

Matematika I

29. január 2015

10:30

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: Študijný program:

1. (5b) Bod M má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, 2 \right]$.

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a) $M = [-1, 1, 0]$

c) $M = [-1, 1, 2]$

b) $M = [1, -1, 0]$

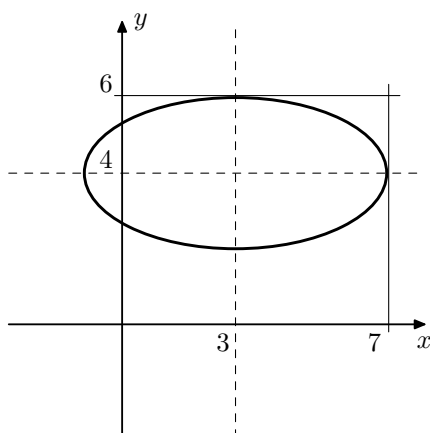
d) $M = [1, -1, 2]$

b) (2b) Znázornite bod M v pravouhlom pravotočivom súradnicovom systéme.

Náčrt:

2. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$

b) $\frac{(y-3)^2}{7} + \frac{(x-4)^2}{6} = 1$

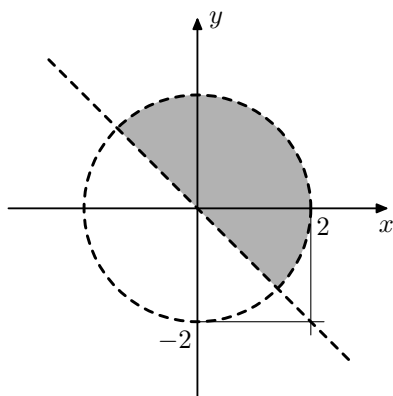
c) $(x-3)^2 + 4(y-4)^2 = 16$

d) $4(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

b) (2b) Určte vzájomnú polohu priamky $p: x + y = 0$ a kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

Výsledok:

3. (5b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) $f(x, y) = \frac{\ln(x+y)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

b) $f(x, y) = \arcsin(x+y) + \sqrt{4-x^2-y^2}$

c) $f(x, y) = \sqrt{x+y} + \ln(4-x^2-y^2)$

d) $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

4. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina M je obdĺžnik s vrcholmi $A = [0, 1]$, $B = [2, 1]$, $C = [2, 2]$ a $D = [0, 2]$.

Výsledok:

5. (5b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{2 - \sqrt{4 - xy}}{xy}.$$

Výsledok:

6. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = x^2 + y^2$ a rovina $\sigma : x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Nájdite rovinu τ , ktorá je dotykovou rovinou ku grafu funkcie $f(x, y)$ a je rovnobežná s rovinou σ .

Všeobecná rovnica roviny τ je:

7. (6b) Daná je funkcia $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, bod $A = [-1, 2, -3]$ a vektor $\vec{l} = (-2, -1, 1)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y, z)$ v bode A .

Výsledok:

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y, z)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Výsledok:

8. (8b) Daná je funkcie $f(x, y) = 4y - 6x - 1$ a množina M , ktorá je ohraničená priamkami: $x = 0$, $y = 0$, $x + y - 3 = 0$.

a) (3b) Načrtnite množinu M .

Náčrt:

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$, na množine M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

9. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia $g(x, y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$?

Výsledok:

10. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia $g(x, y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$ nadobúda lokálne minimum.

Výsledok:

11. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice $y' - 2xy = e^{x^2}$, ktoré spĺňa začiatočnú podmienku $y(0) = -1$.

Výsledok:

12. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica $y'' + 5y' + 6y = 5x - 7$.

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Výsledok:

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Výsledok:

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Výsledok: