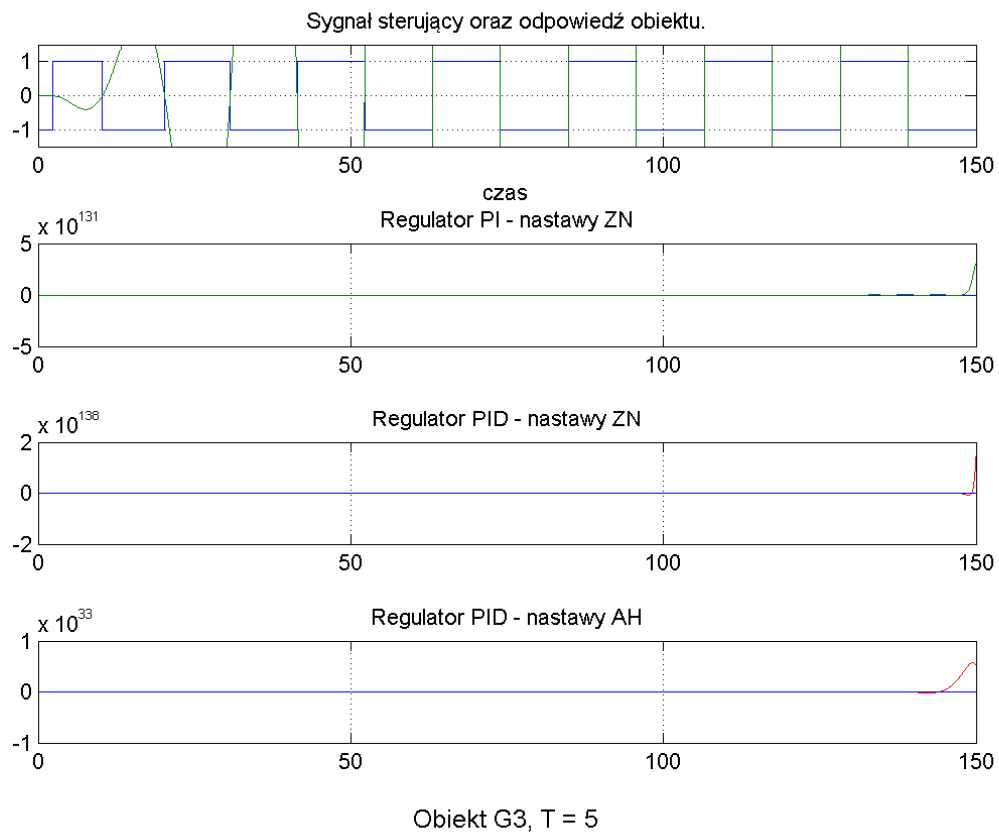


Obiekt G3, $T = 0.5$

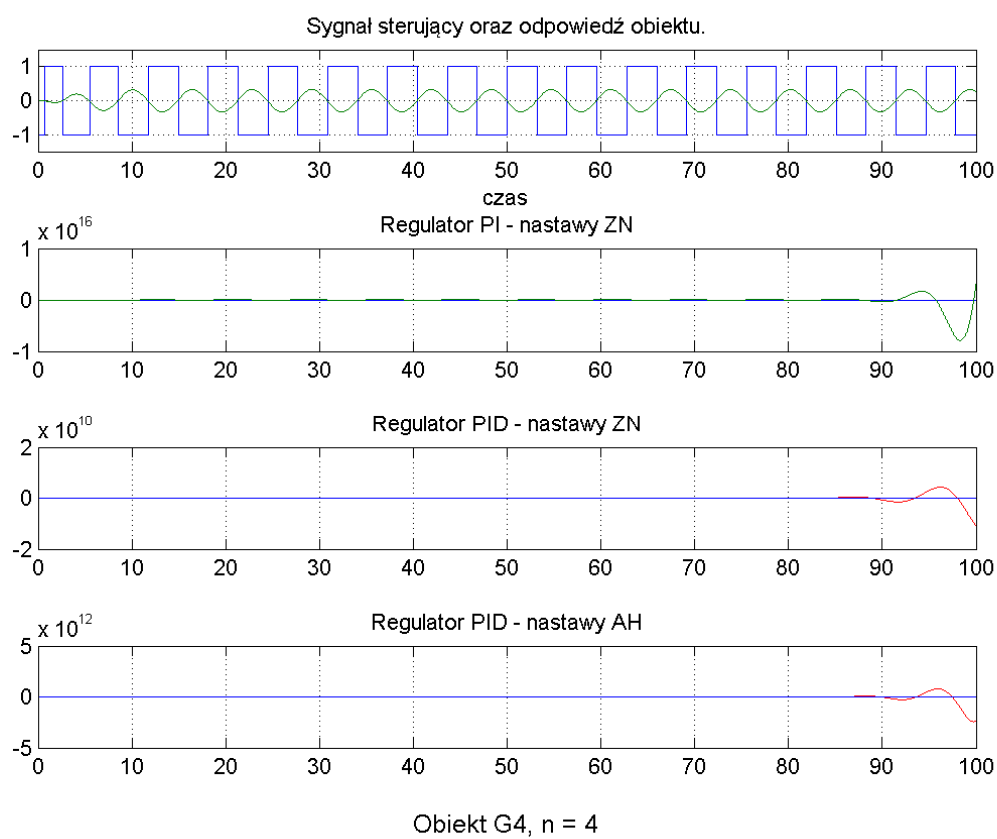
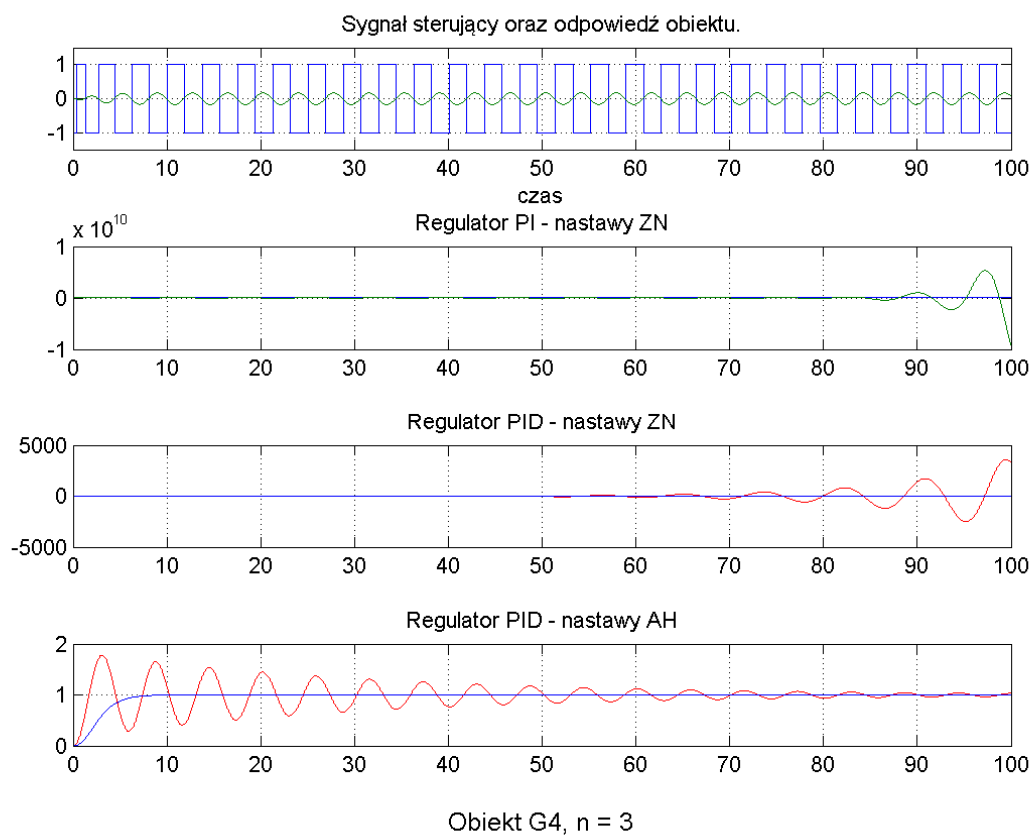
Sygnal sterujący oraz odpowiedź obiektu.

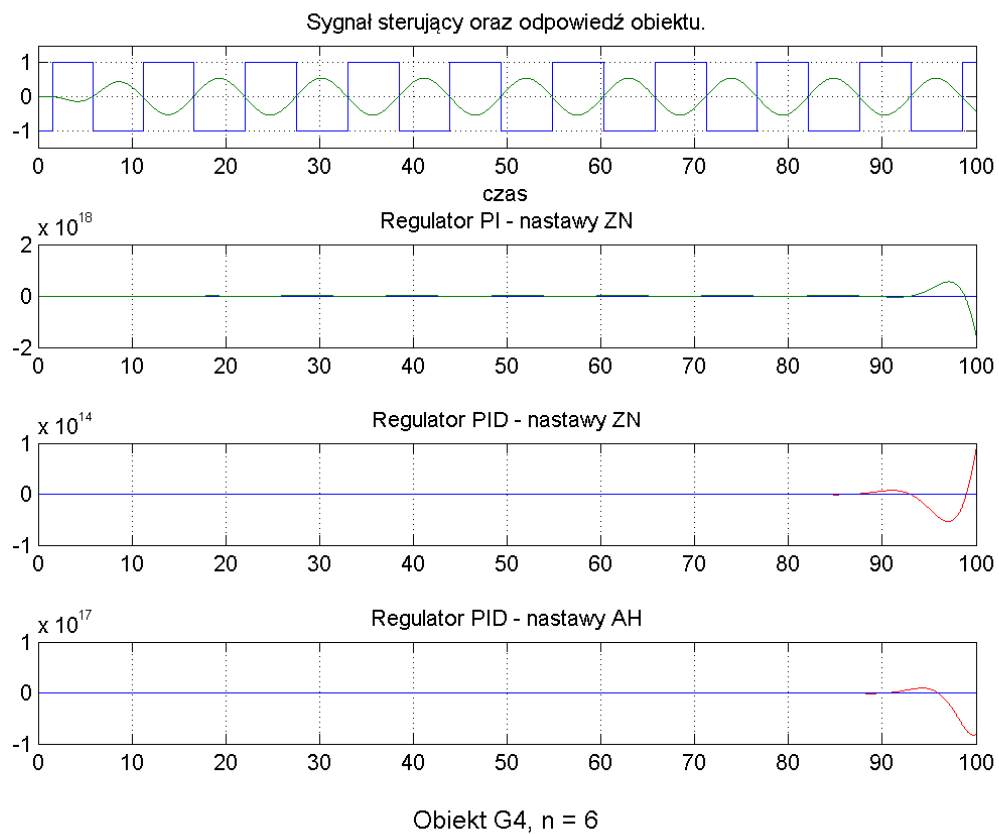
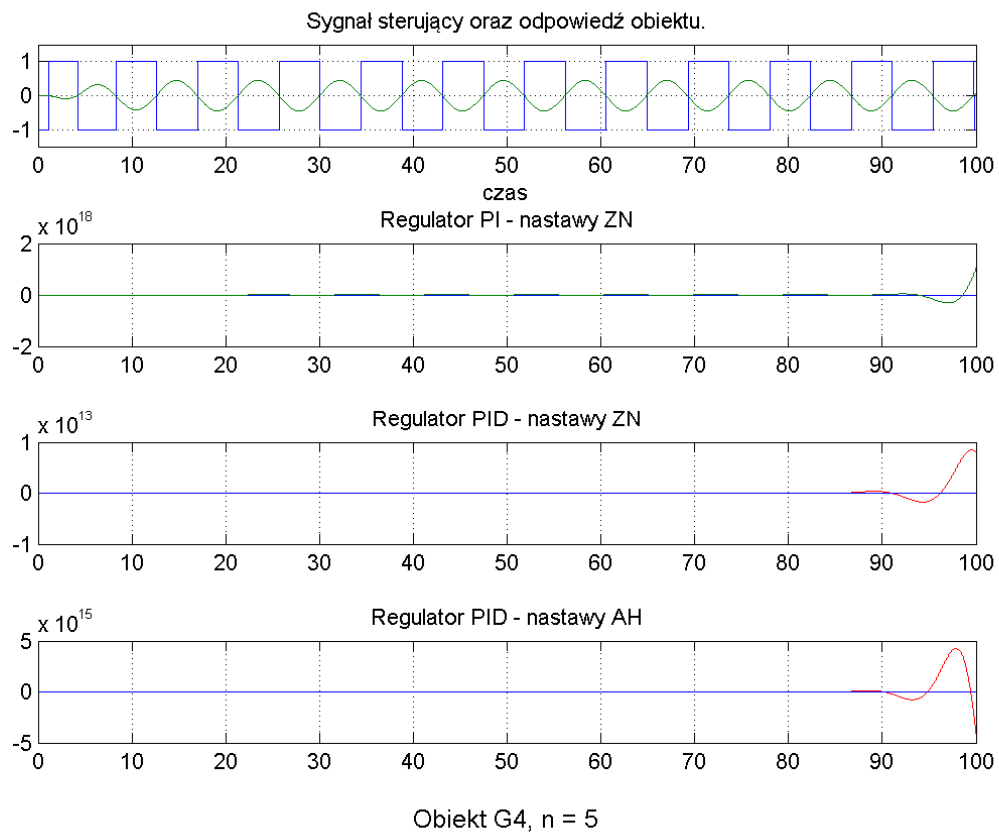


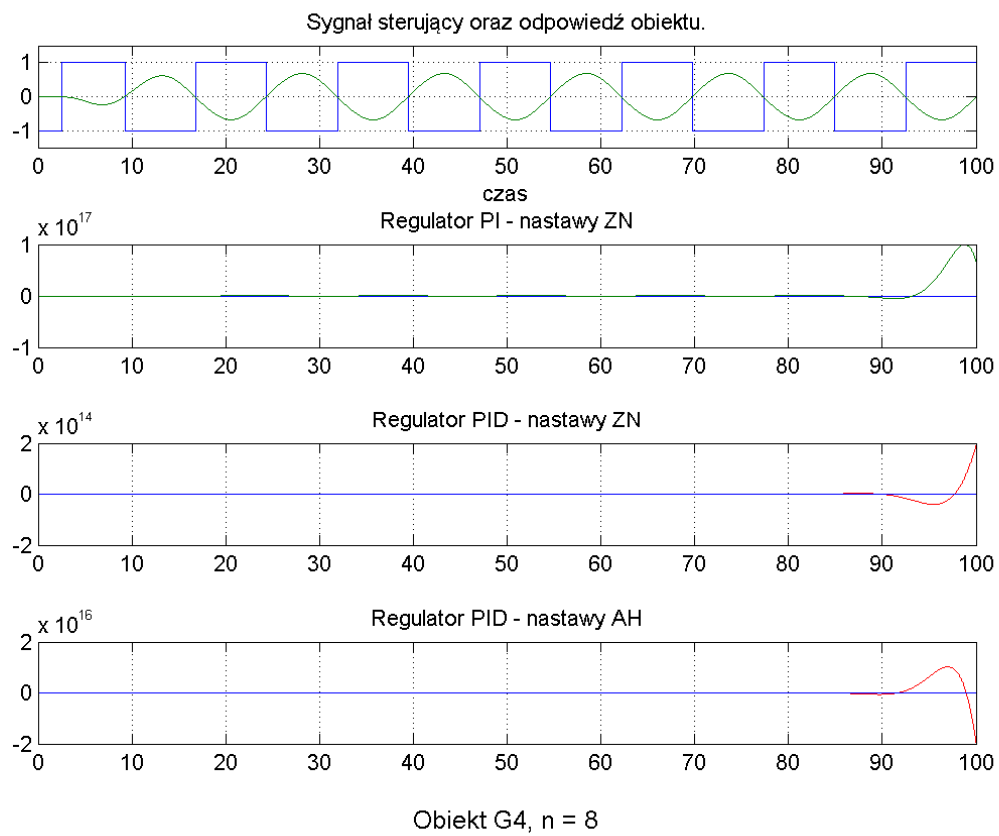
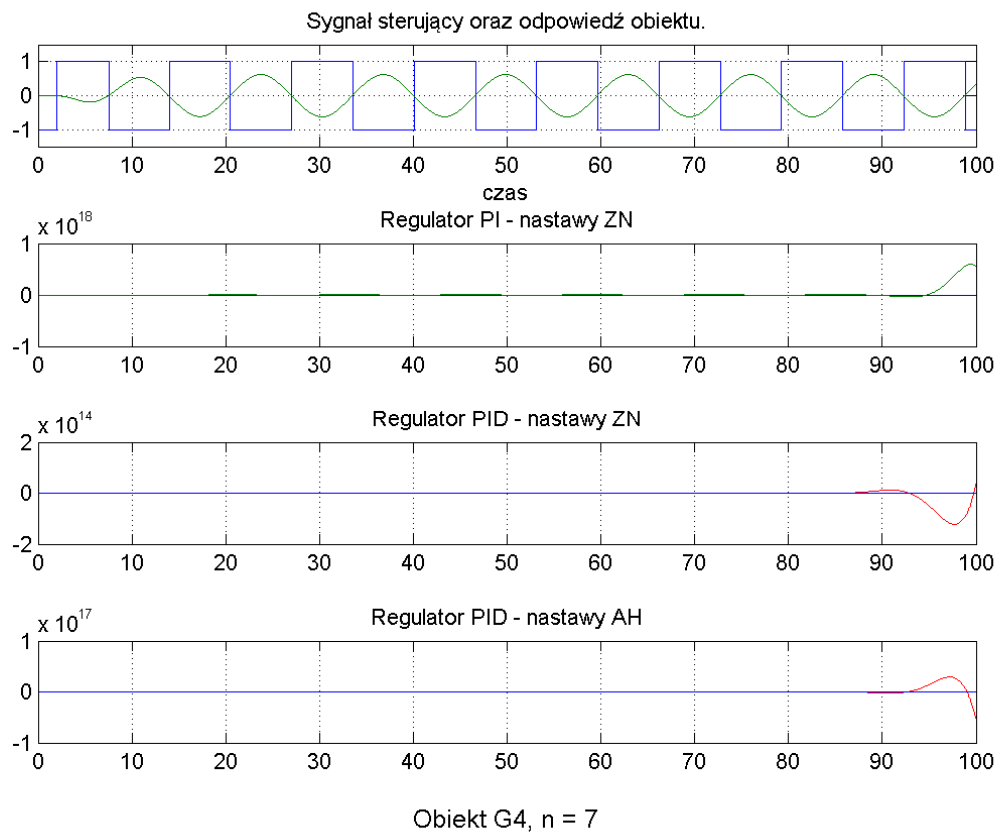
Obiekt G3, $T = 2$



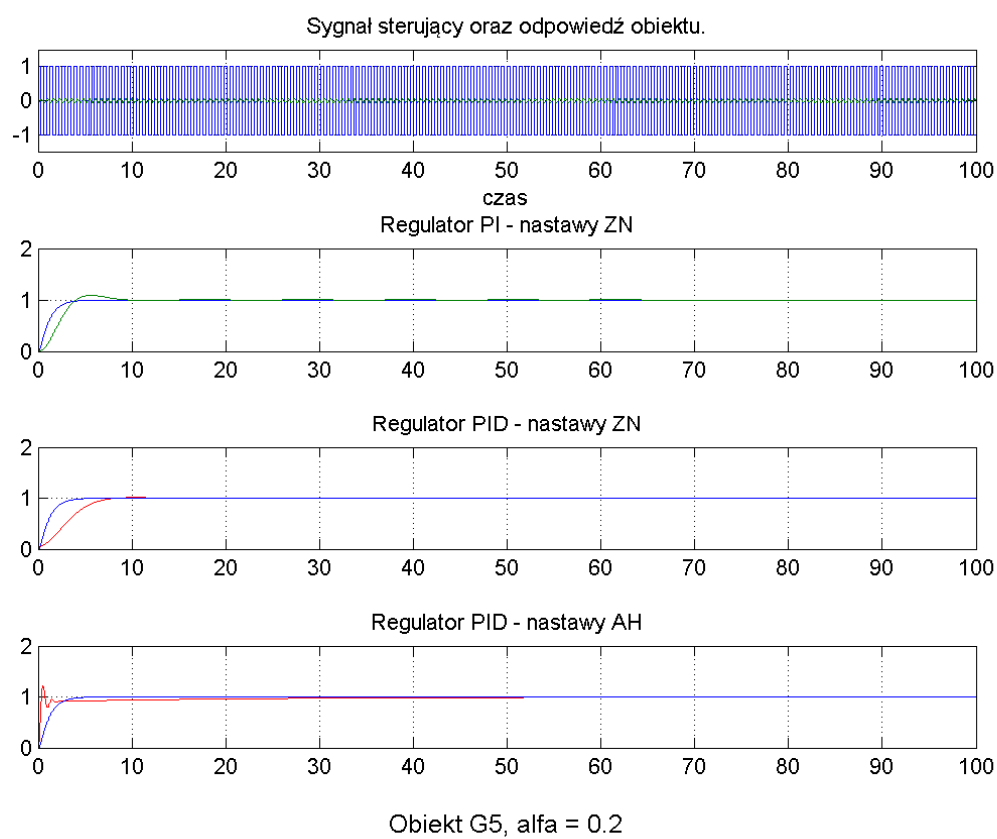
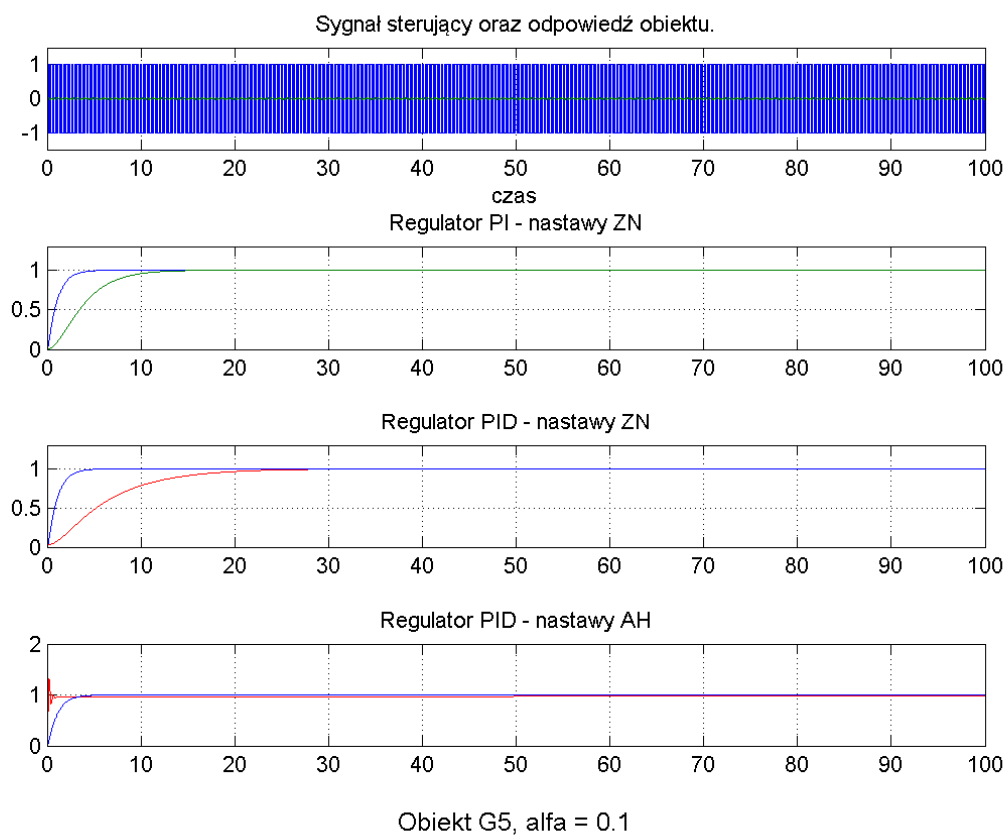
Obiekt 3.4.

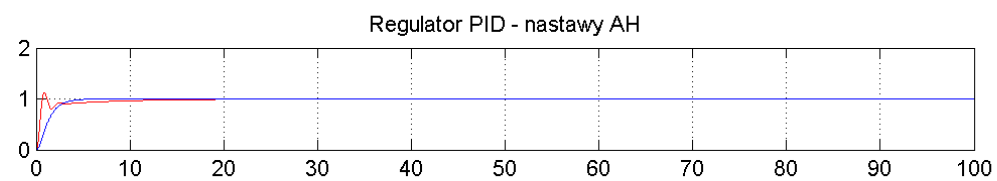
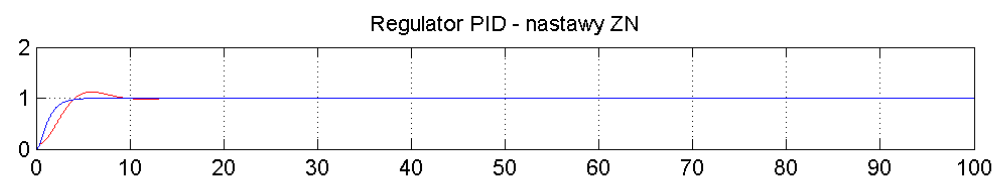
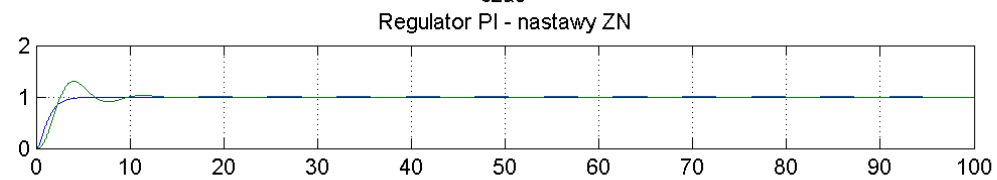
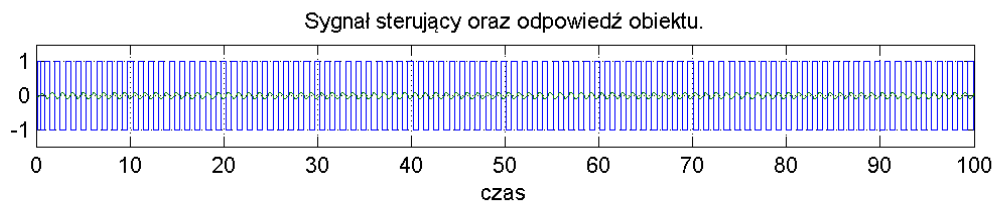




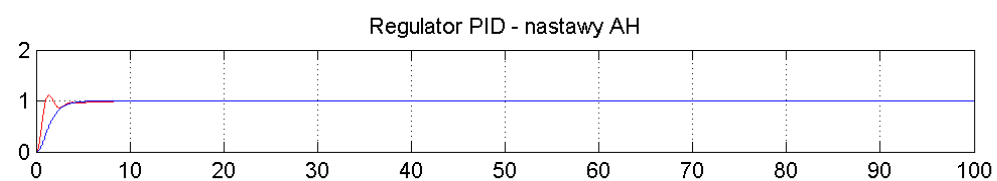
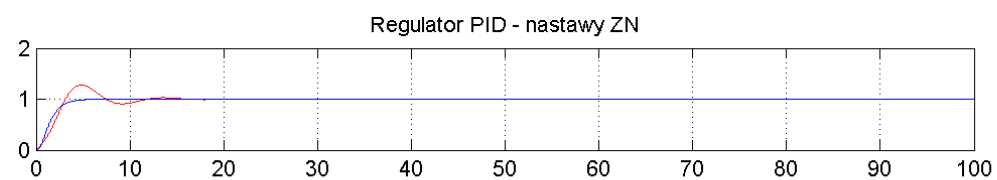
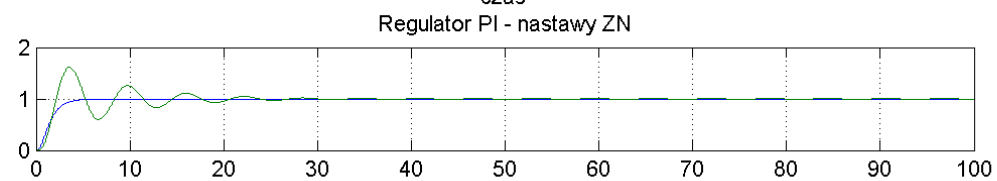
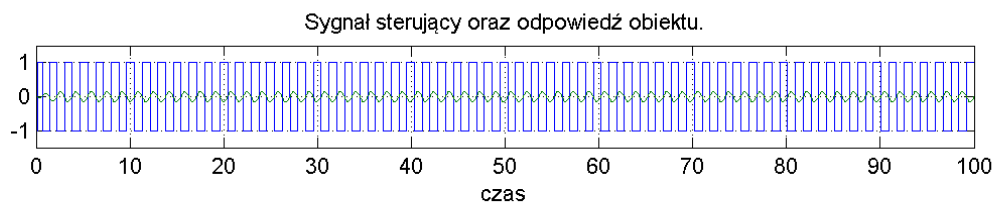


Obiekt 3.5.

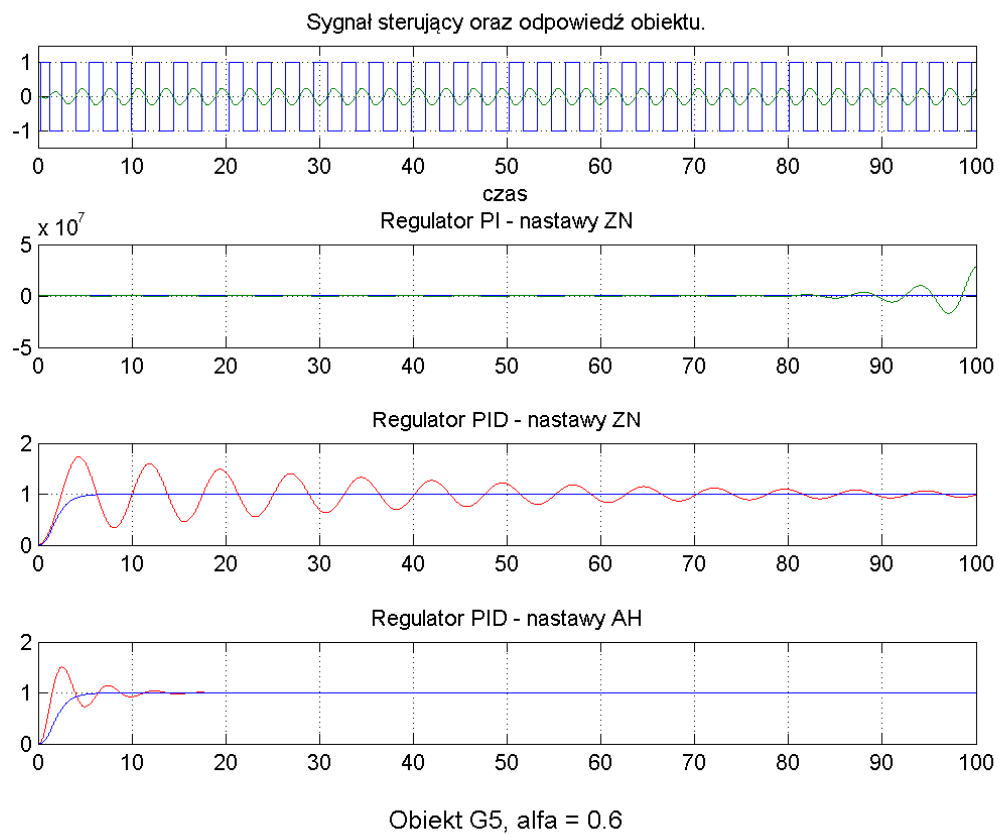
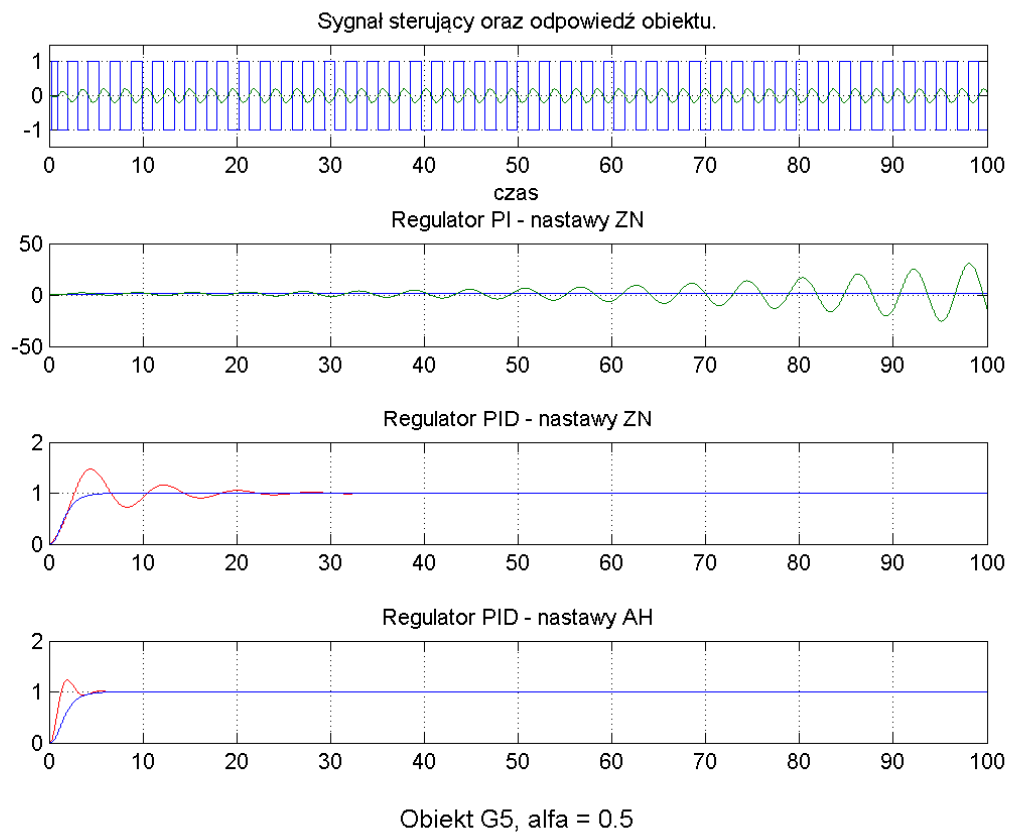


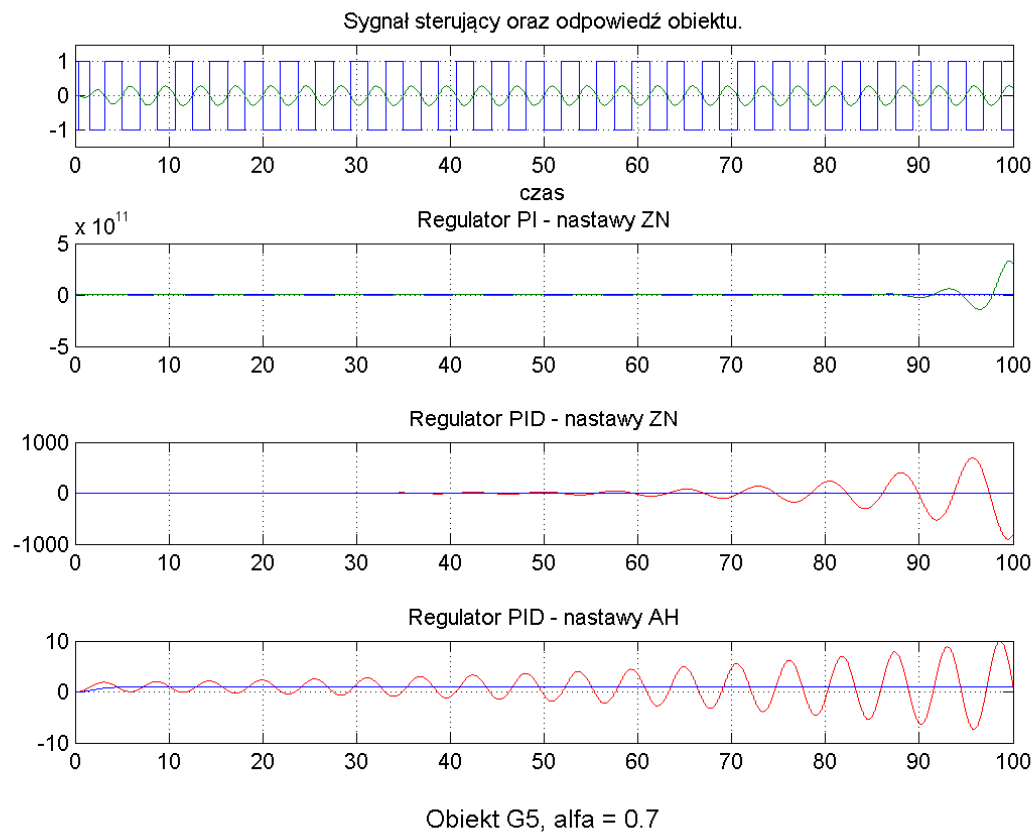


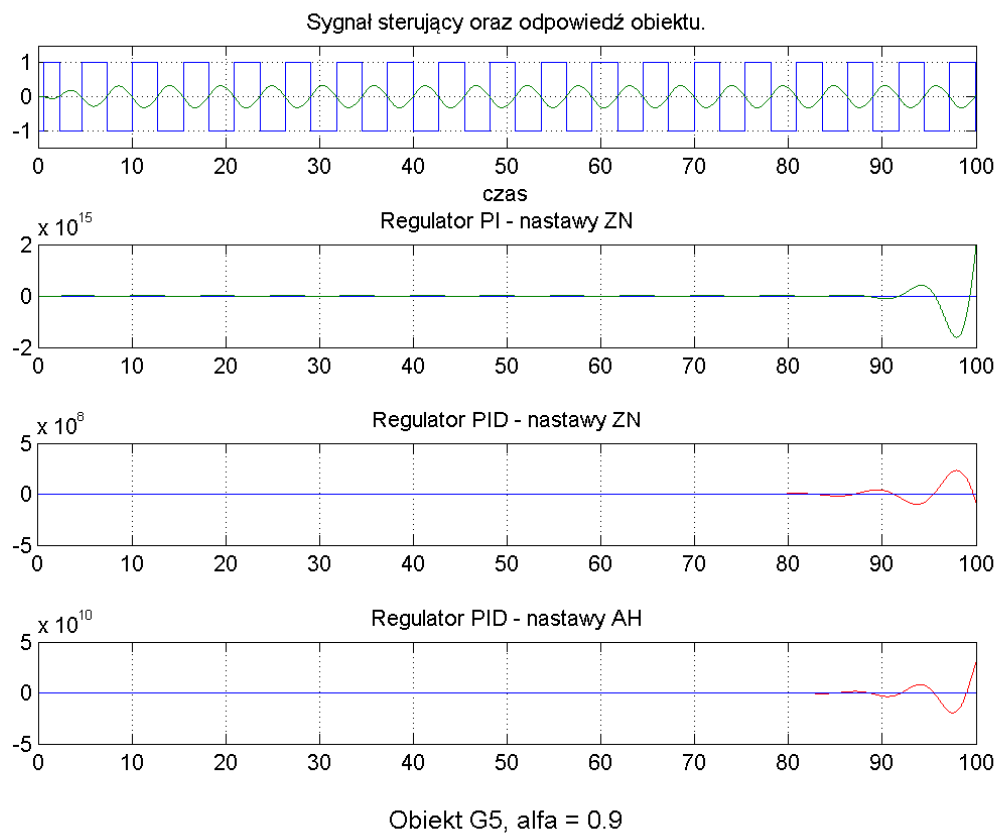
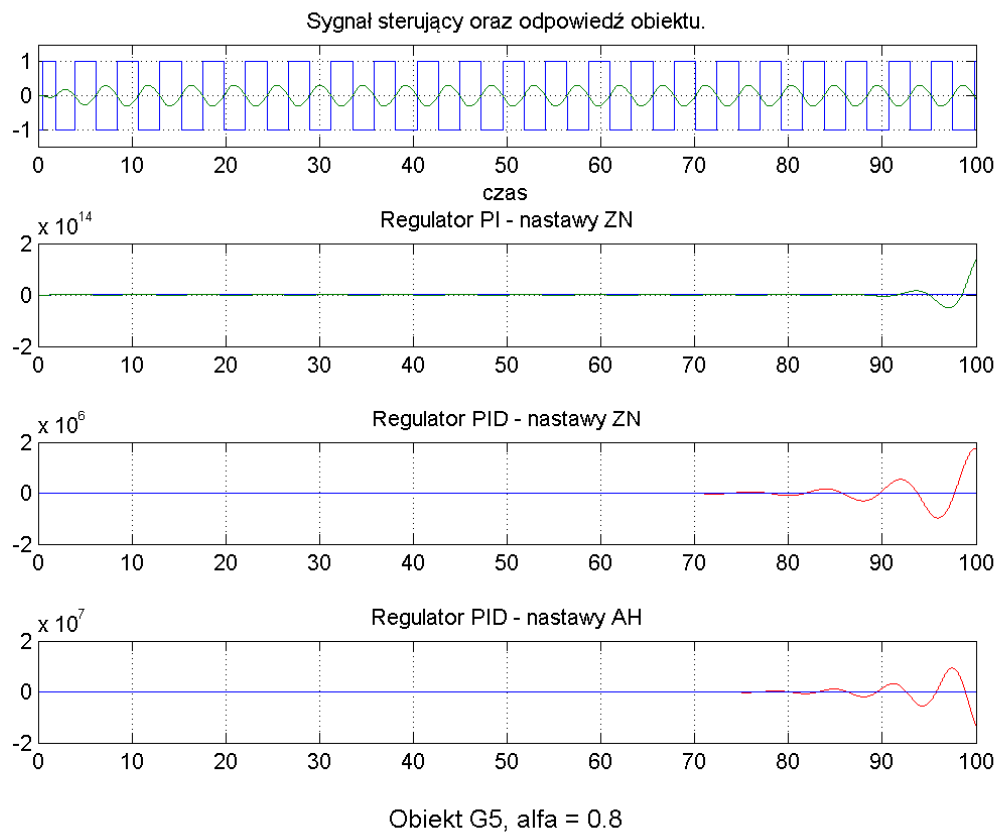
Obiekt G5, alfa = 0.3



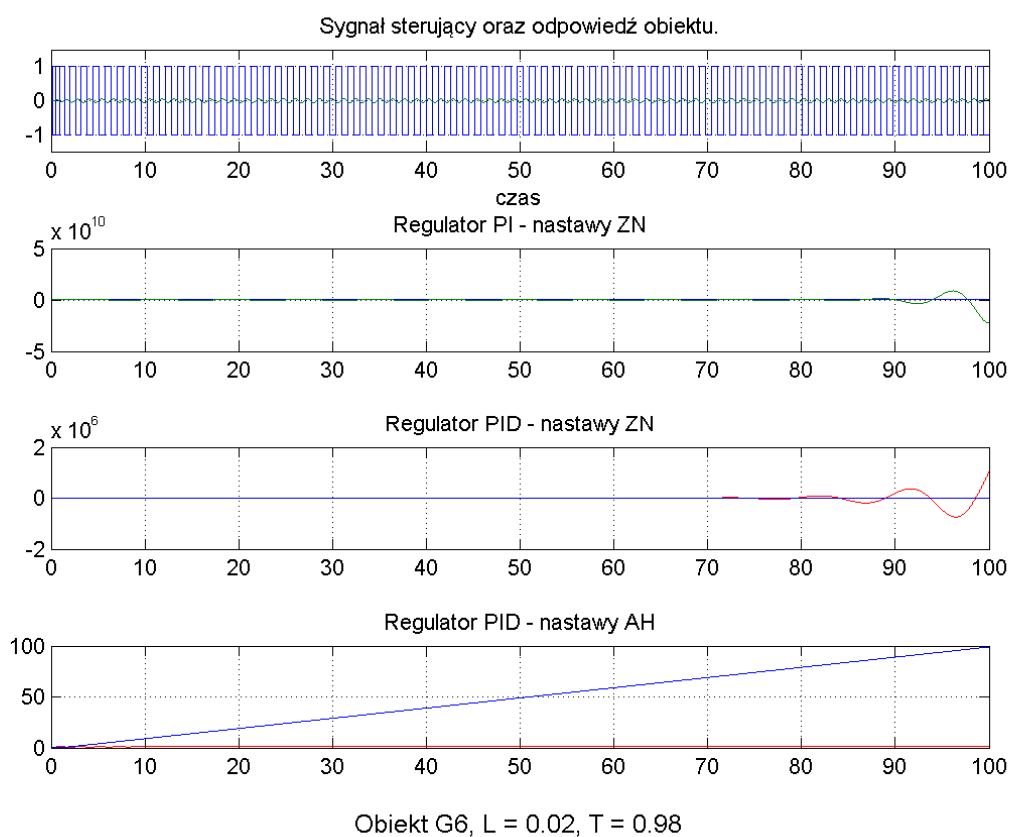
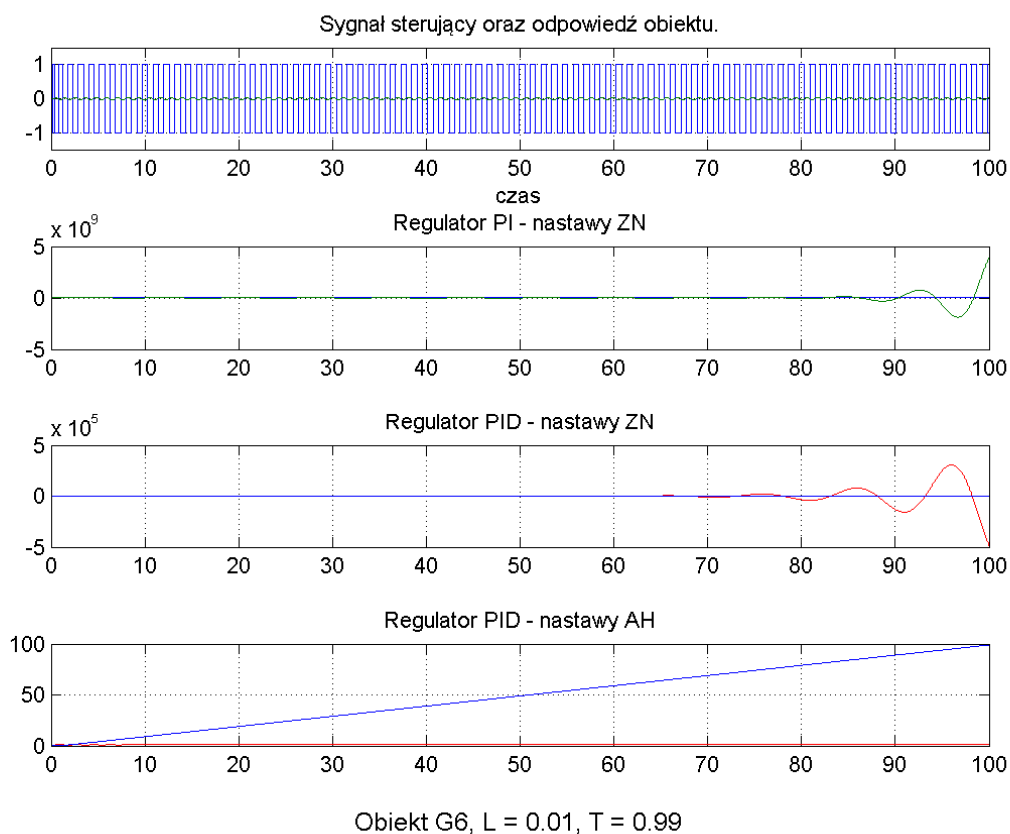
Obiekt G5, alfa = 0.4

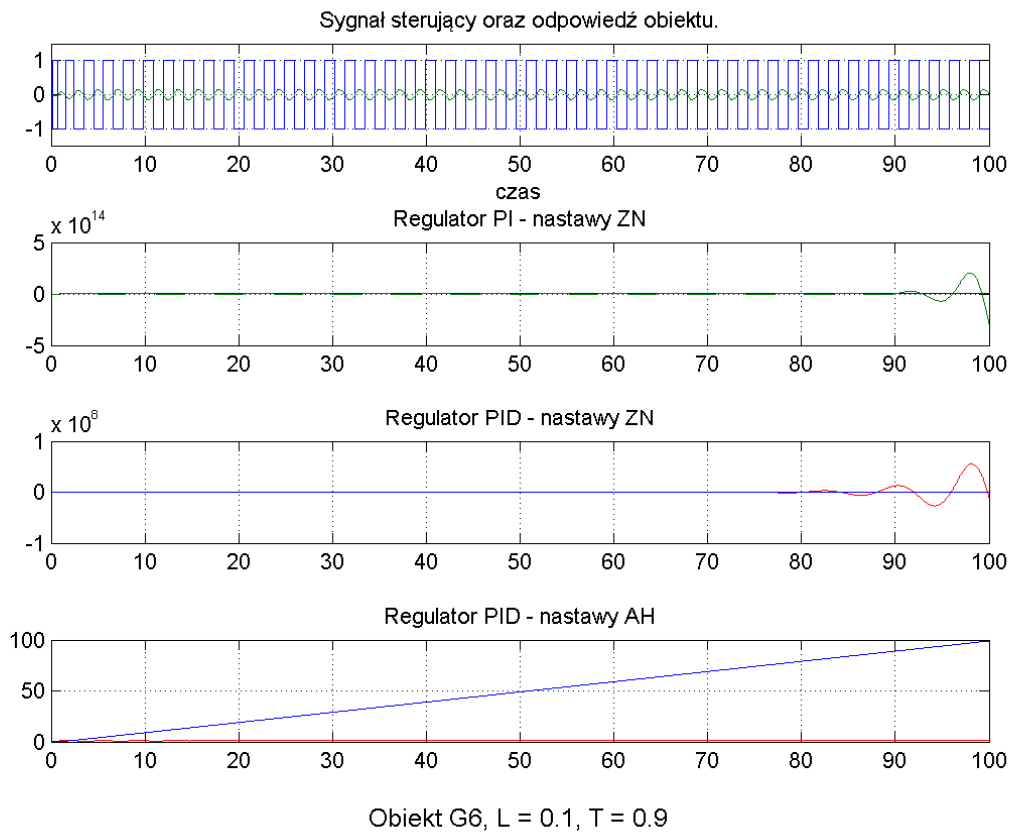
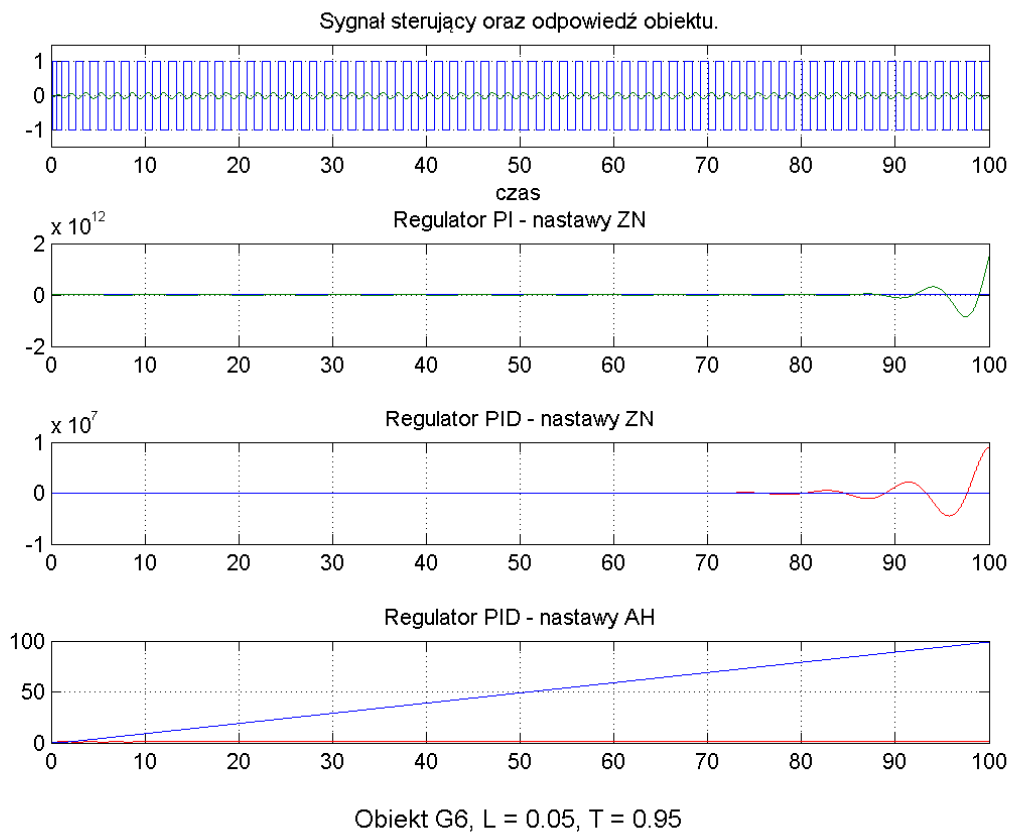


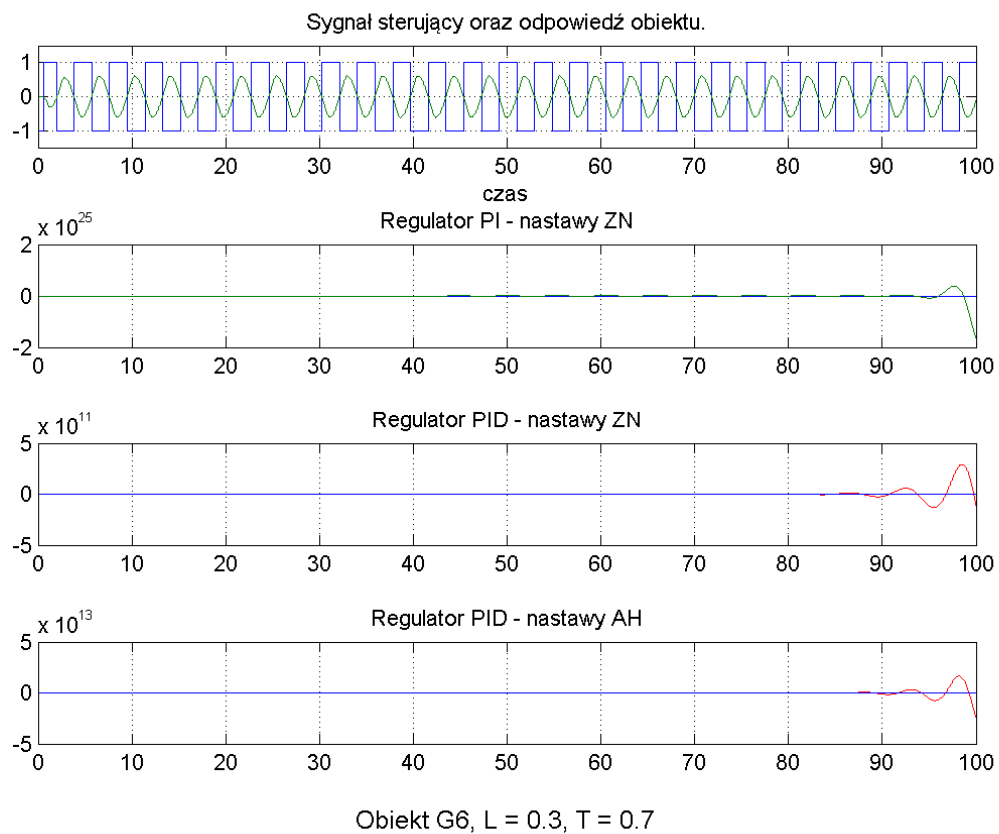
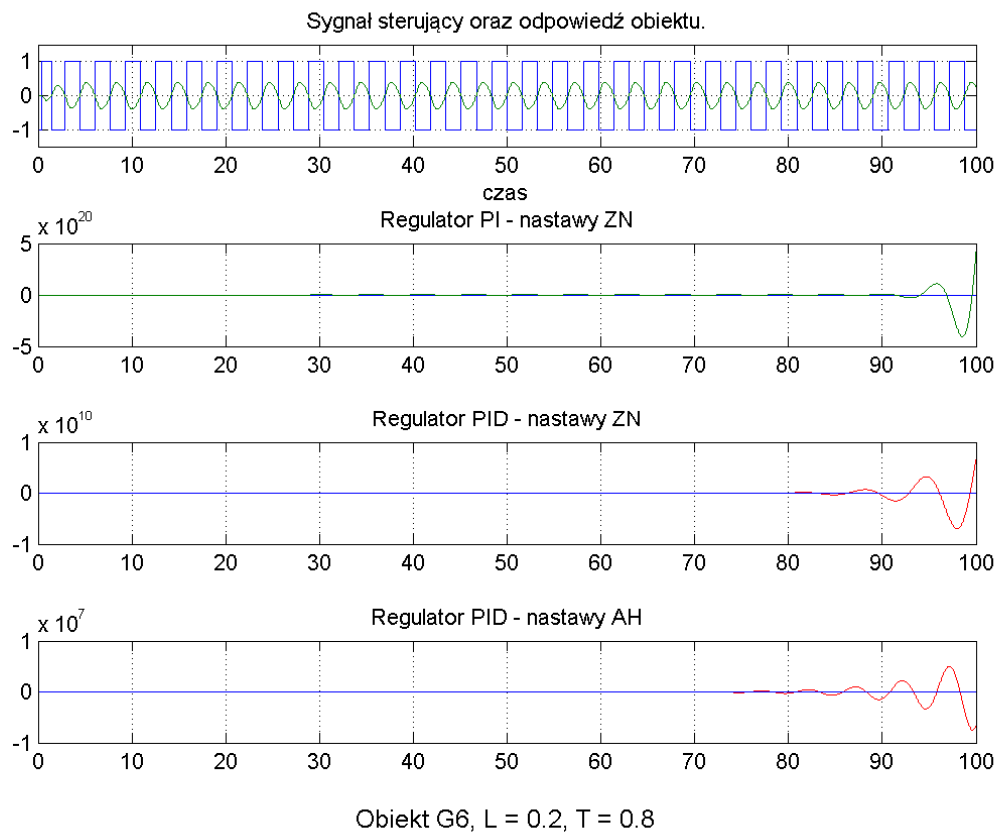


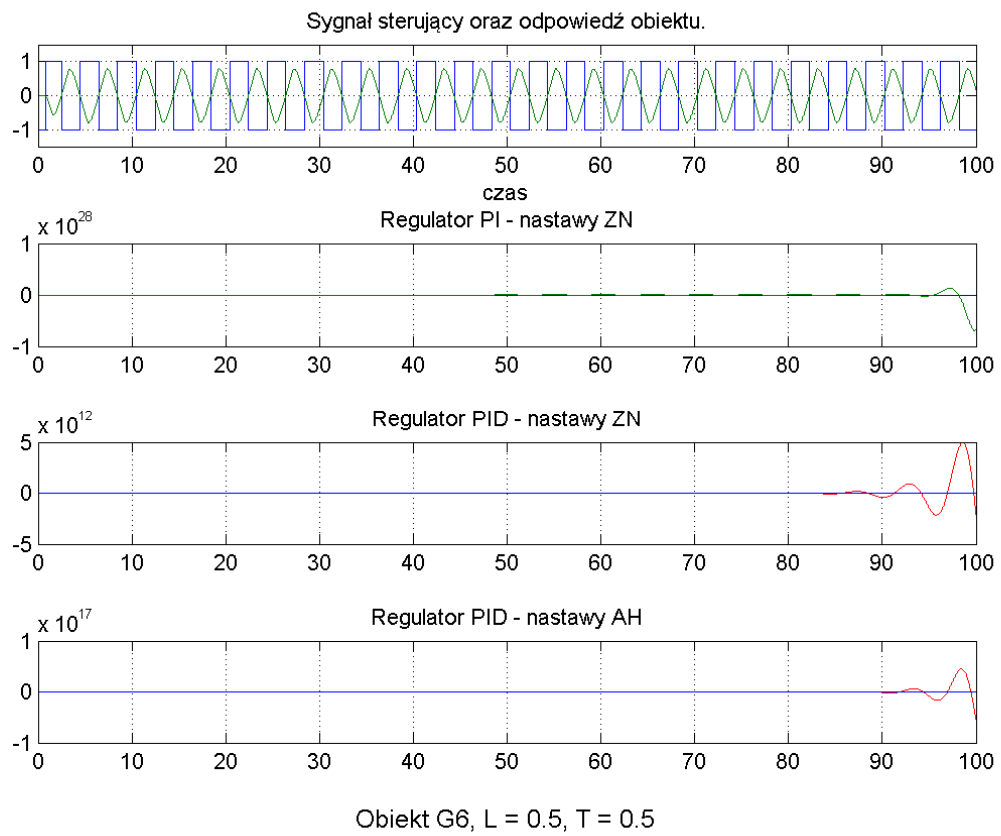


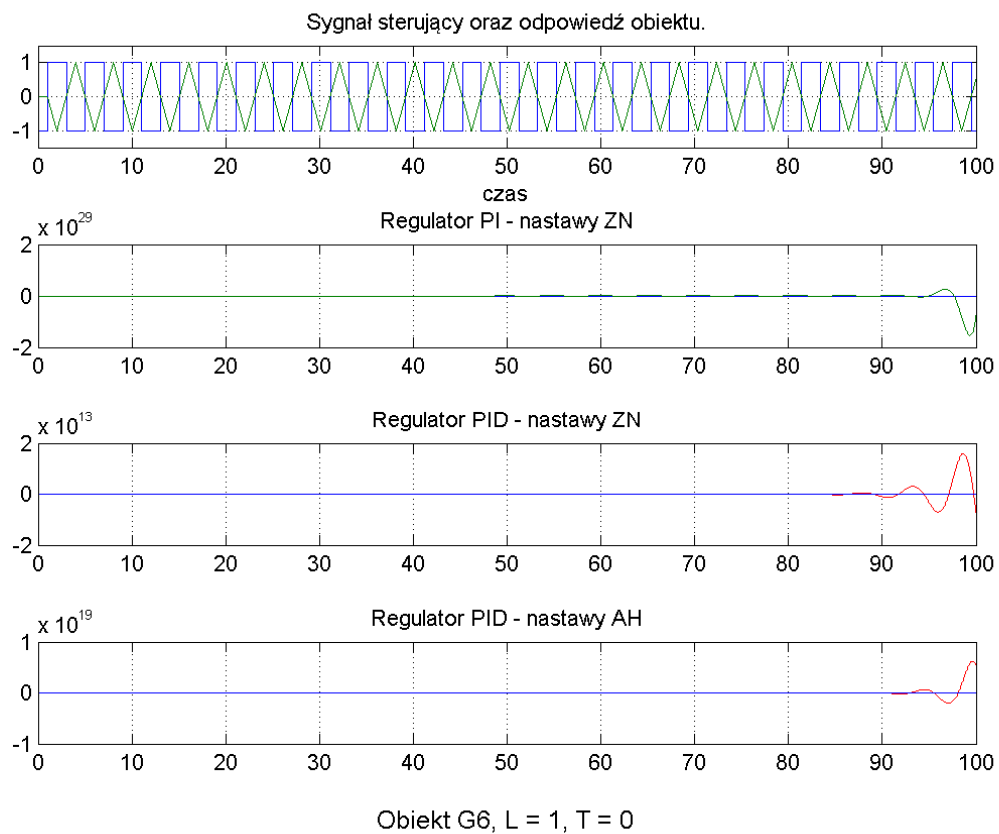
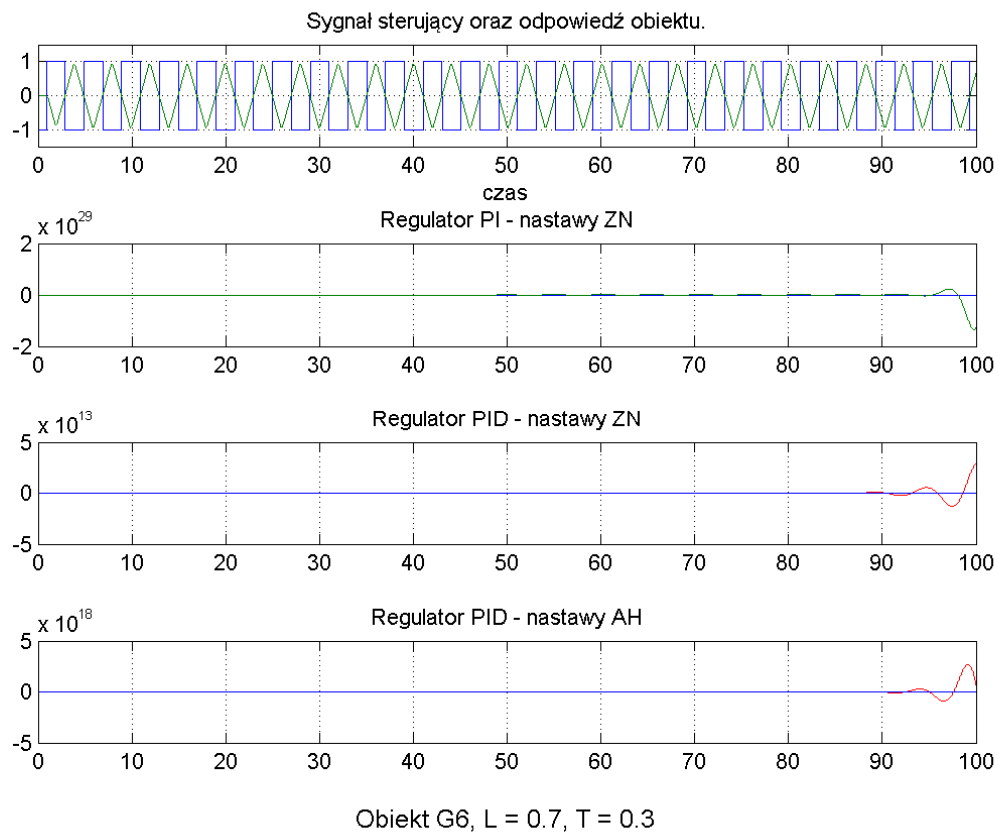
Obiekt 3.6.



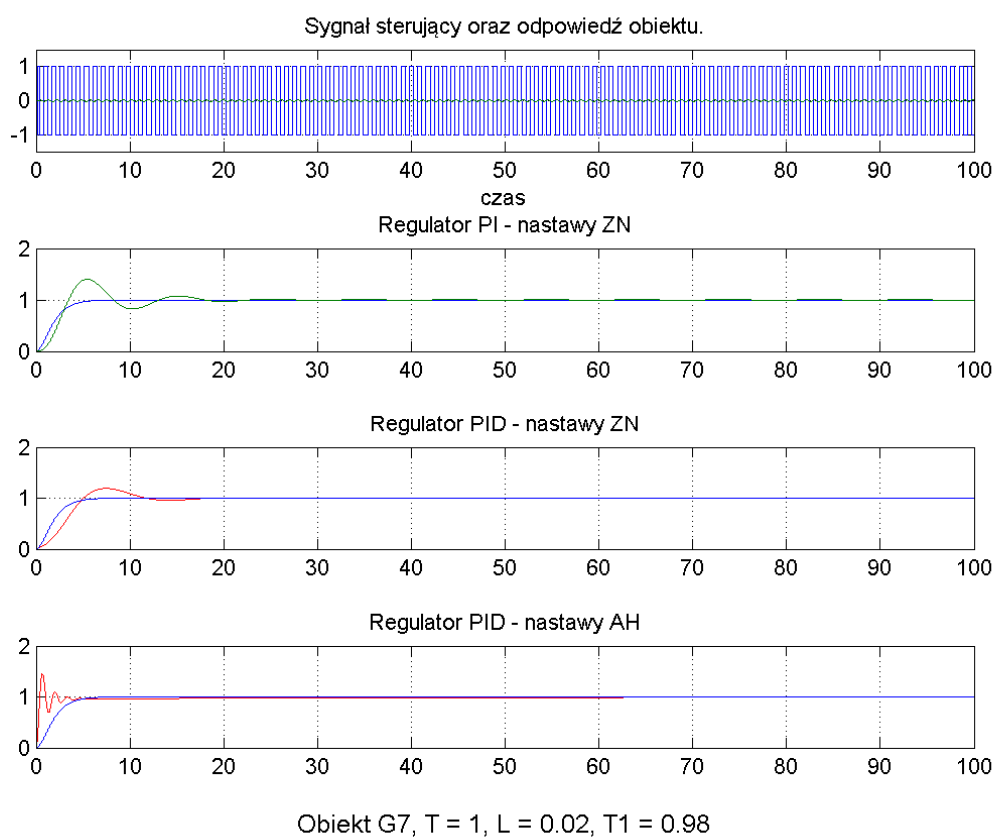
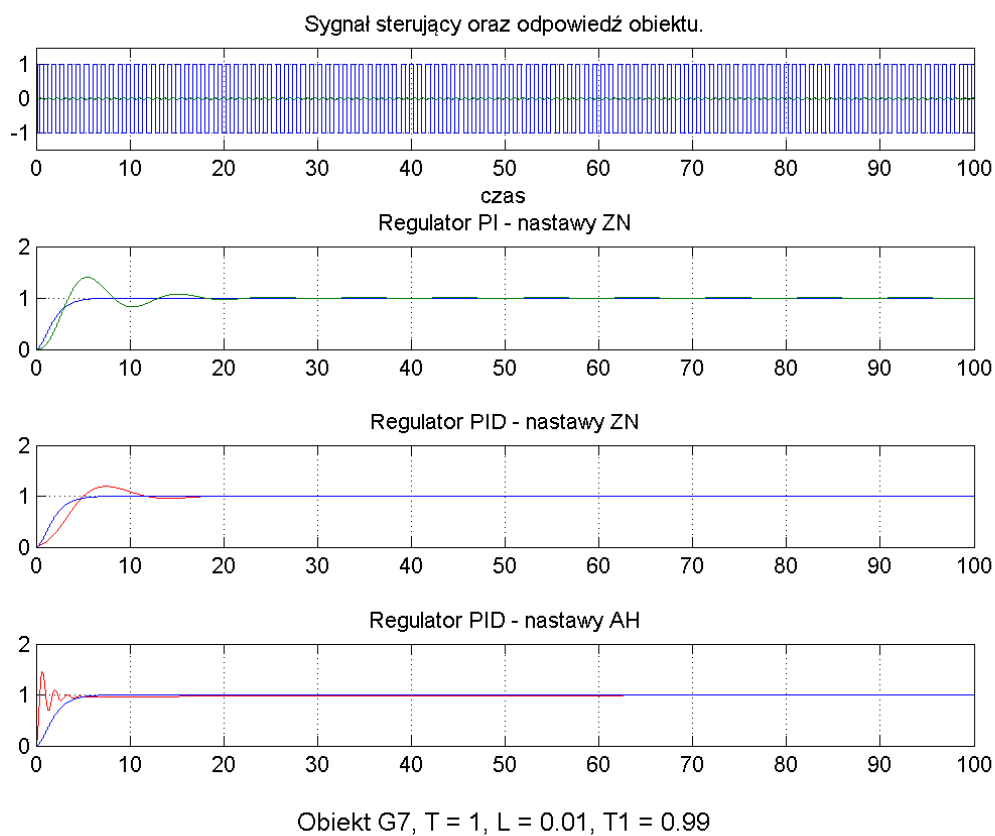


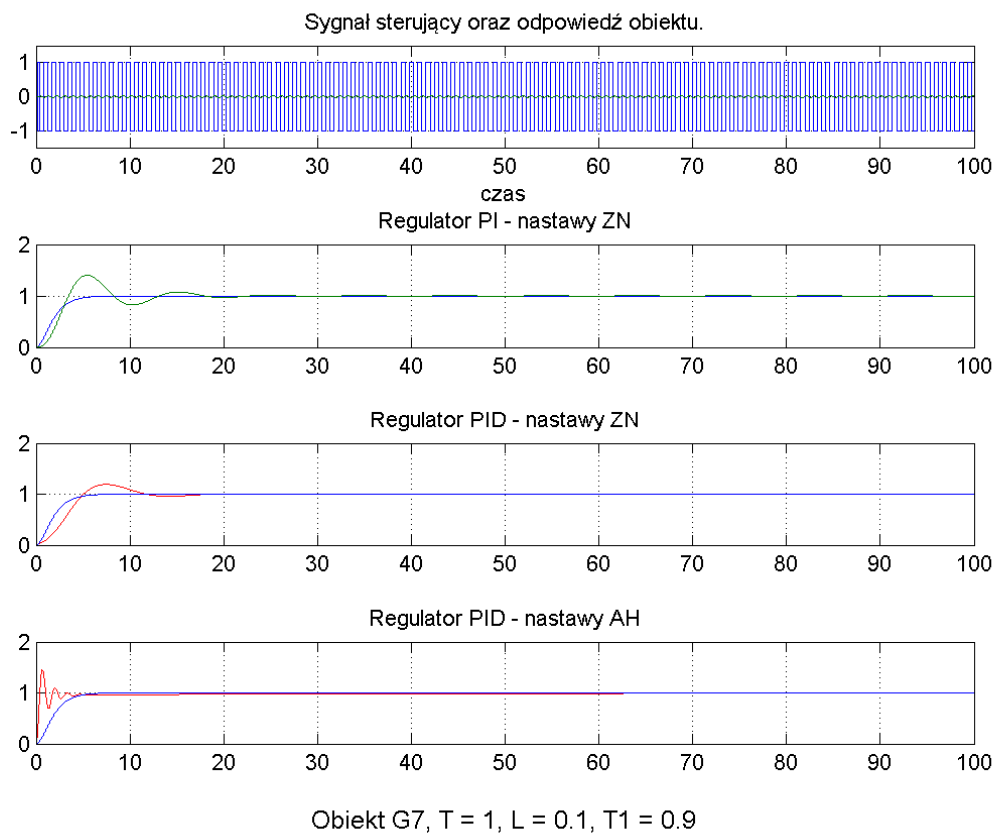
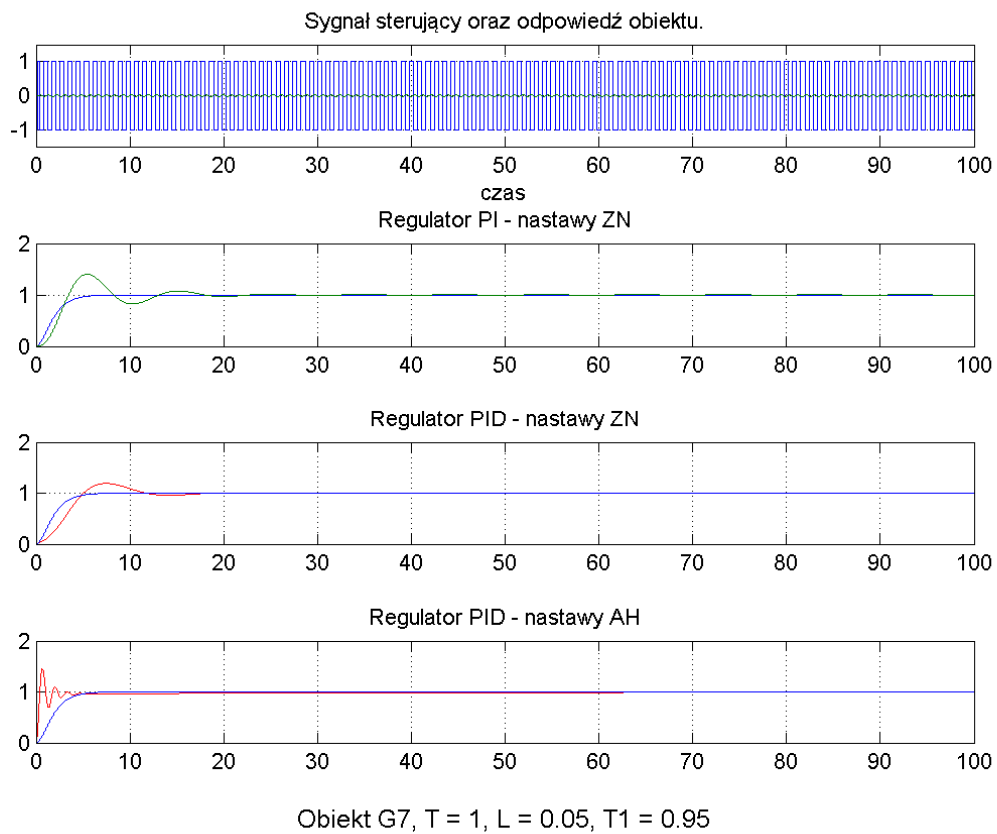


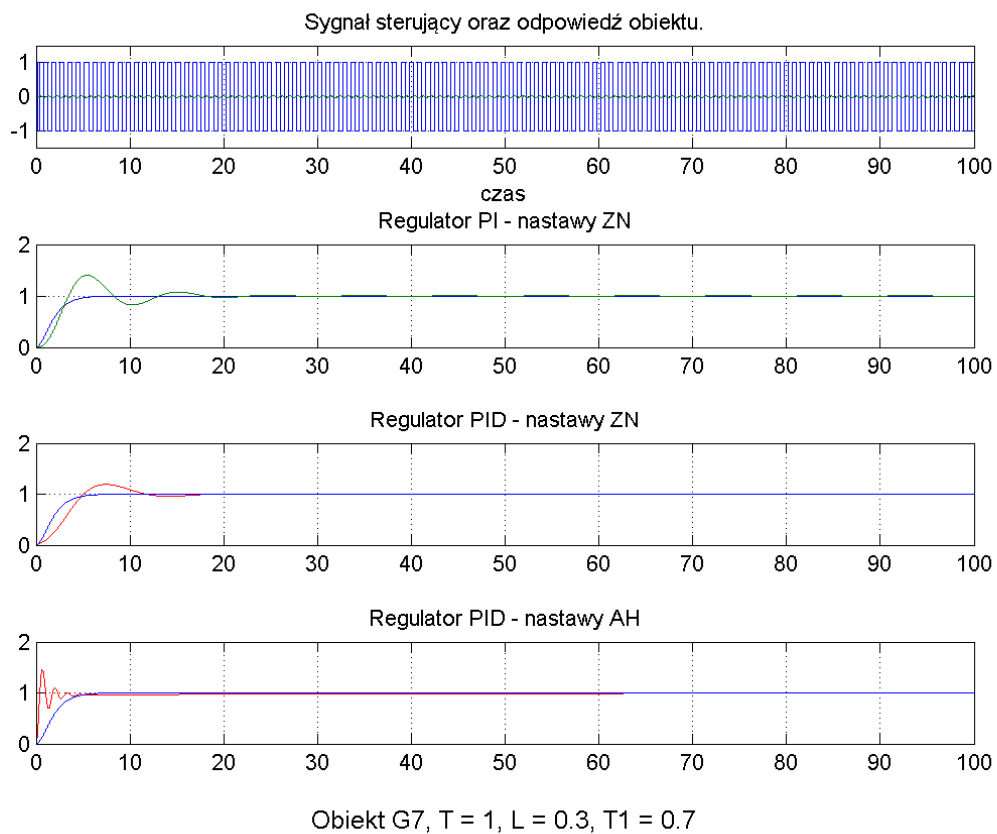
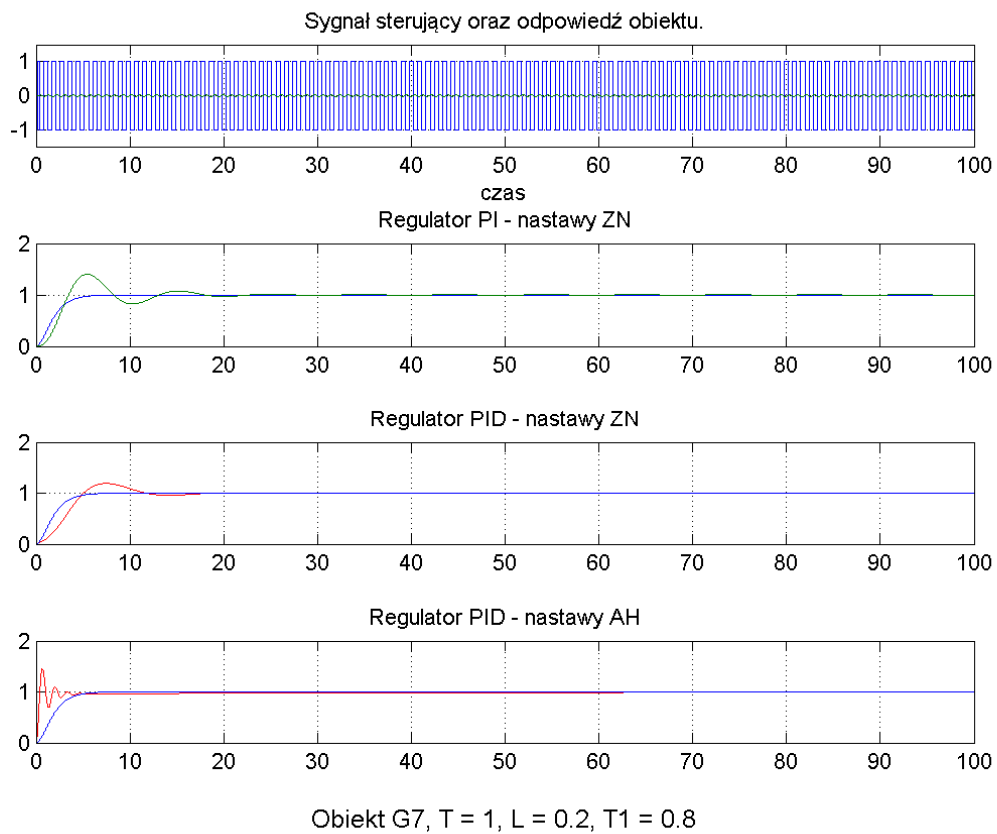


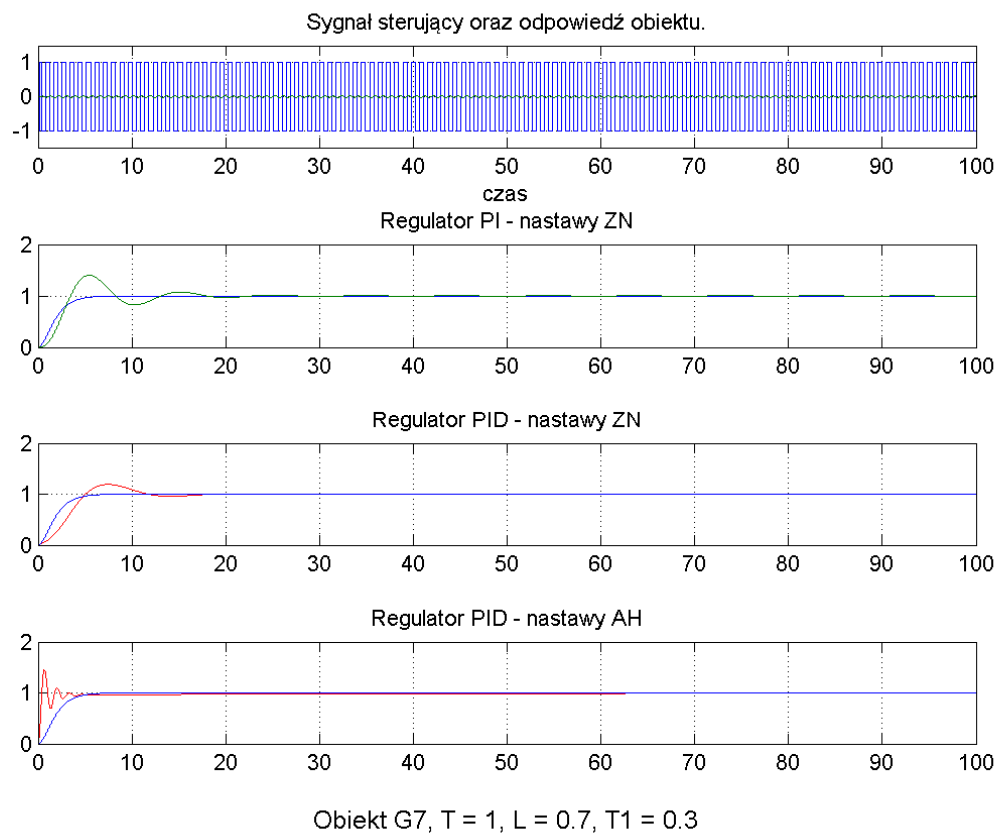
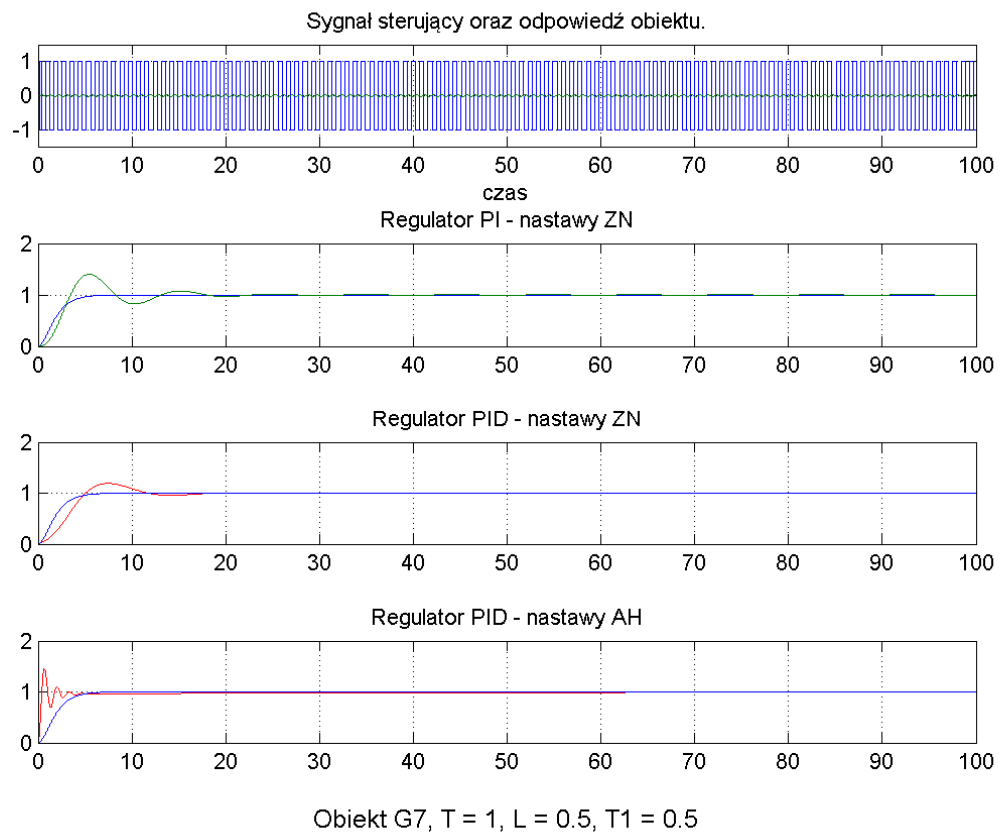


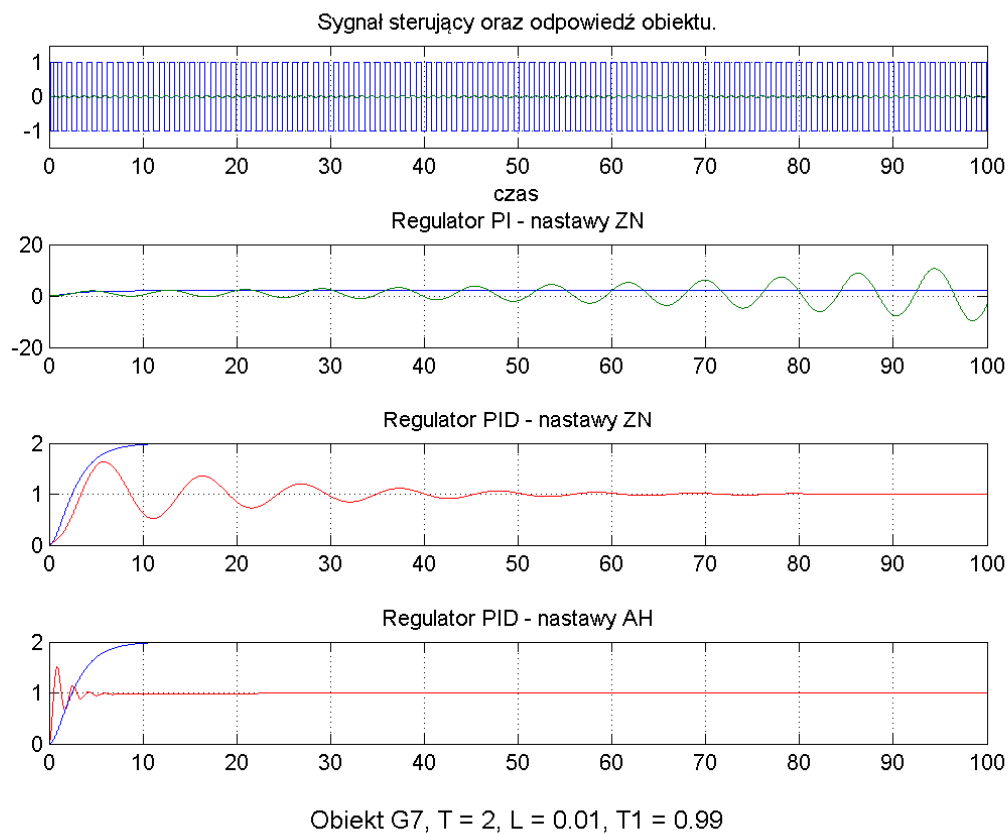
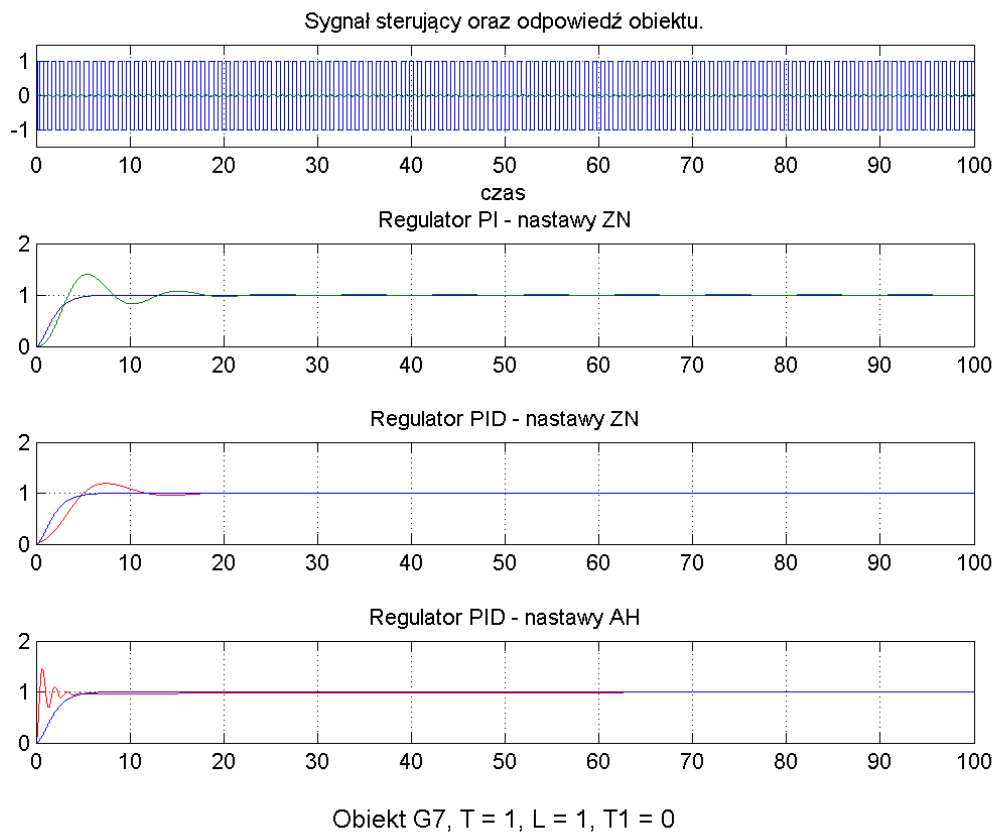
Obiekt 3.7.

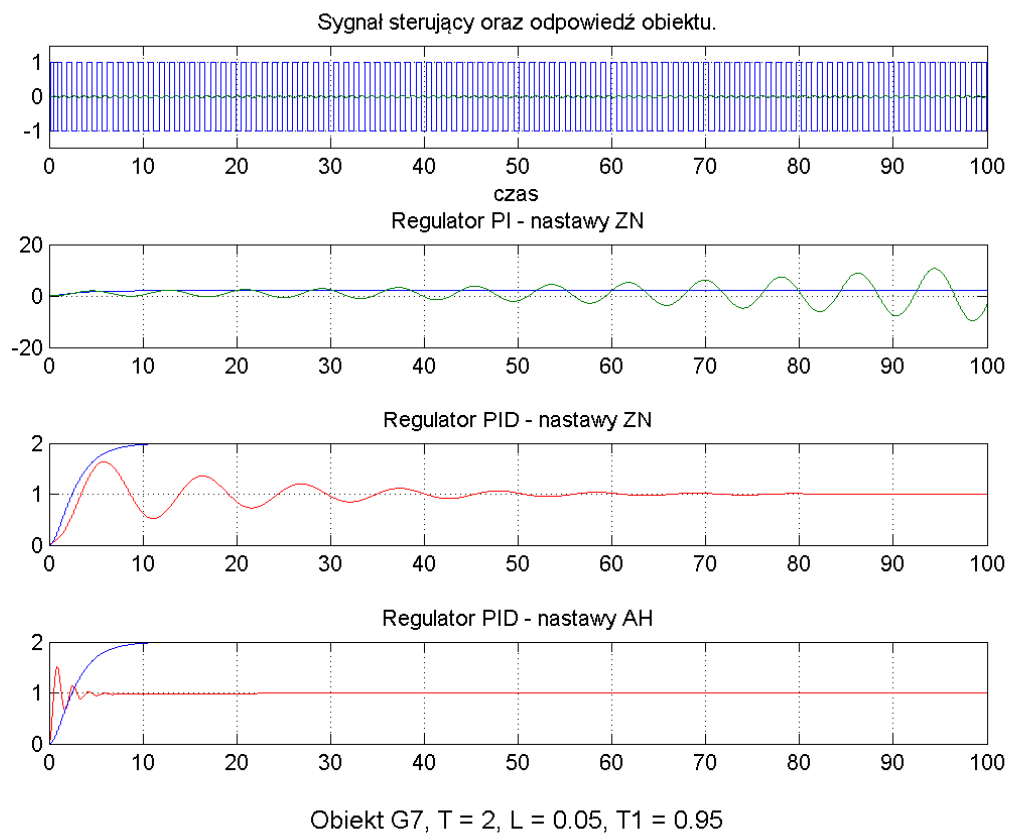
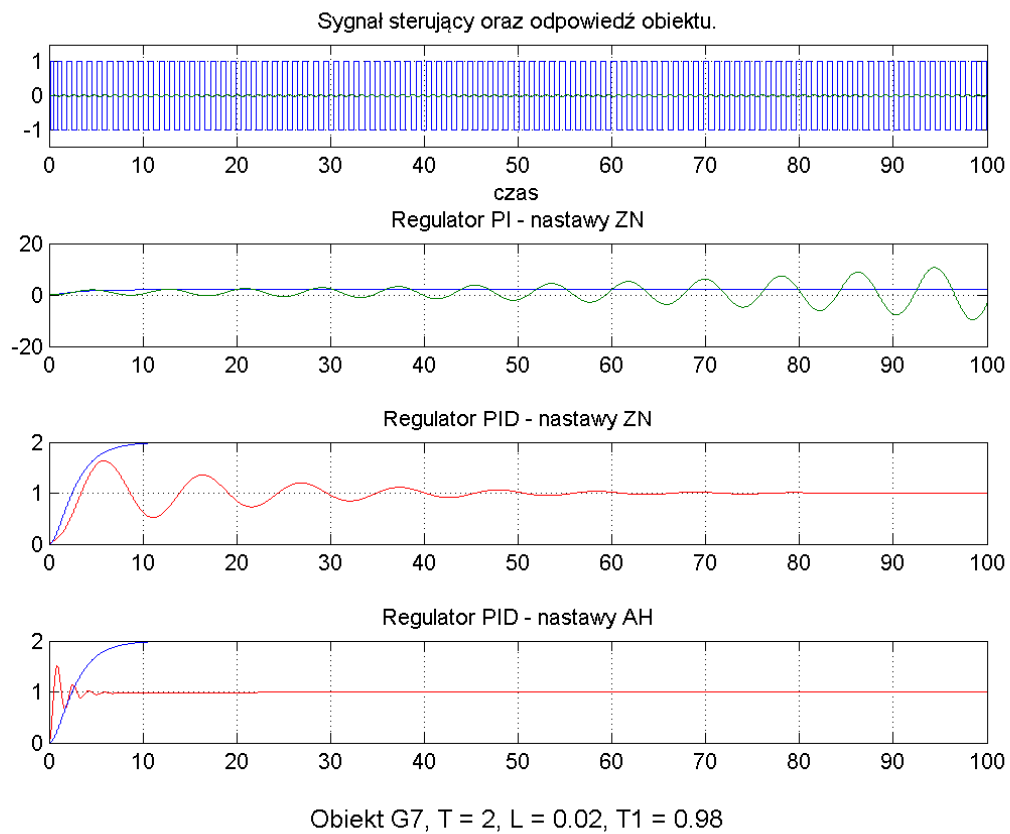


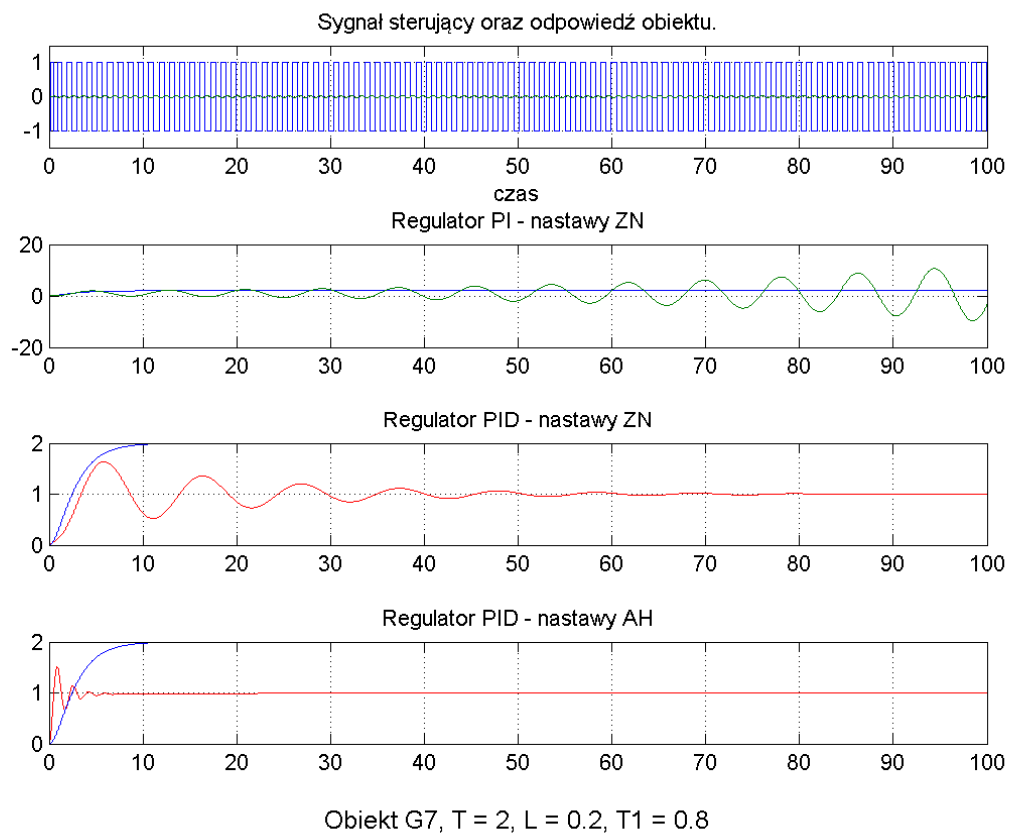
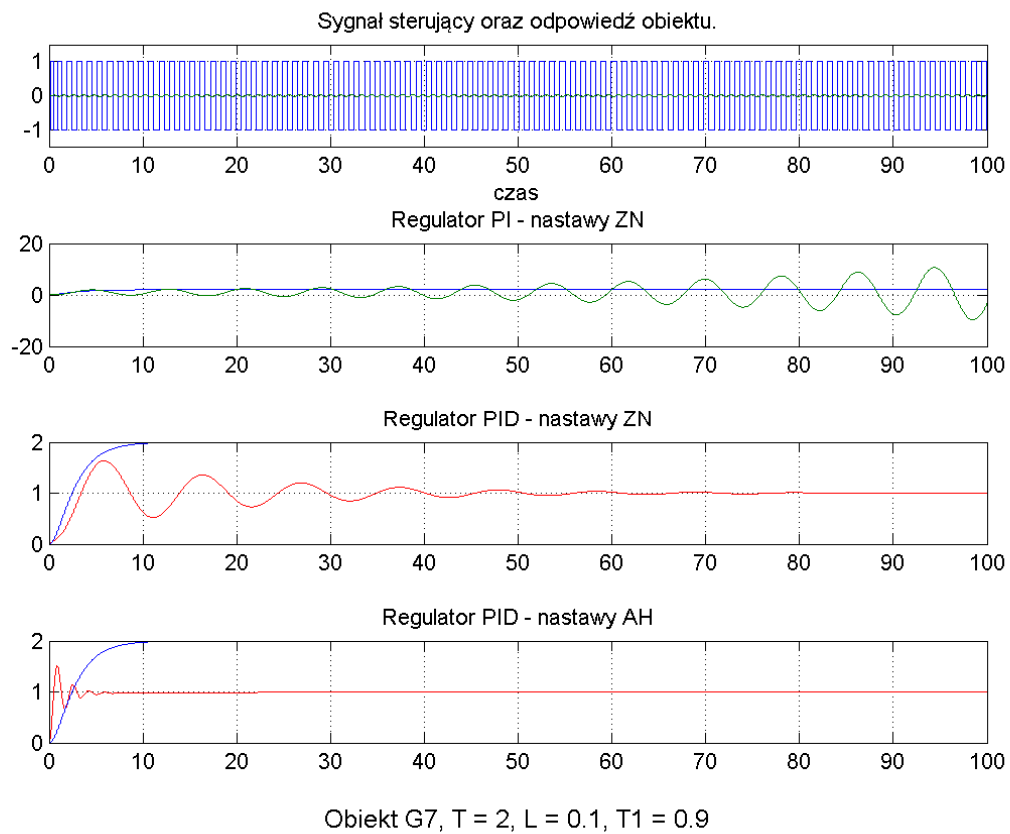


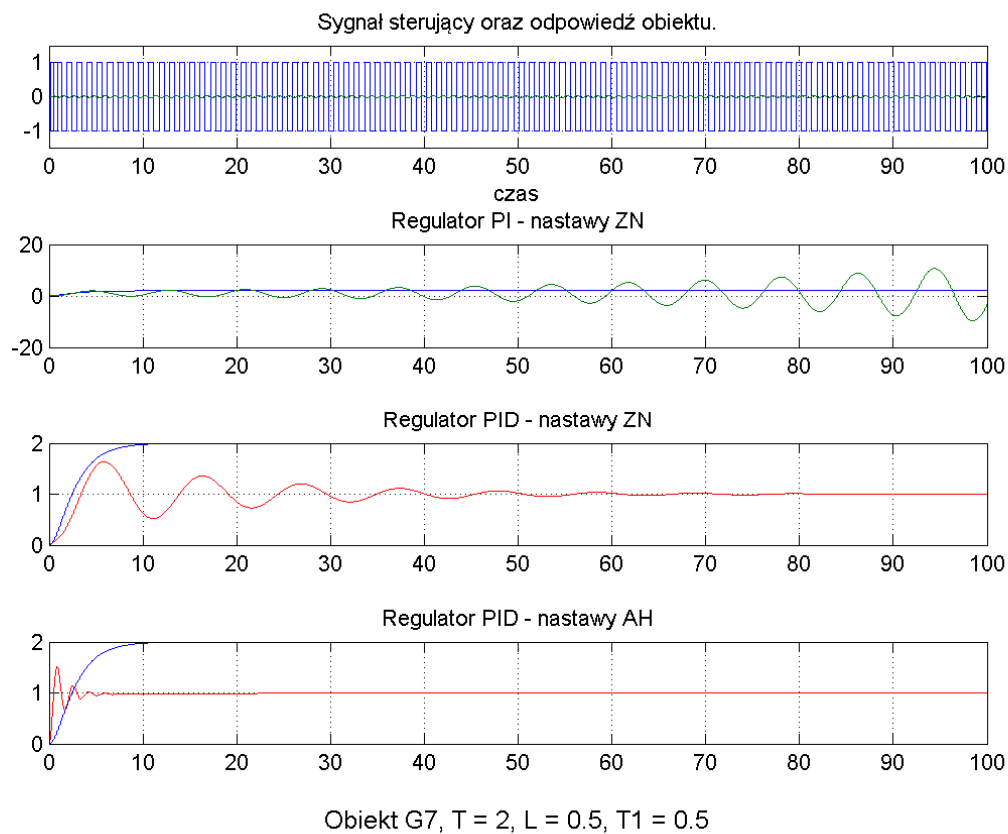
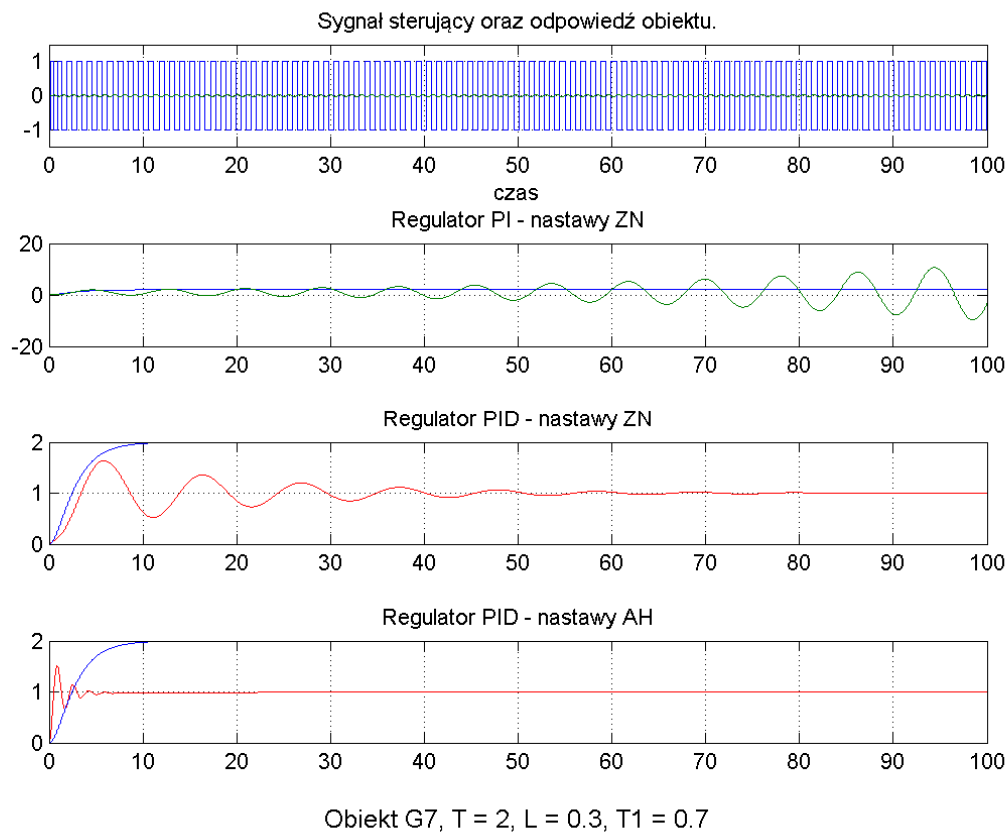


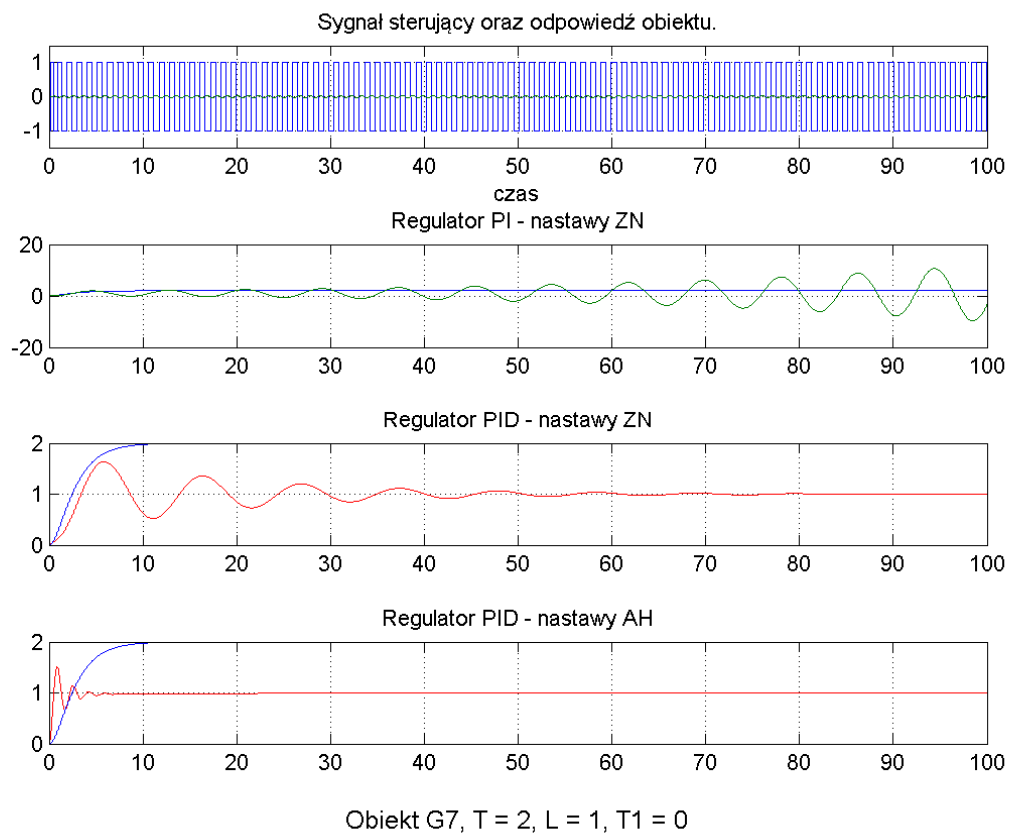
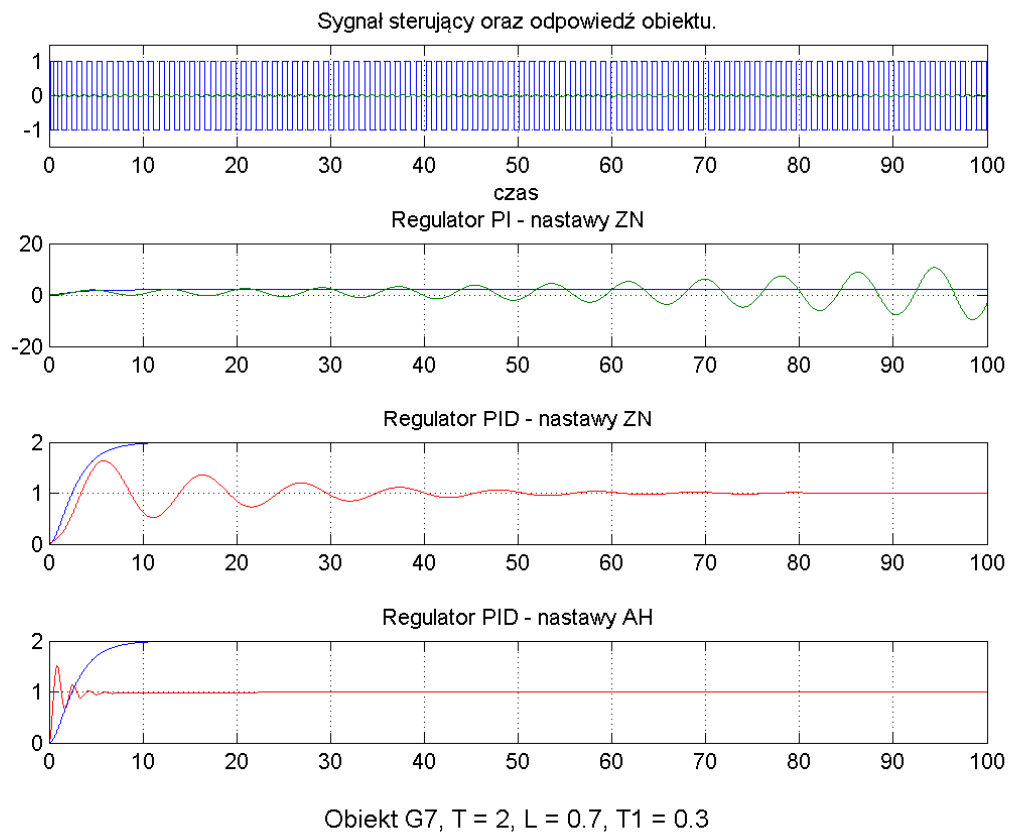


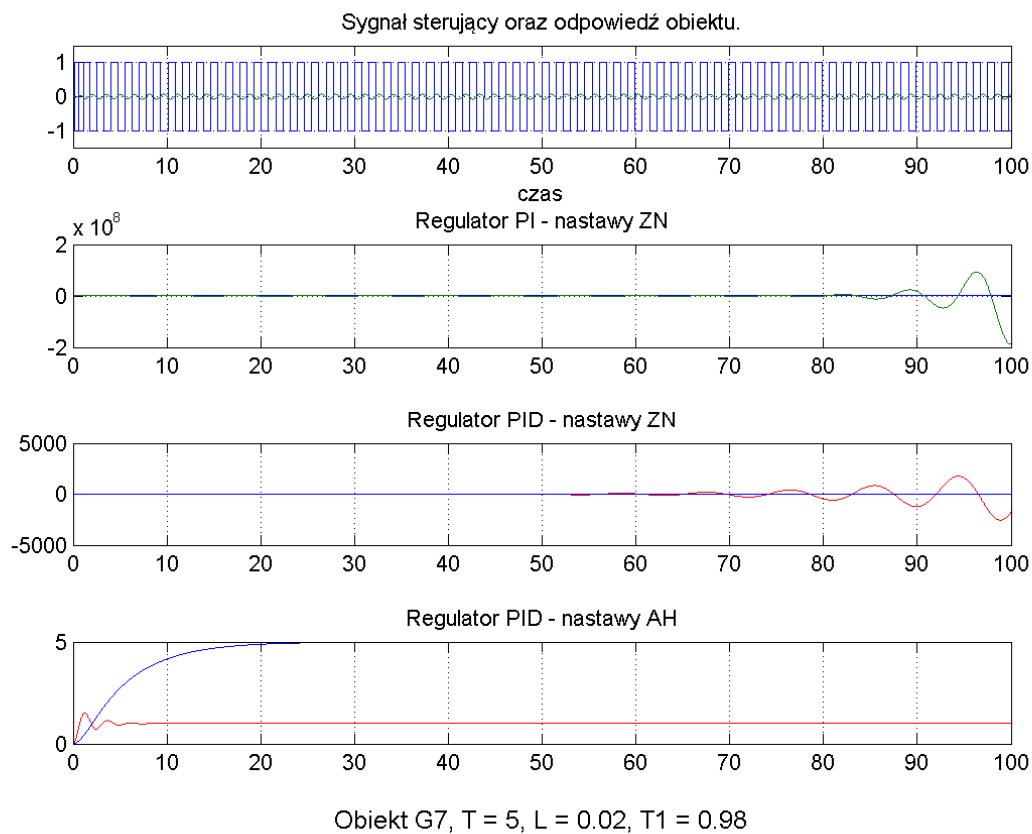
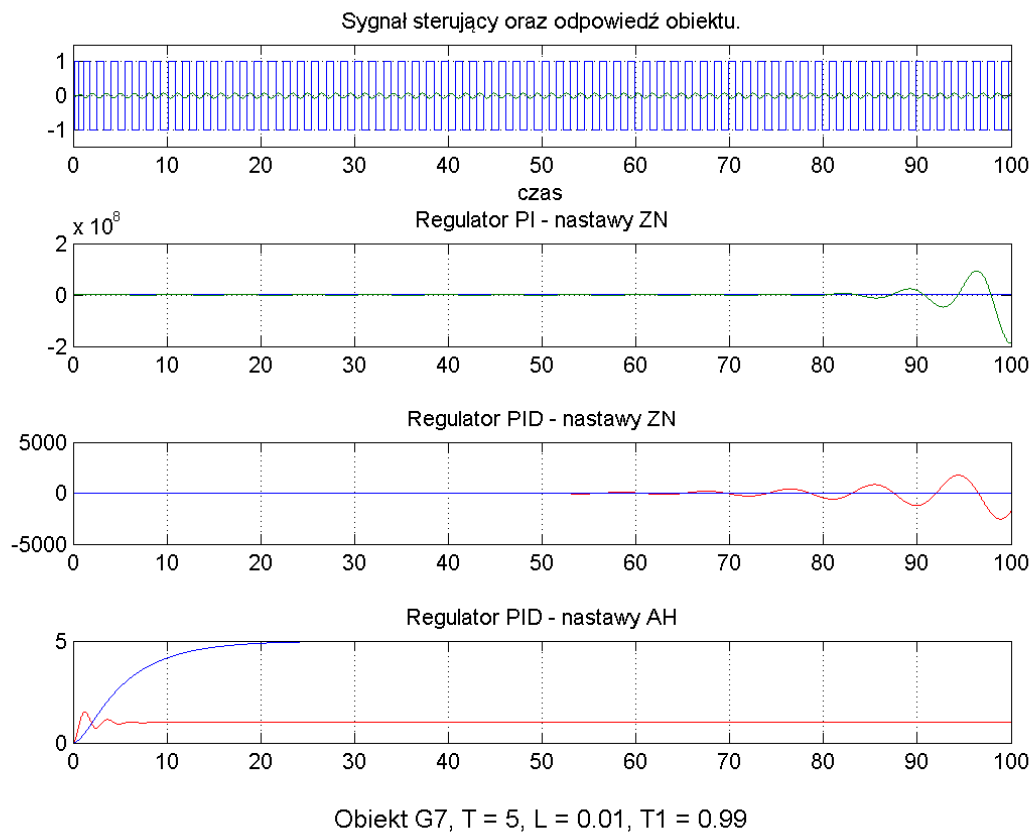


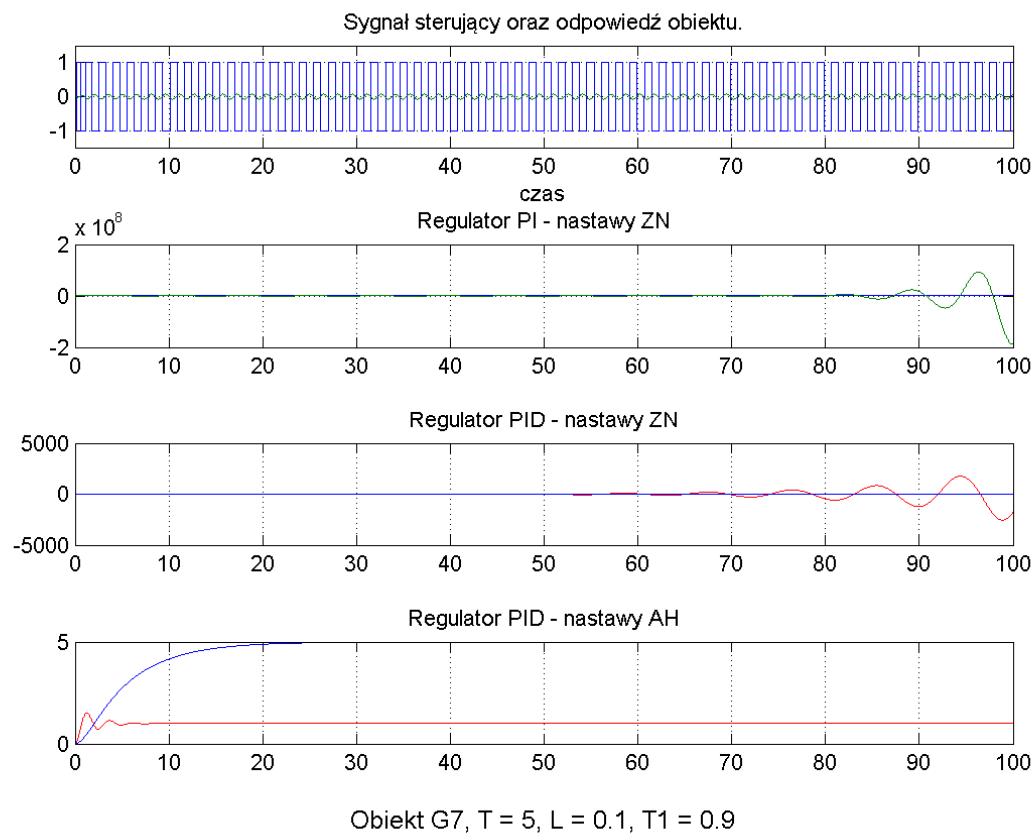
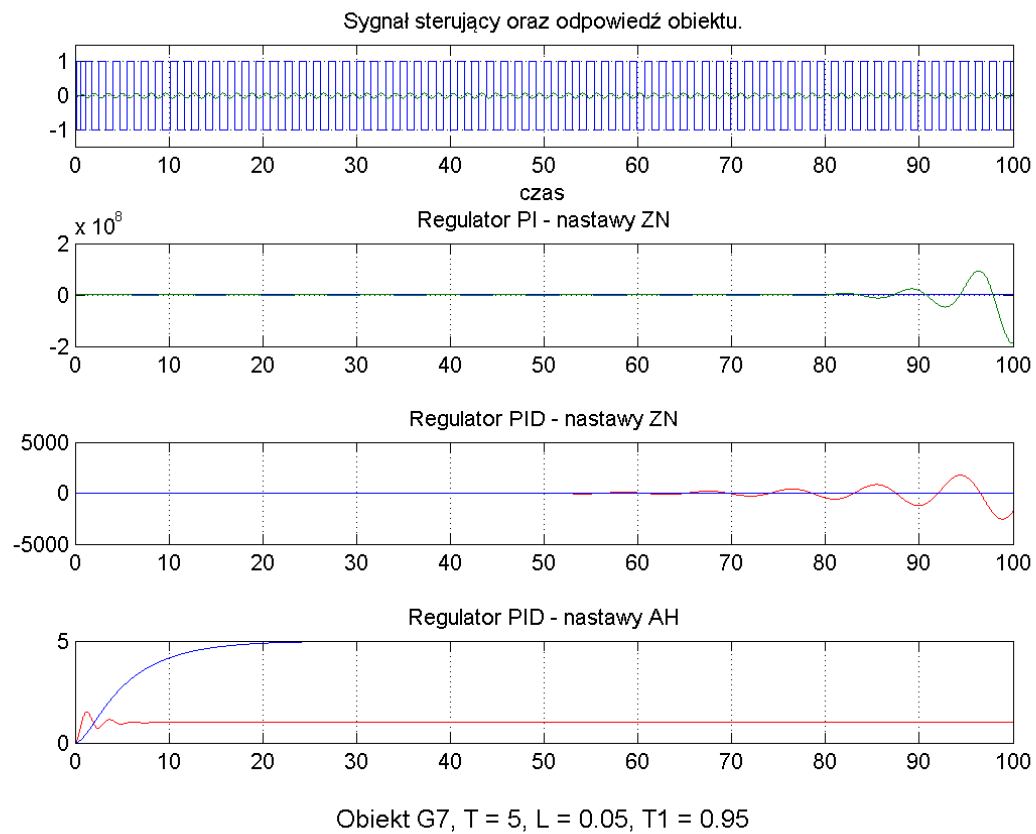


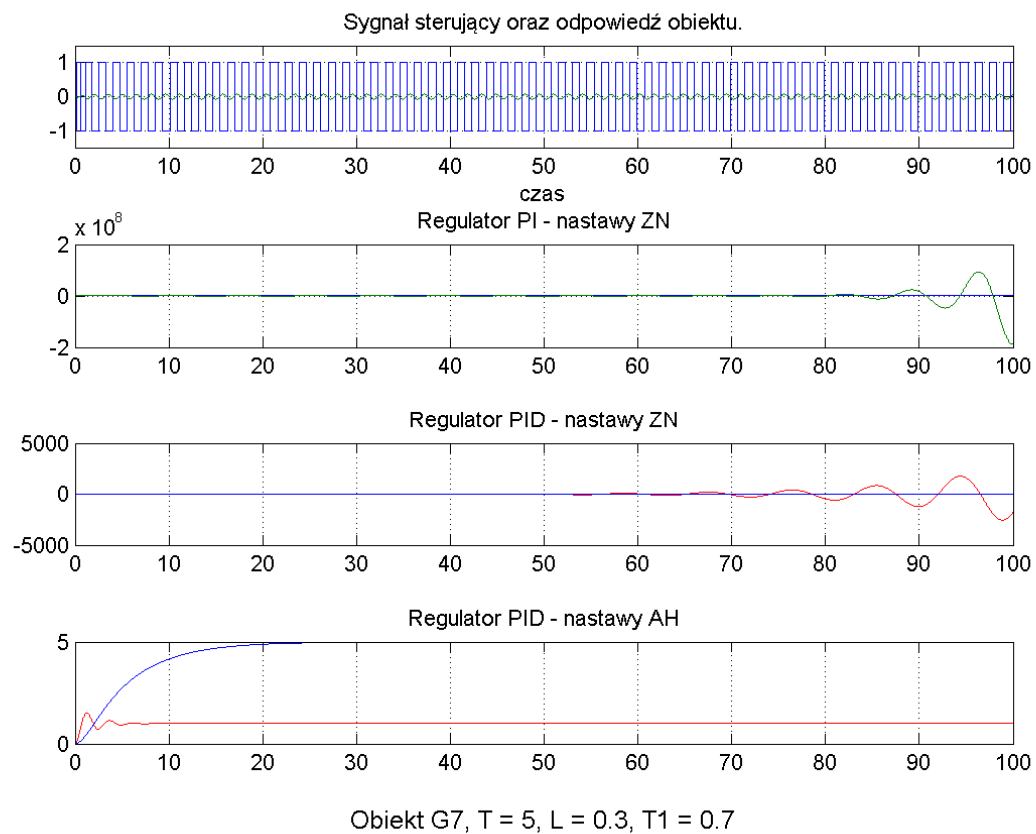
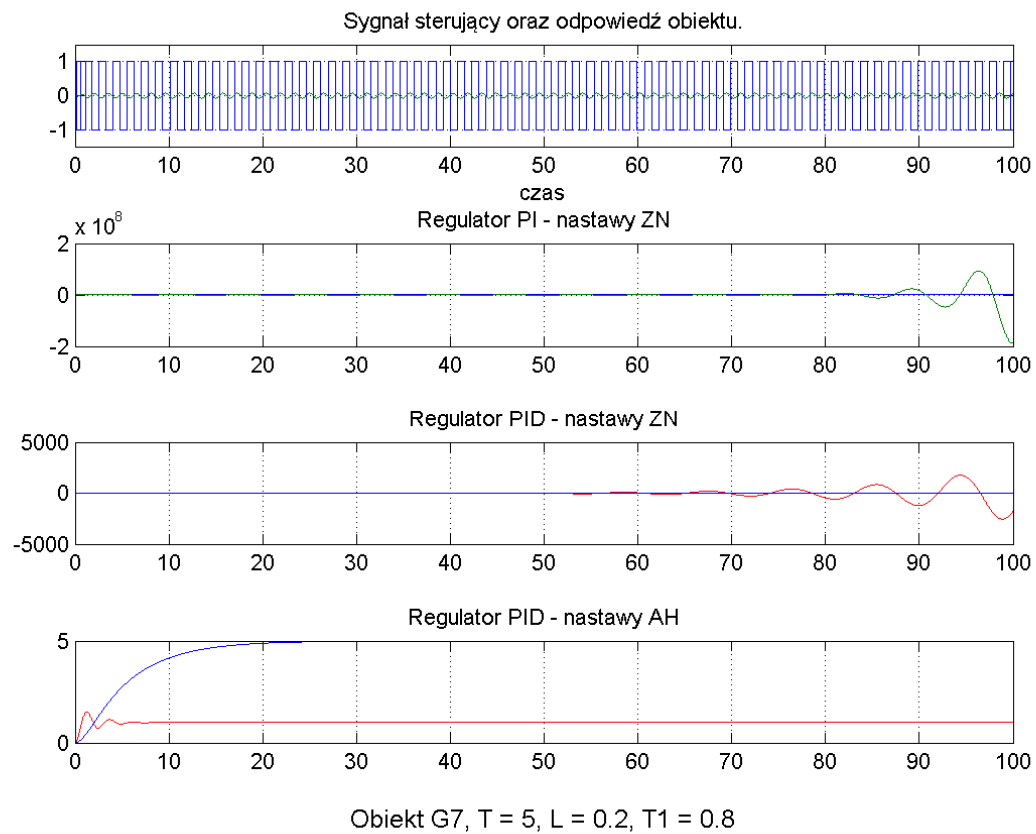


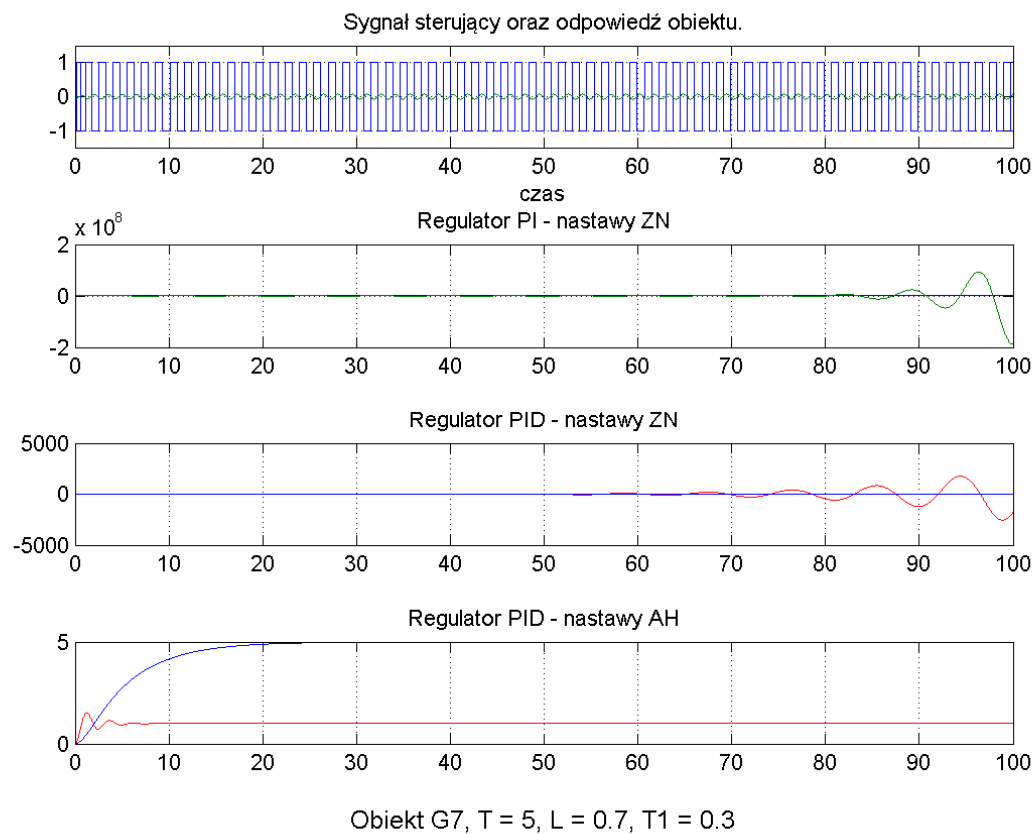
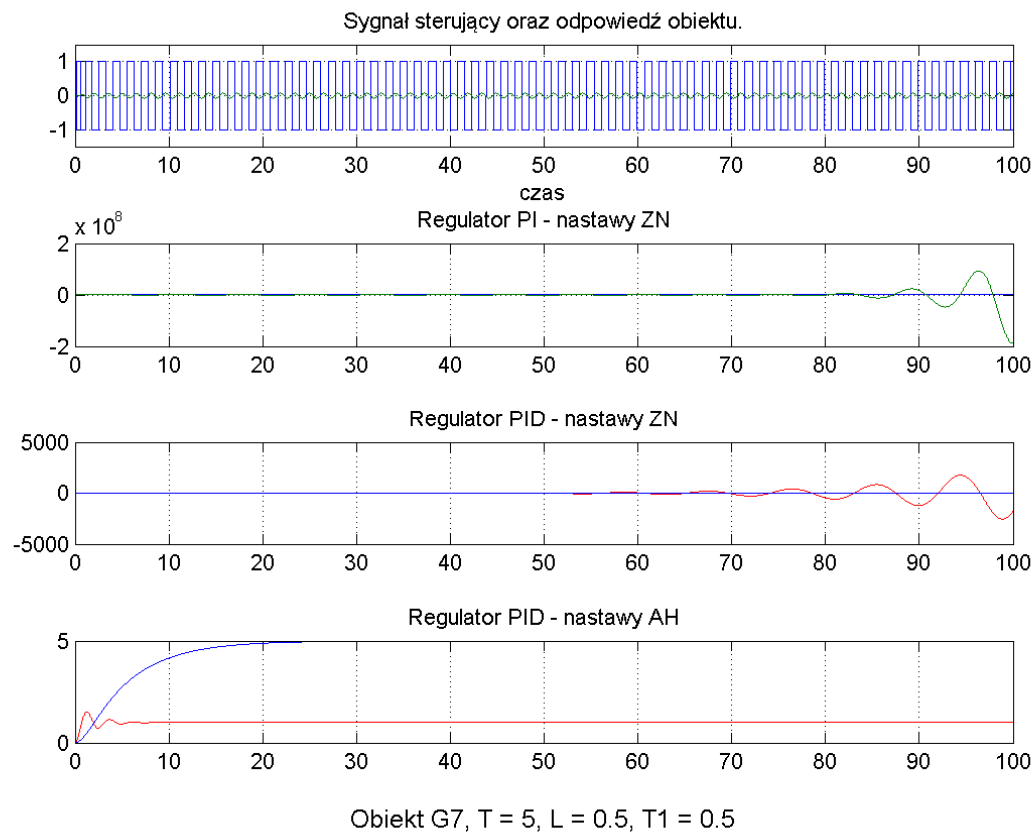


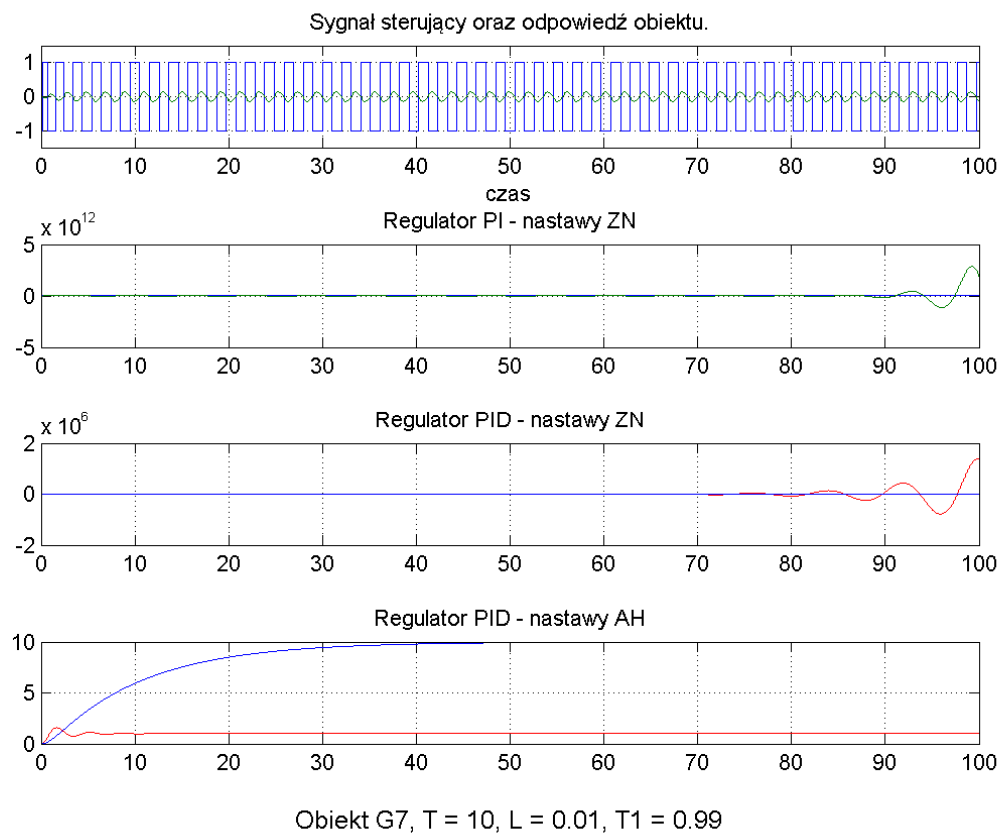
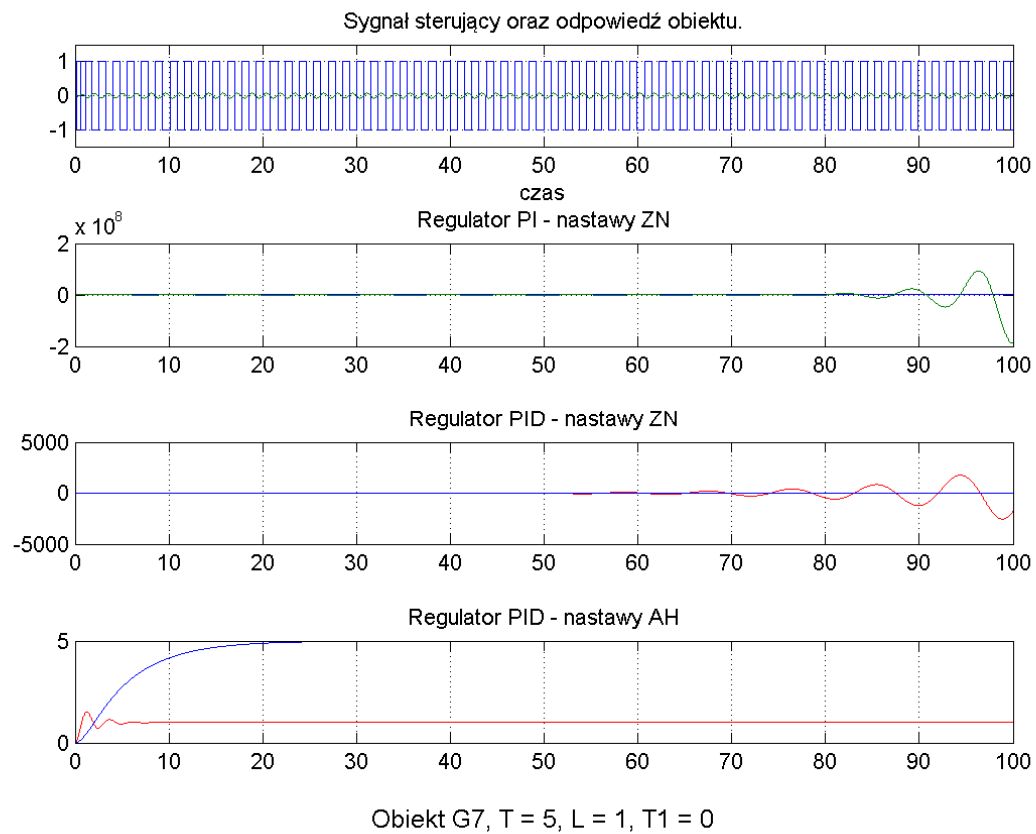


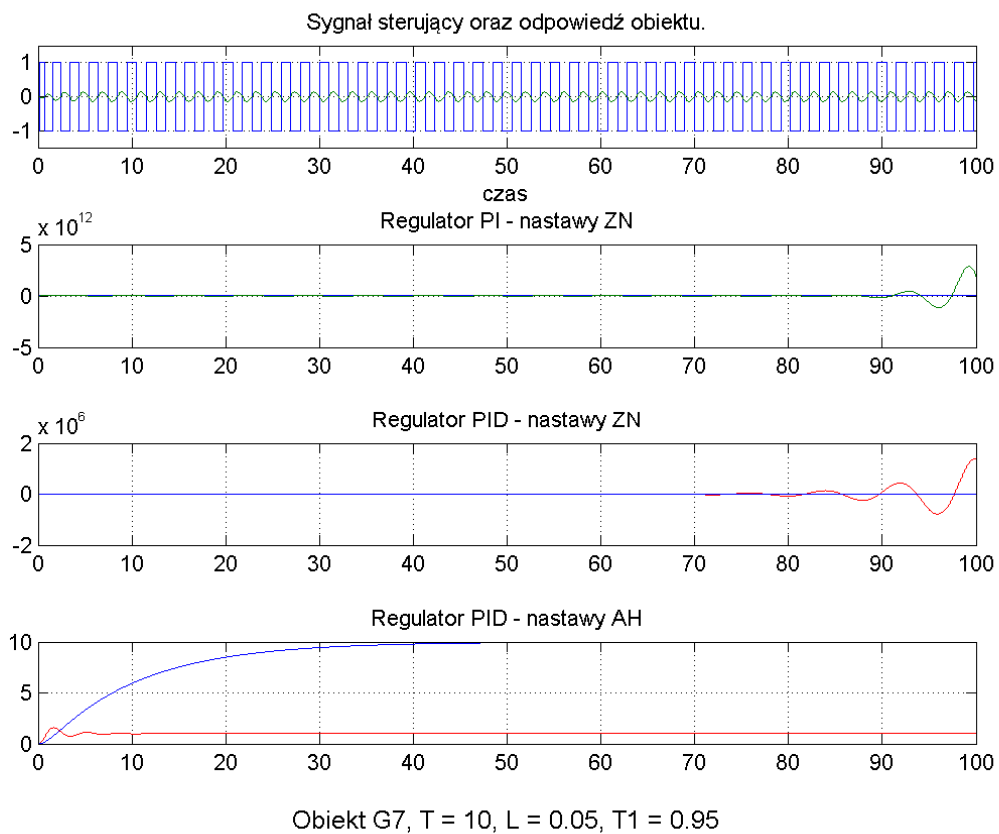
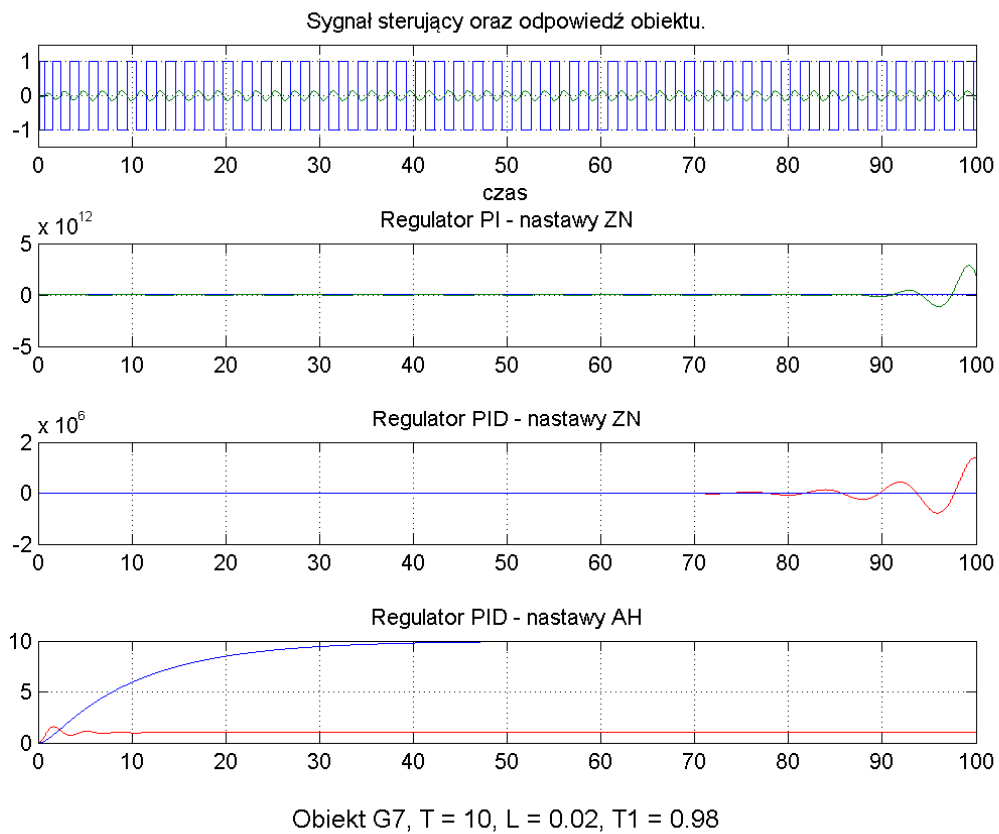


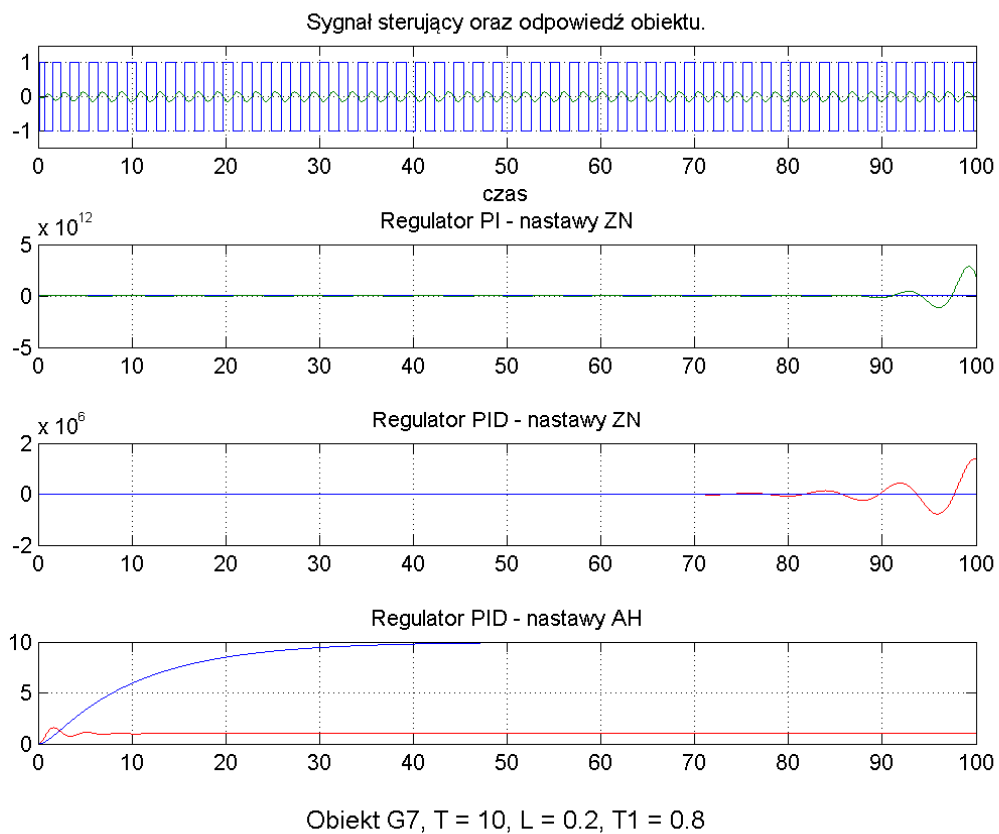
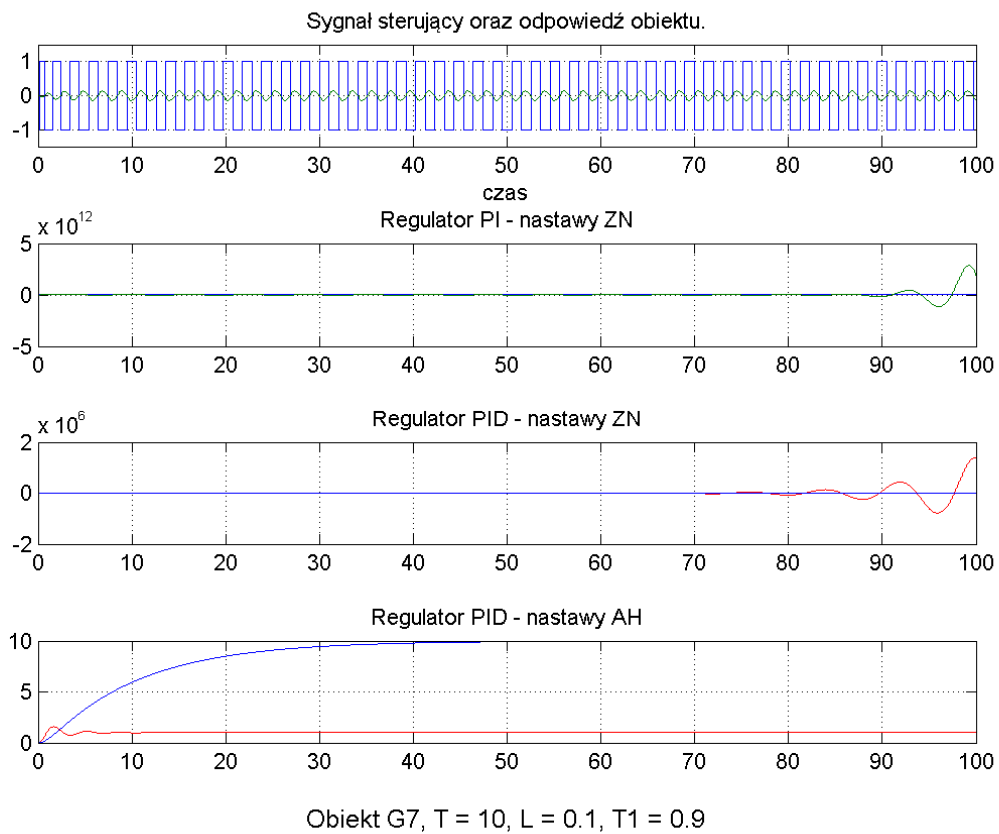


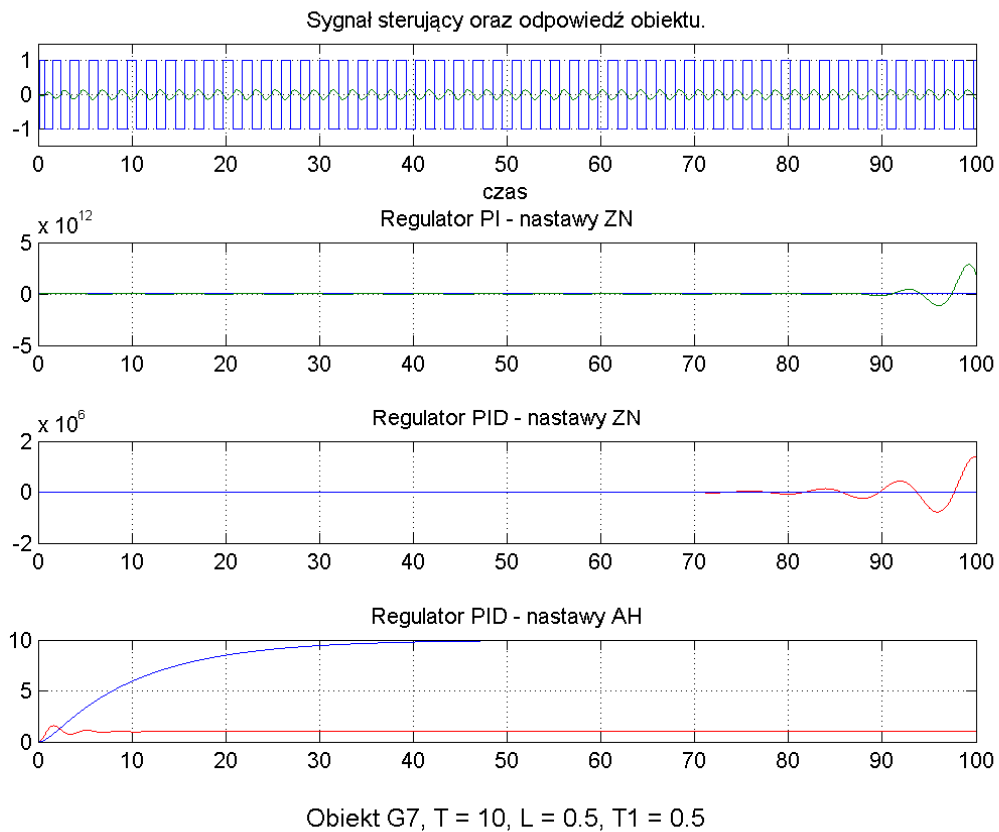
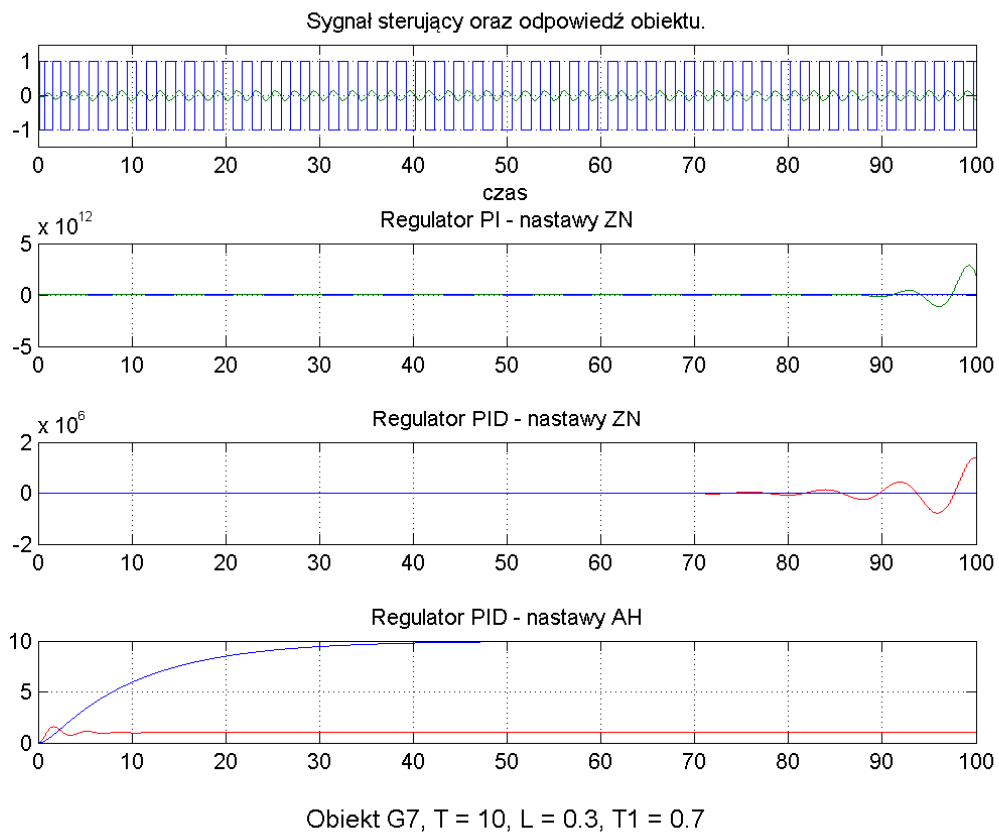


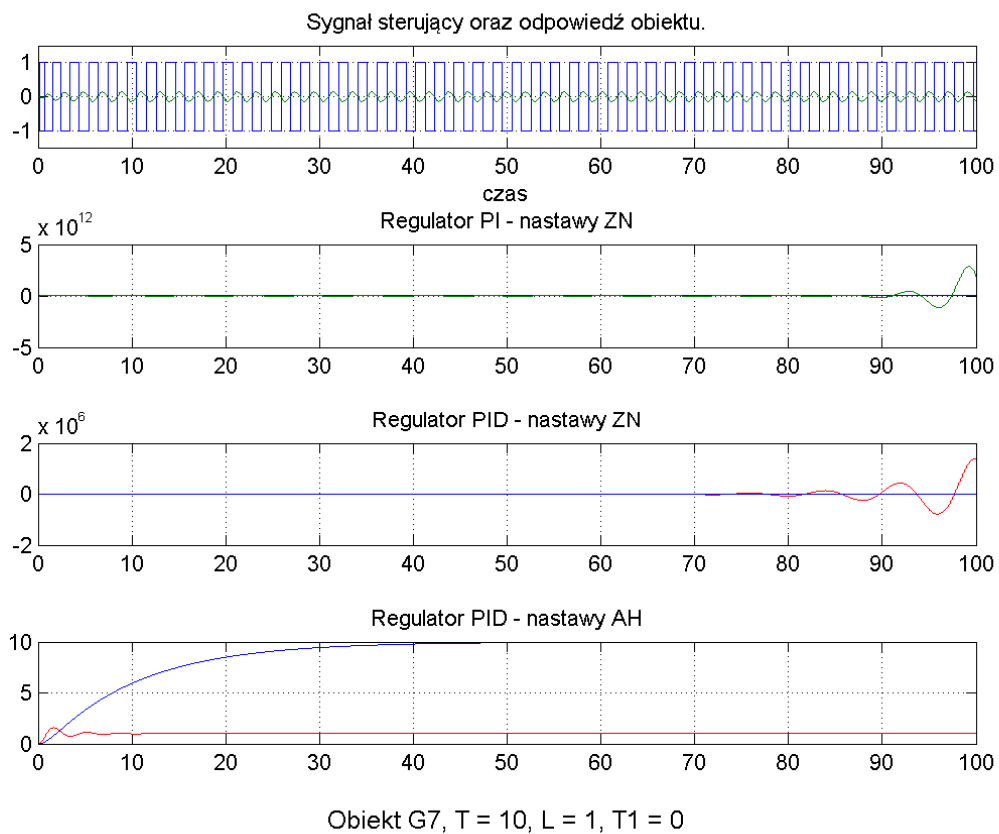
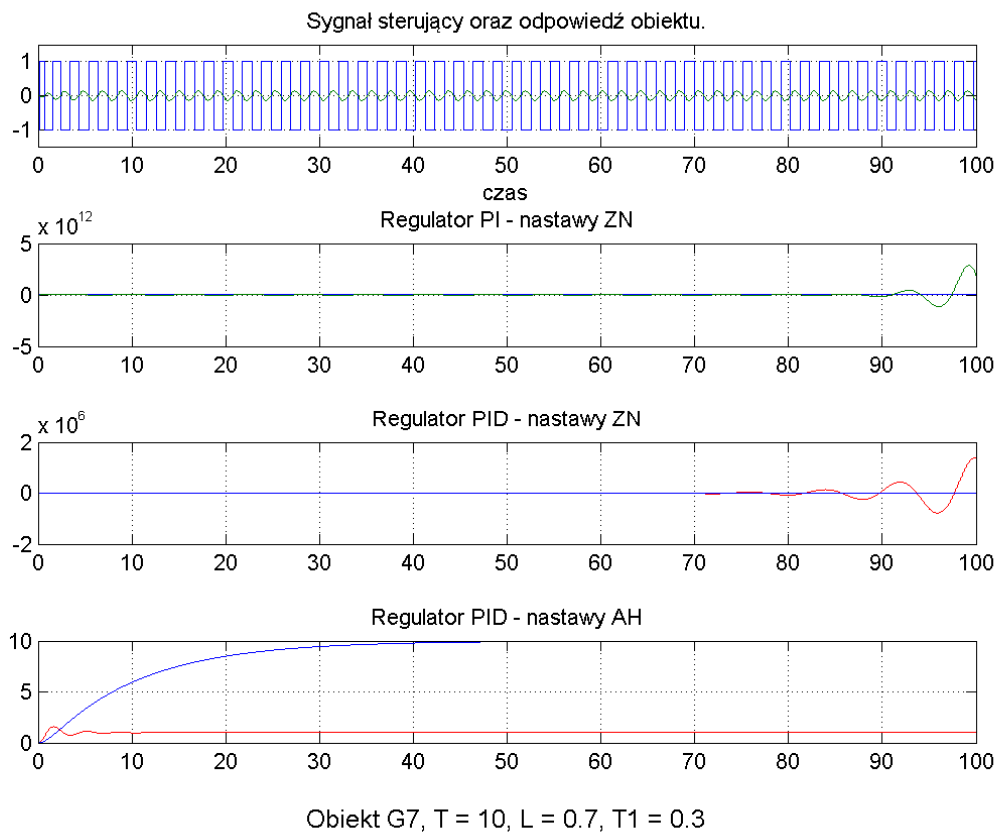




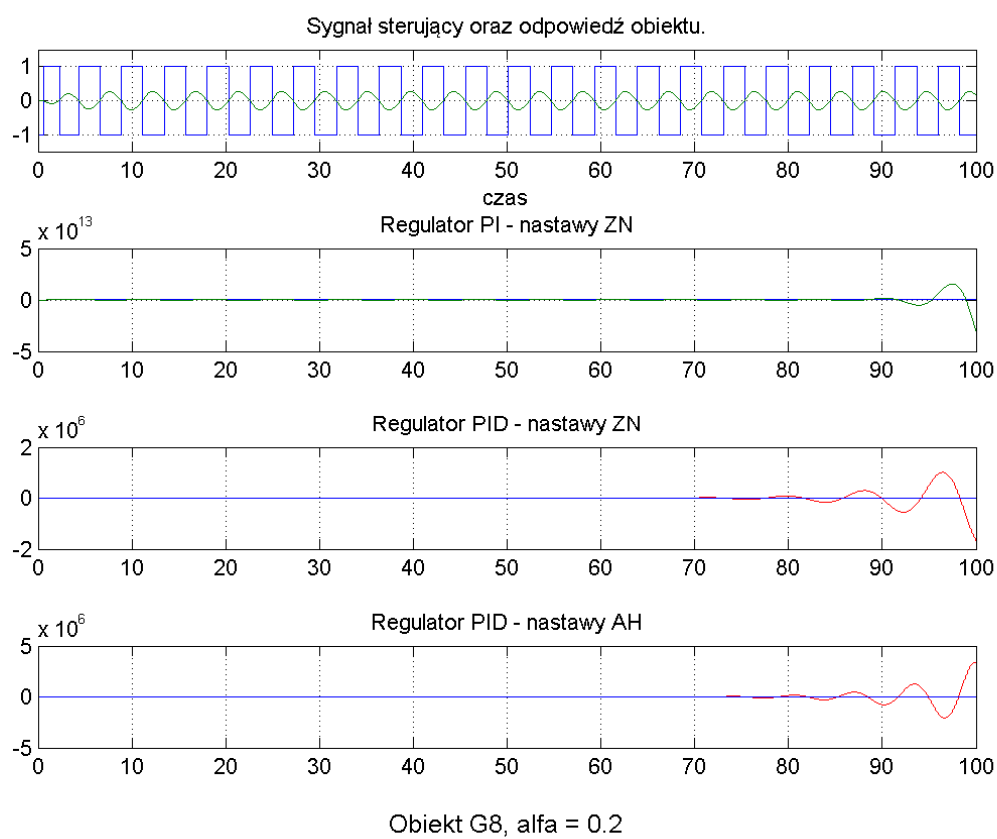
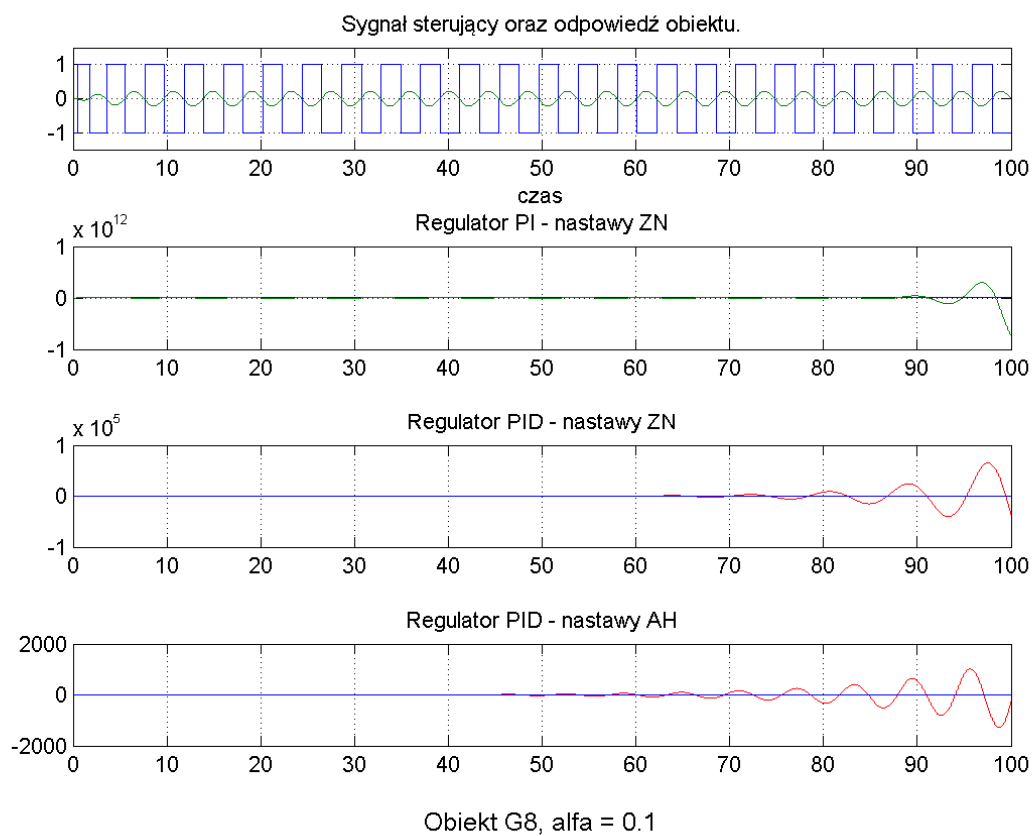


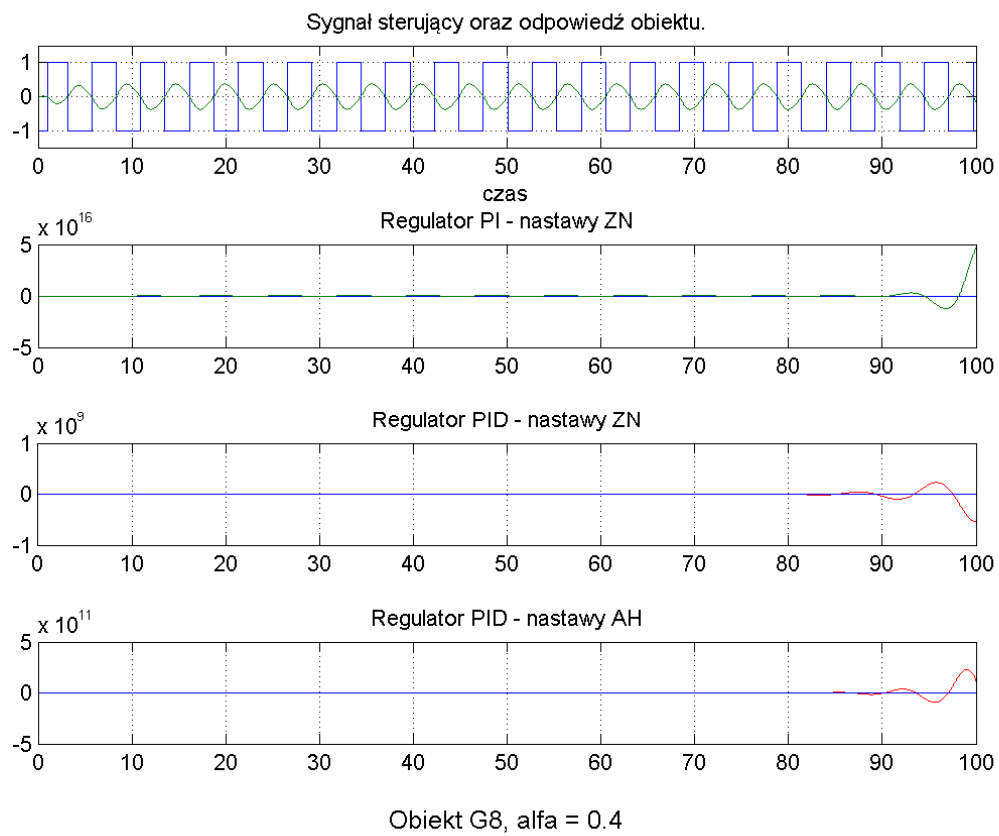
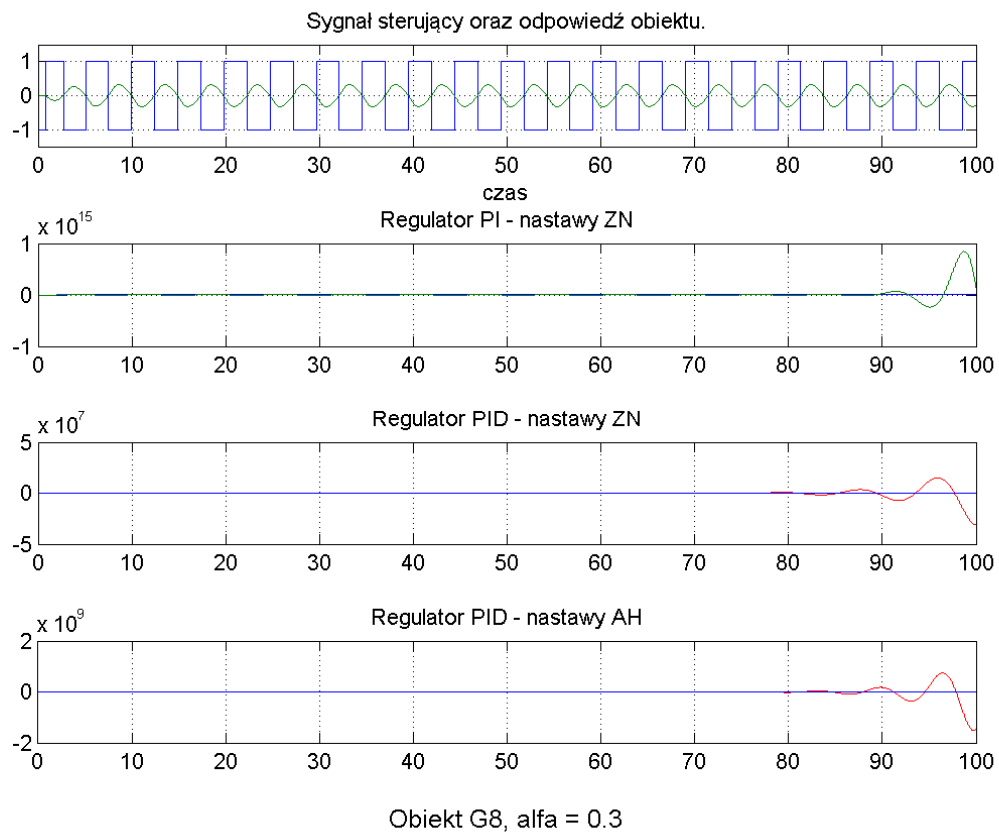


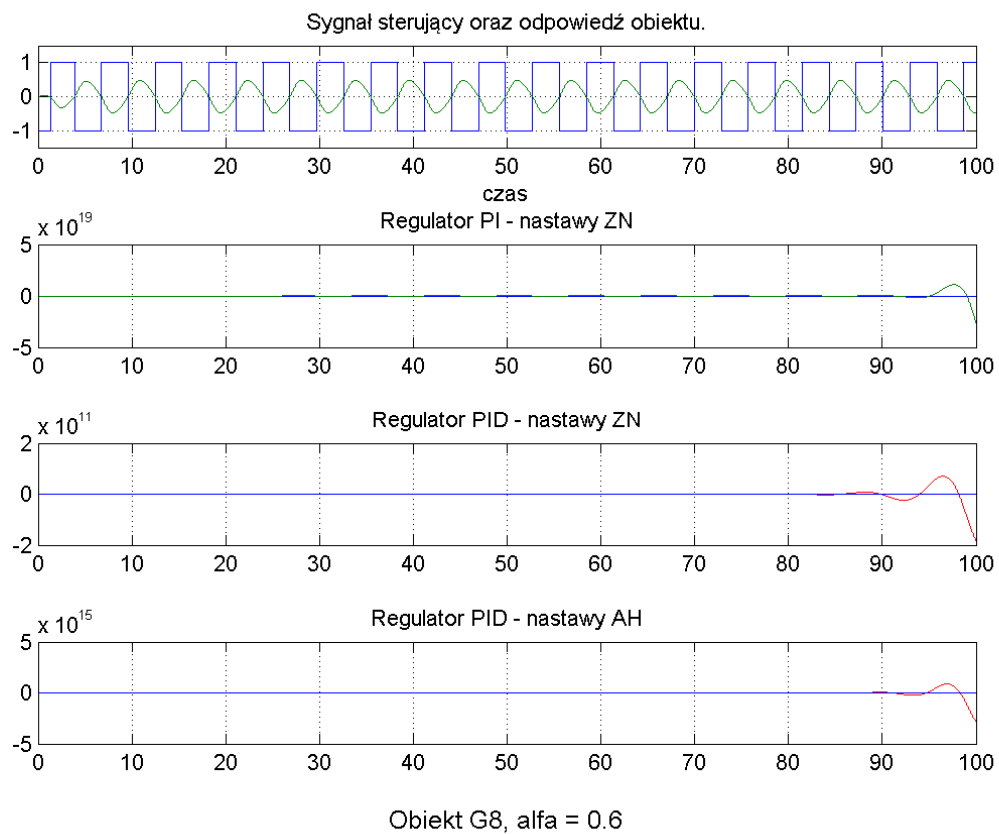
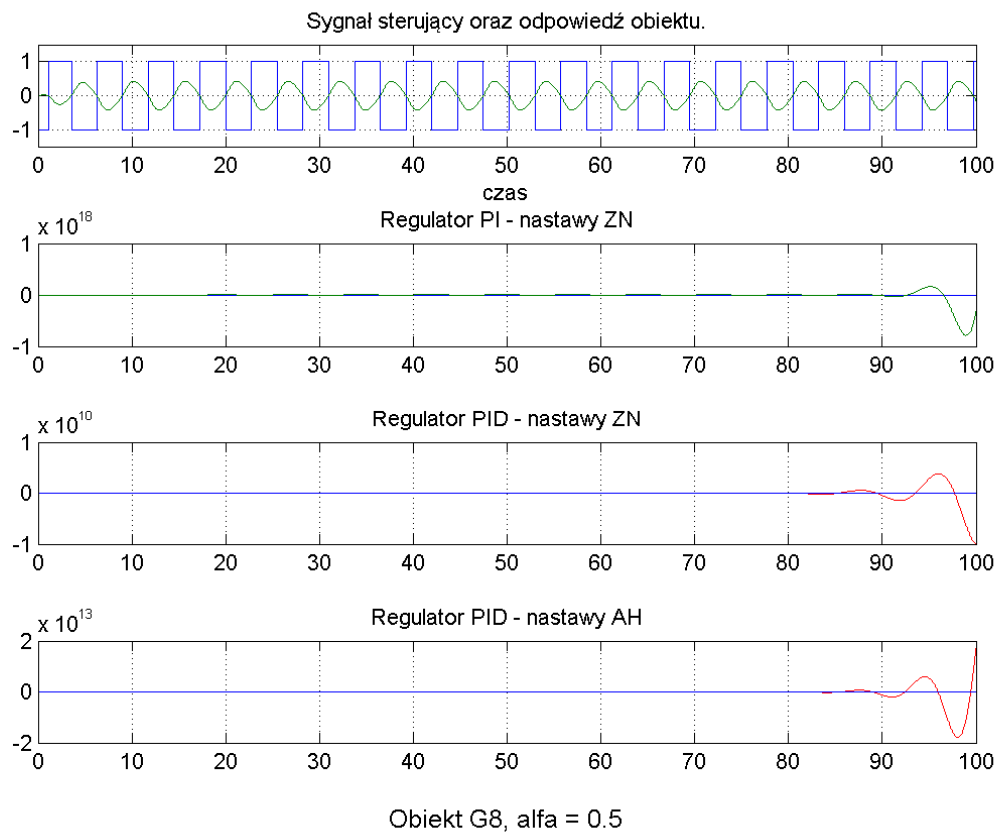


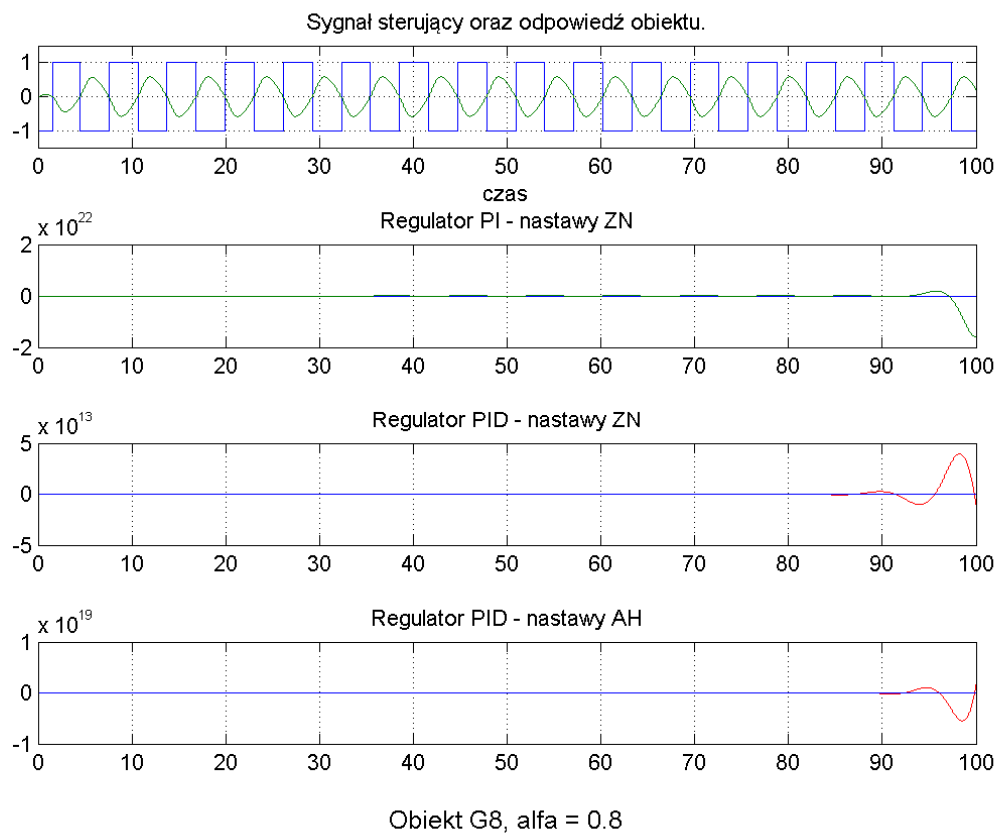
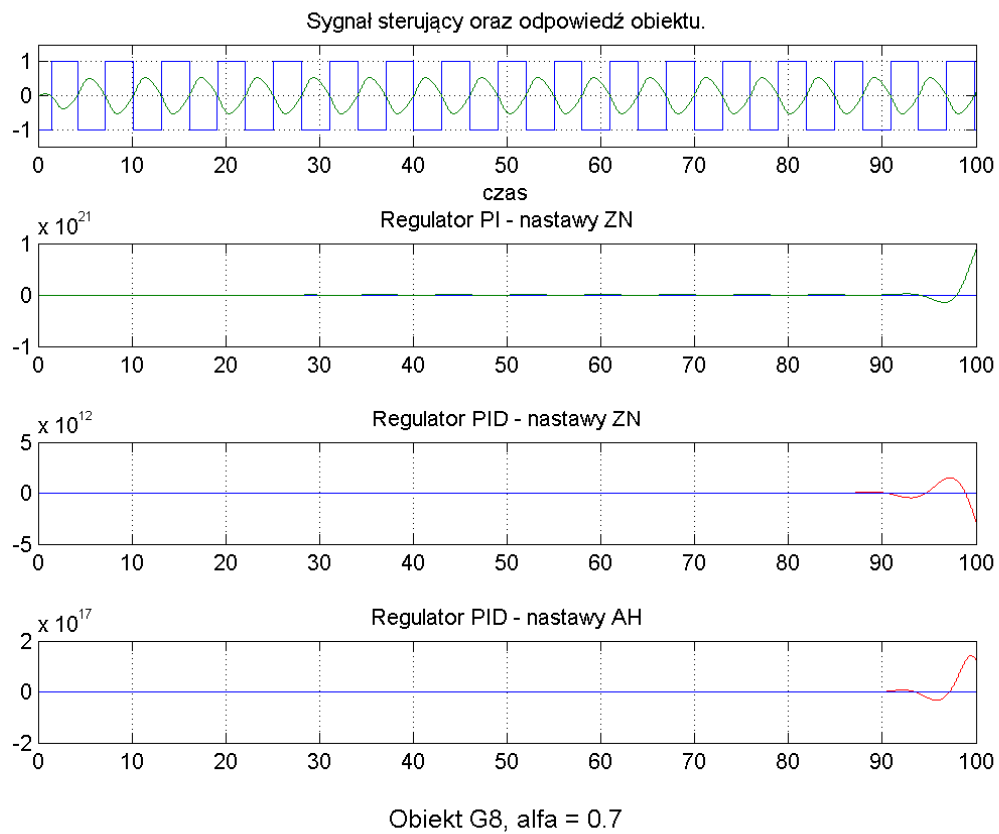


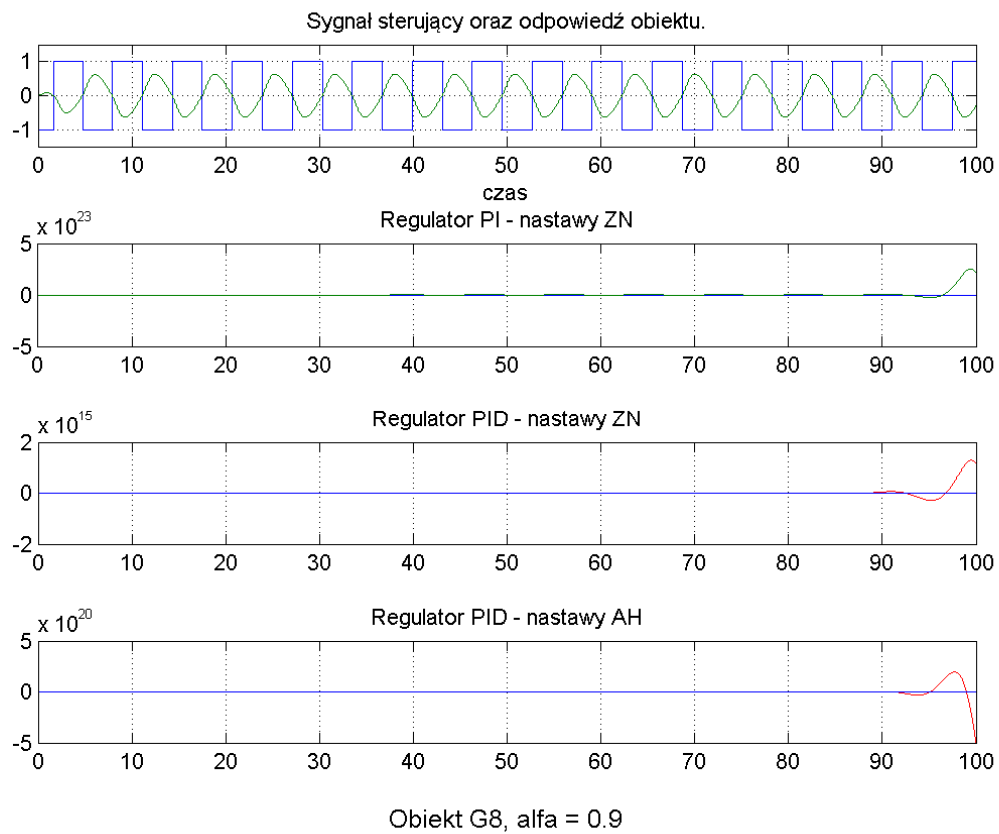
Obiekt 3.8.

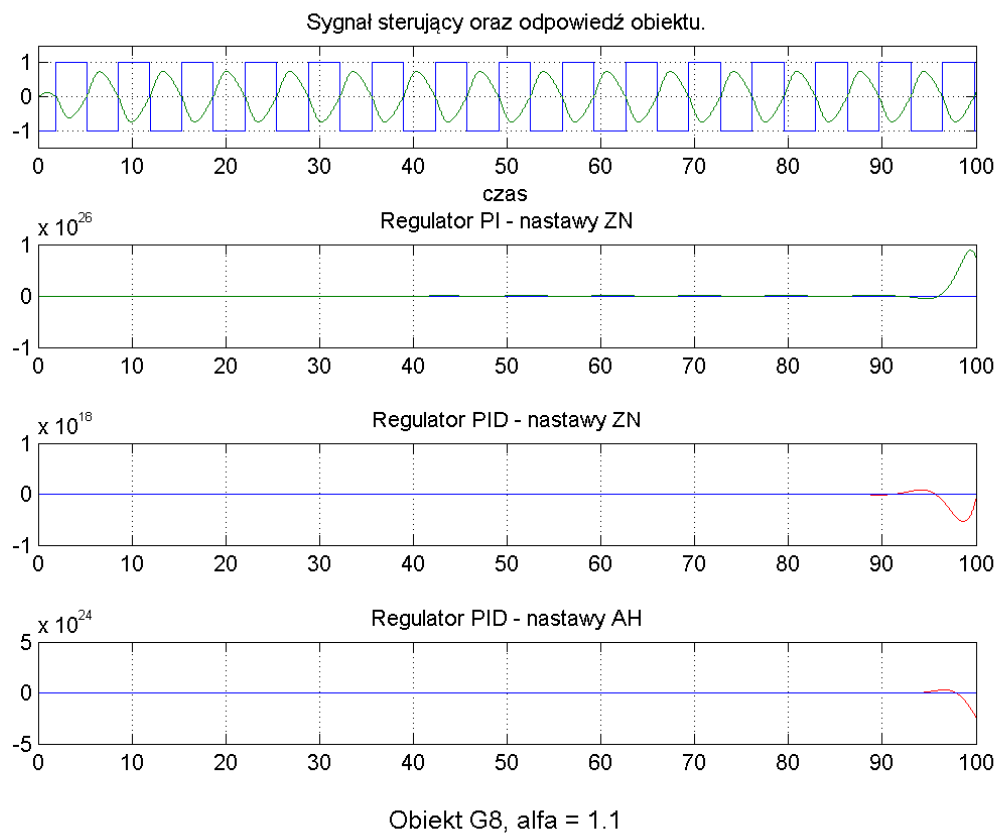
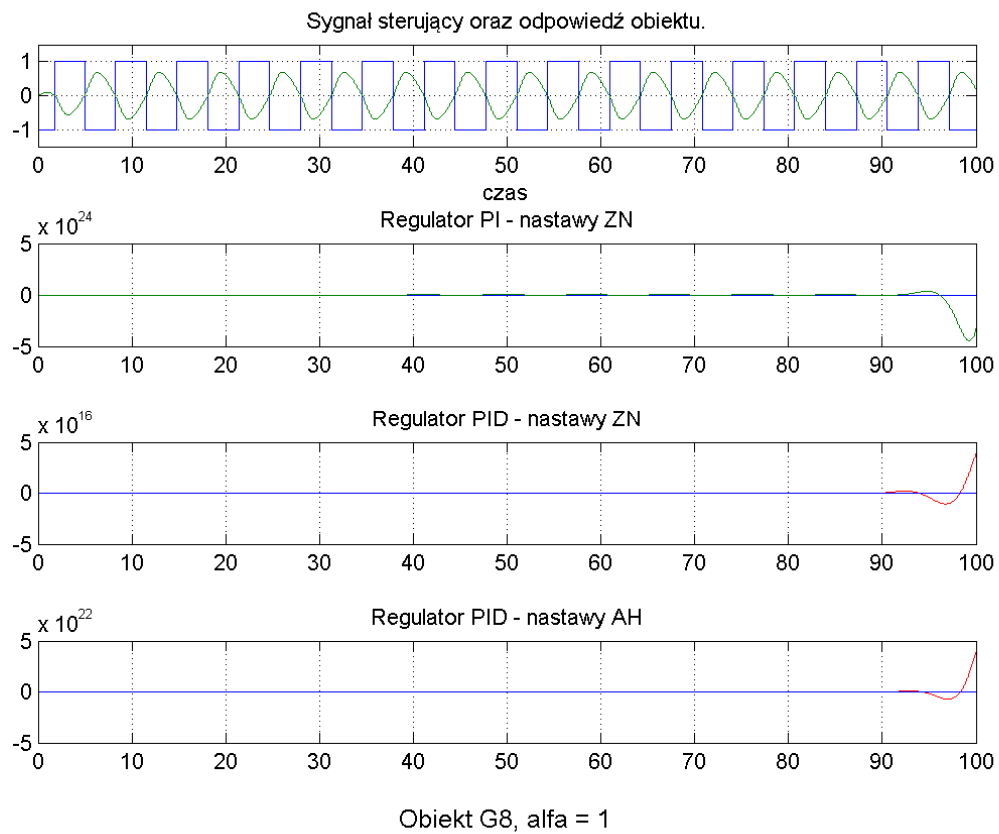




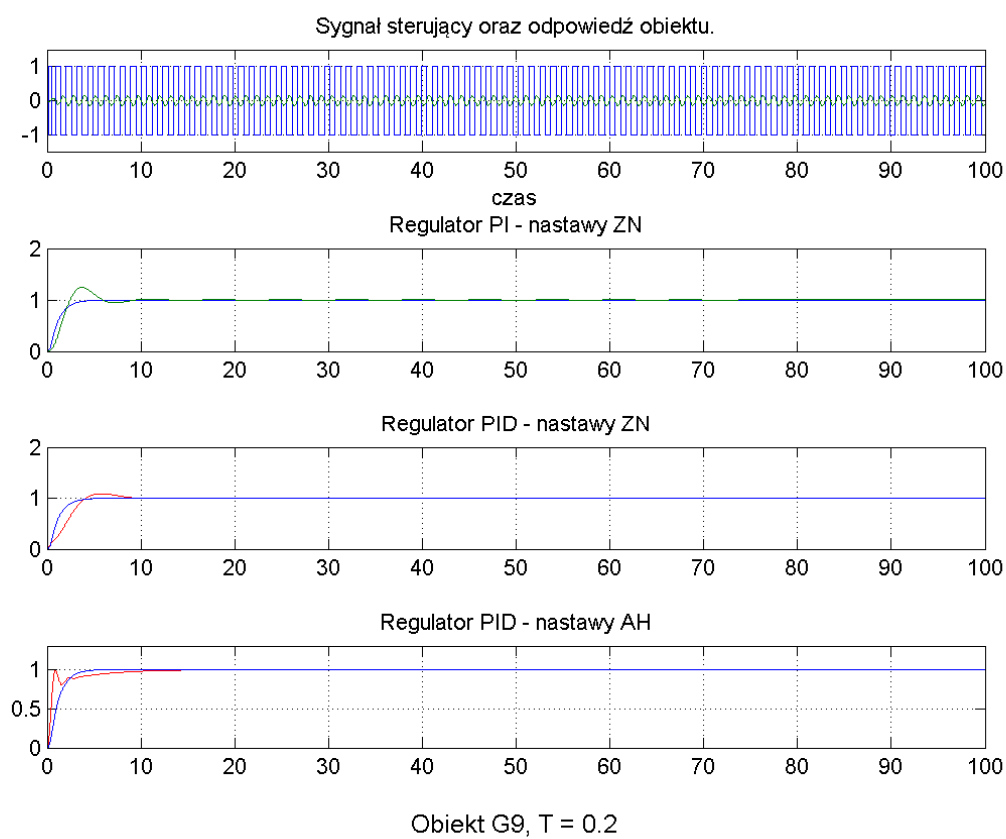
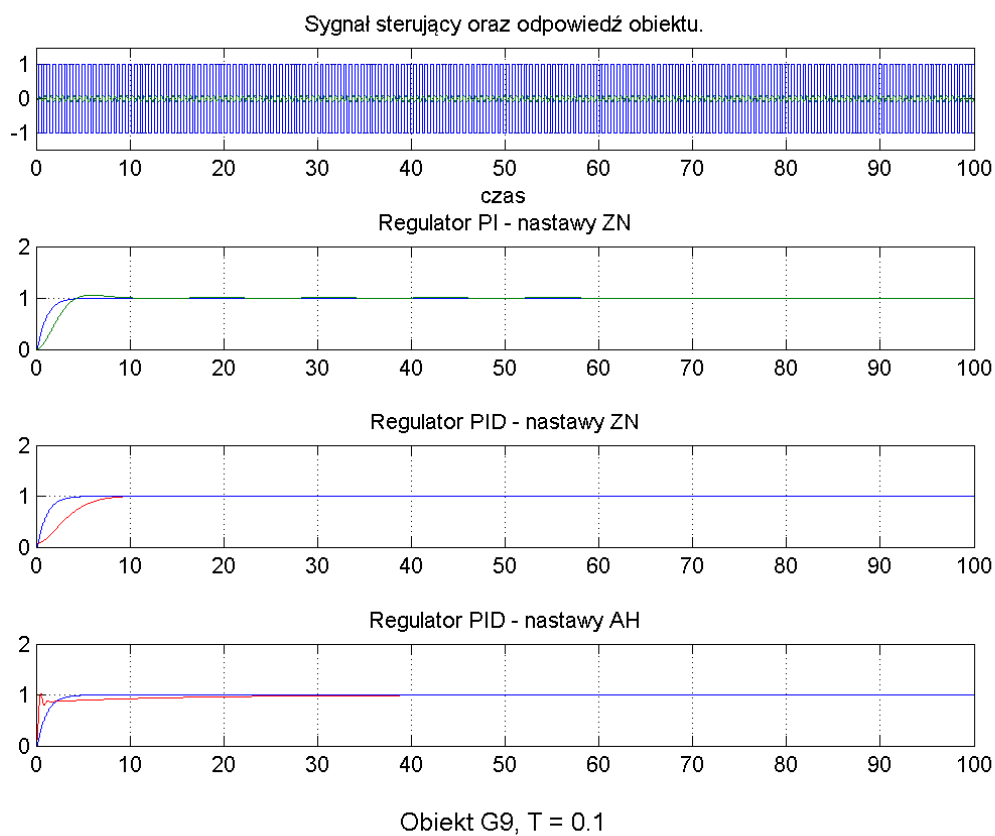


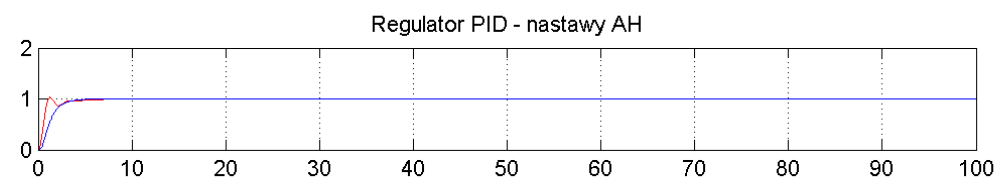
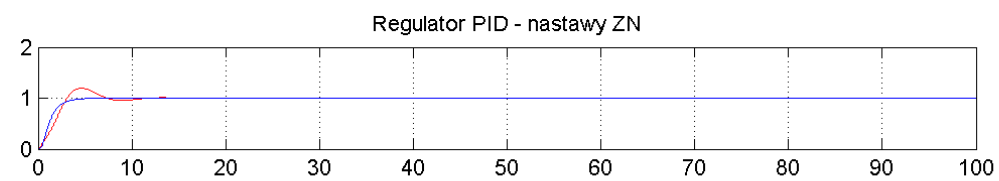
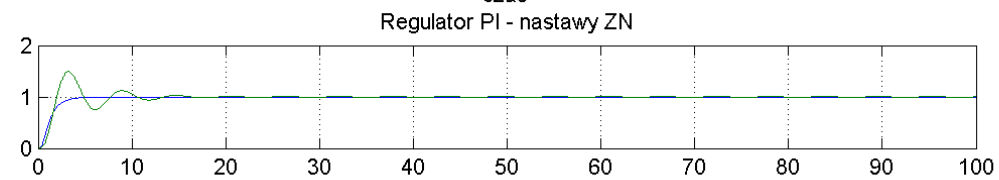
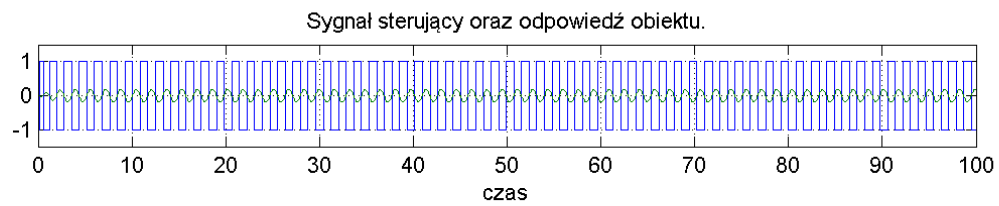




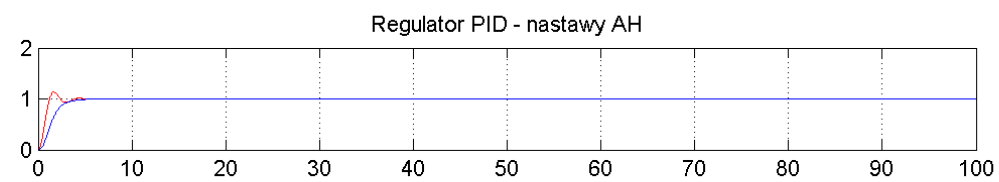
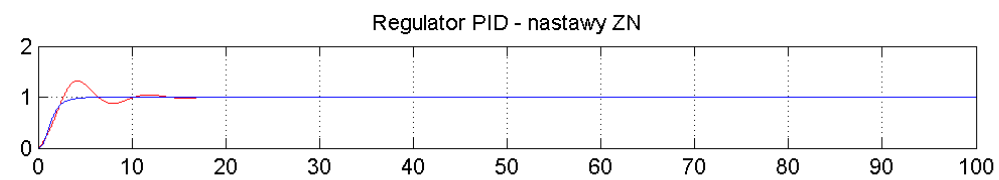
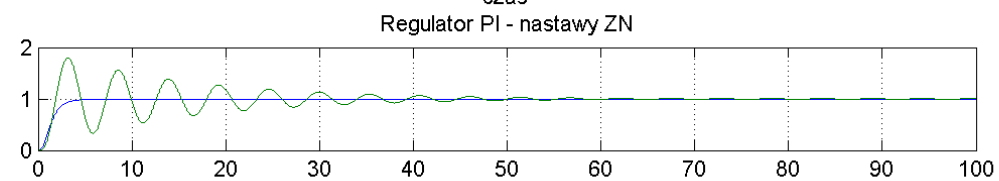
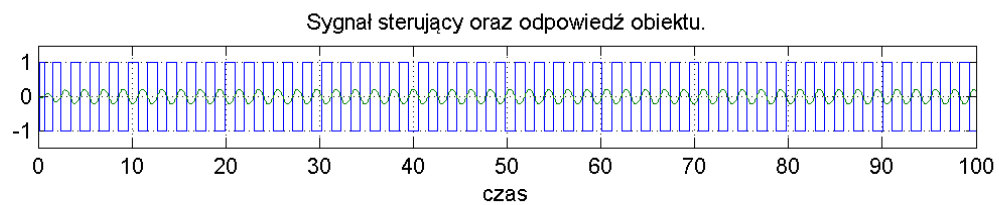


Obiekt 3.9.

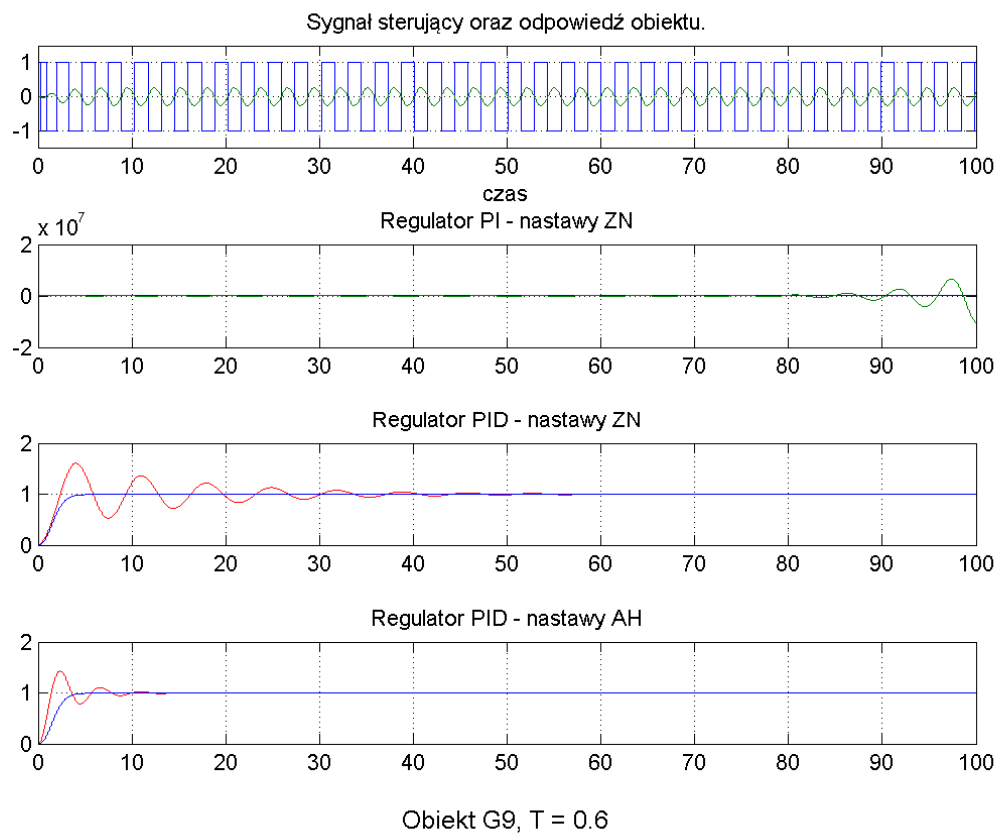
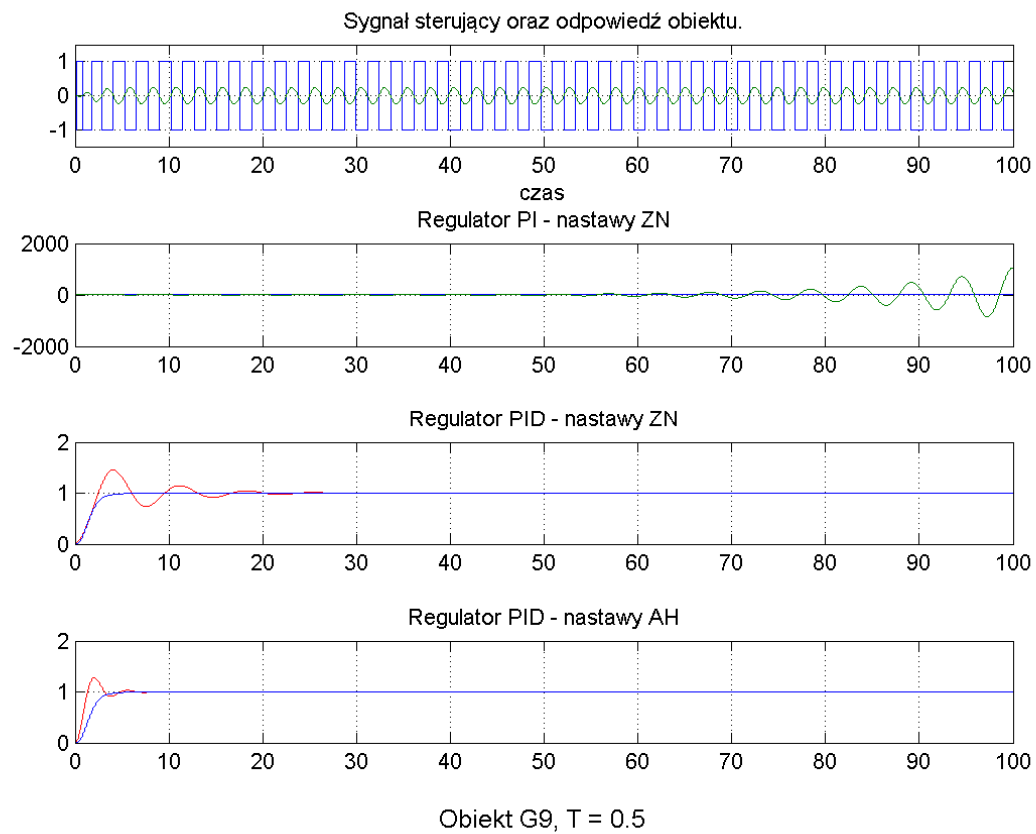


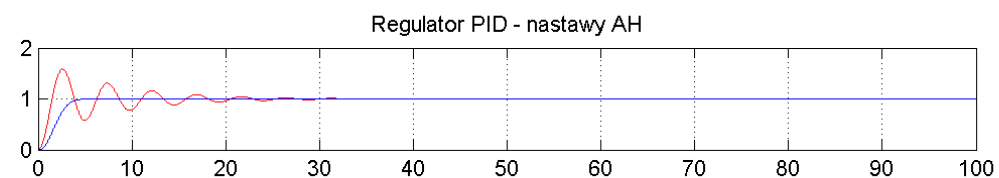
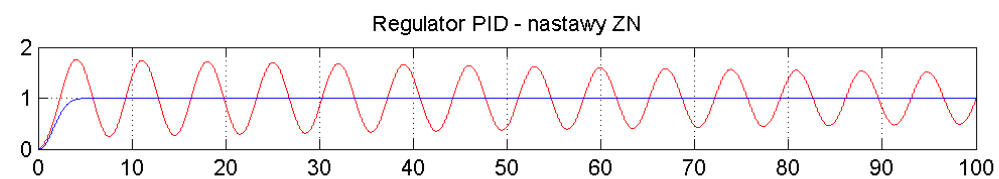
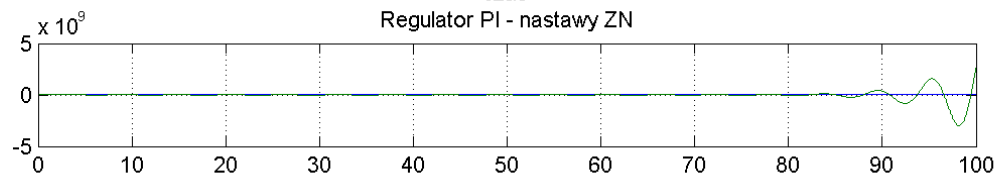
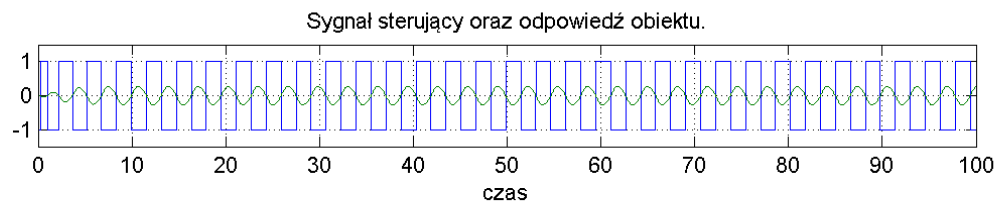


Obiekt G9, $T = 0.3$

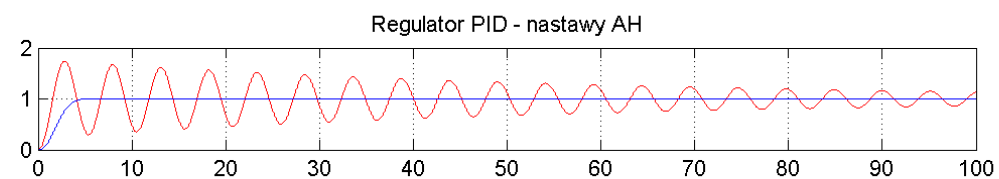
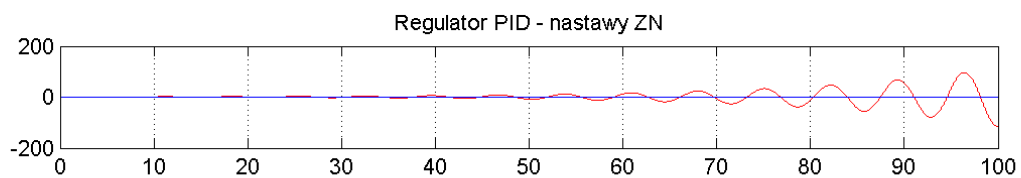
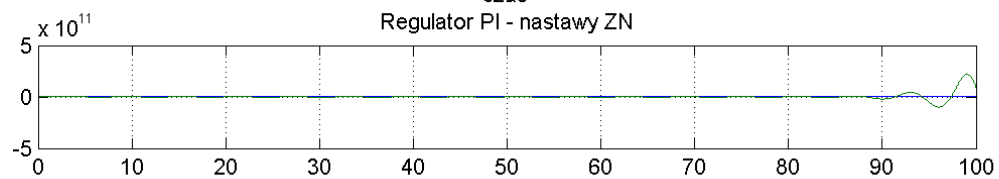
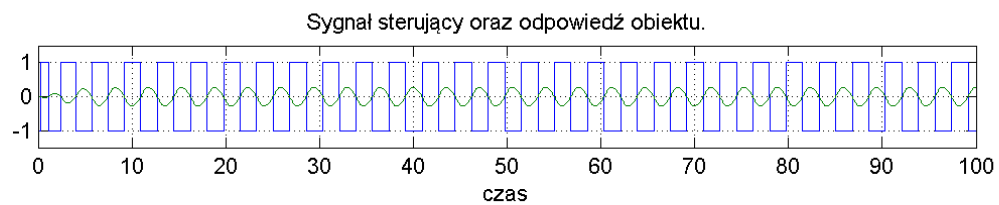


Obiekt G9, $T = 0.4$

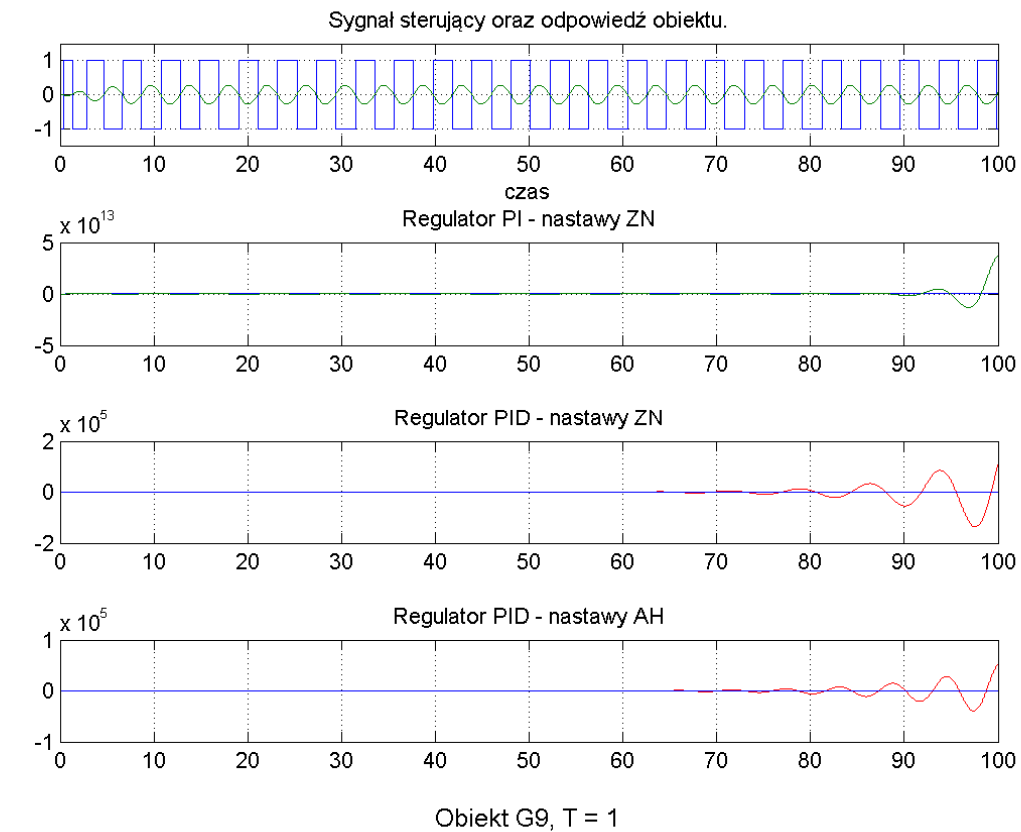
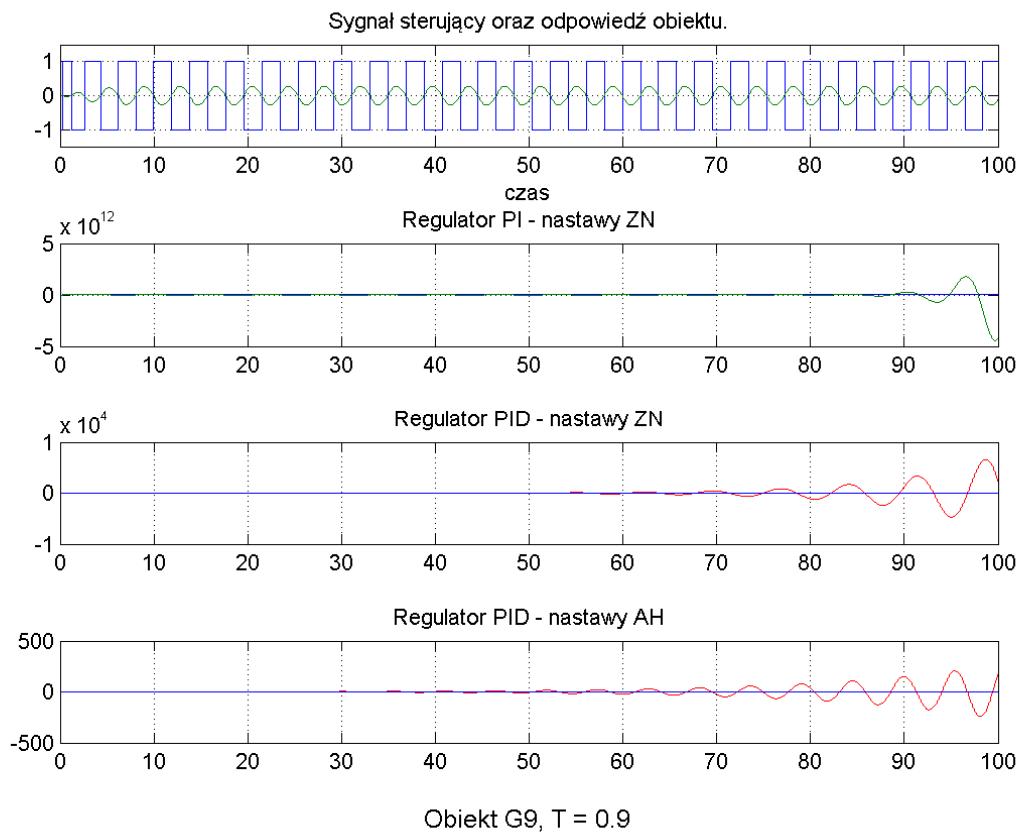




Obiekt G9, $T = 0.7$



Obiekt G9, $T = 0.8$



4. Wnioski

Analiza odpowiedzi obiektów, wraz z regulatorem dobranym metodą strojenia przekąźnikowego, na skok jednostkowy doprowadziła do poniższych wniosków:

- Regulator PI nie jest w stanie w większości przypadków doprowadzić obiektu do zadanej wartości. Potwierdza to teoretyczne przewidywania co do zakresu jego stosowalności. Przypadki w których działa poprawnie są raczej kwestią szczęścia niż oczekiwanym rezultatem.
- Regulator PID z nastawami dobieranymi według reguł ZN oraz AH wykazuje się większą dokładnością niż PI. Widać, że jego działanie nie jest efektem przypadku ale wynika z pewnych reguł.
- Obiektu P_3 nie udało mi się wprowadzić w drgania oscylacyjne co uniemożliwiło dobór poprawnych nastaw. Uzyskane wartości nastaw w sposób przypadkowy regulowały obiekt.
- Obiekt P_4 został wysterowany tylko w jednym przypadku, dlatego wnioskuję, iż ta metoda nie sprawdziła dla tego przypadku.
- Dla pozostałych obiektów wyznaczone wartości nastaw regulatora PID nie zawsze były skuteczne.

Nasuwa się wniosek że automatyczne strojenie przekąźnikowe jest skuteczne tylko dla wybranych typów obiektów.