

# Matematika I

05. február 2015

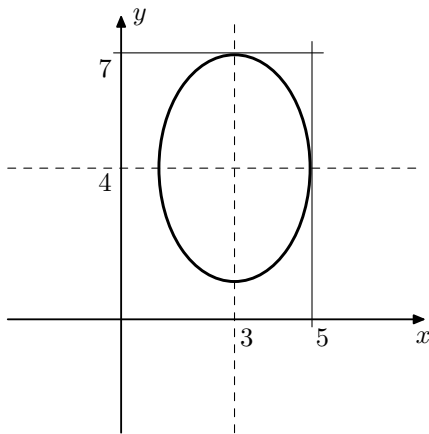
07:30

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... Študijný program: .....

1. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a)  $\frac{(y-3)^2}{5} + \frac{(x-4)^2}{7} = 1$

b)  $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

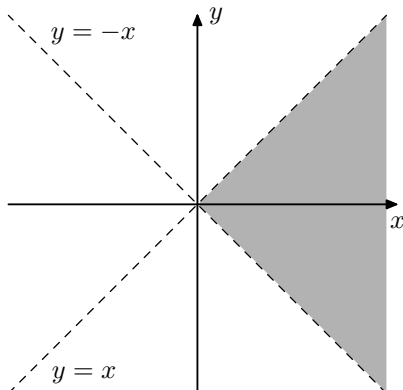
c)  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$

d)  $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$

b) (2b) Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá je sečnicou ku kužeľosečke znázornenej na obrázku.

**Výsledok:**

2. (5b) Napíšte predpis funkcie, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



**Výsledok:**

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je obdĺžnik s vrcholmi  $A = [0, 1]$ ,  $B = [2, 1]$ ,  $C = [2, 2]$  a  $D = [0, 2]$ .

**Výsledok:**

4. (5b) Bod  $M$  má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice:  $M = \left[ \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$ .

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a)  $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c)  $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

b)  $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

d)  $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

**Náčrt:**

5. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia  $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ ?

**Výsledok:**

6. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia  $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$  nadobúda lokálne minimum.

**Výsledok:**

7. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice  $y' + \frac{y}{x} = 1$ , ktoré spĺňa začiatočnú podmienku  $y(1) = \frac{1}{2}$ .

**Výsledok:**

8. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica  $y'' + 5y' + 6y = 5x - 7$ .

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Výsledok:**

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

**Výsledok:**

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Výsledok:**

9. (5b) Limita funkcie

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x}{x + y}$$

sa rovná

a) 0.

c) neexistuje.

b) 1.

d) ani jedna z možností nie je správna.

Svoje tvrdenie zdôvodnite.

10. (6b) Nájdite bod, v ktorom dotyková rovina ku grafu funkcie  $f(x, y) = 5 - x^2 + 2x - y^2 - 8y$  je rovnobežná so súradnicovou rovinou  $R_{xy}$ .

**Súradnice bodu sú:**

11. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$ , bod  $A = [-1, 2, -3]$  a vektor  $\vec{l} = (1, 1, 1)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$ .

**Výsledok:**

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Výsledok:**

12. (8b) Daná je funkcie  $f(x, y) = 1 + 4x - 5y$  a množina  $M$ , ktorá je ohraničená priamkami  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + y - 3 = 0$ .

a) (3b) Načrtnite množinu  $M$ .

**Náčrt:**

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$ , na množine  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je:

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: