

Matematika I

12. február 2015

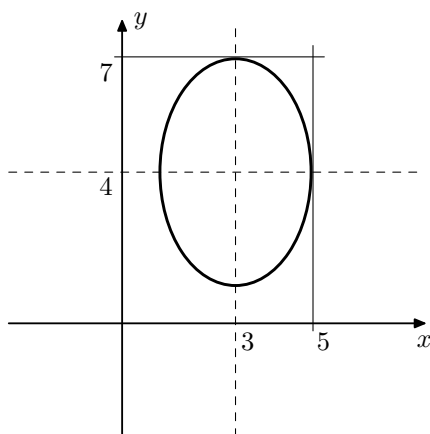
14:00

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: Študijný program:

1. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a) $4(x - 3)^2 + 9(y - 4)^2 = 36$

d) $9(x - 3)^2 + 4(y - 4)^2 = 36$

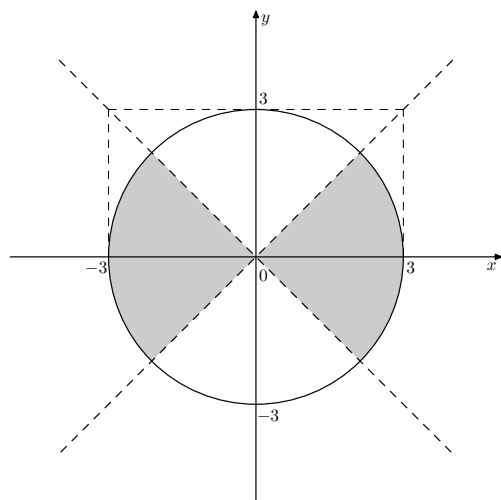
c) $\frac{(y - 3)^2}{7} + \frac{(x - 4)^2}{5} = 1$

d) $\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y - 4)^2}{4} = 1$

b) (2b) Určte vzájomnú polohu priamky $p : 2x - y = 0$ a kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

Výsledok:

2. (5b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na nasledujúcom obrázku.



a) $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 - y^2)$

b) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y^2)$

c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina M je obdĺžnik s vrcholmi $A = [1, 1]$, $B = [2, 1]$, $C = [2, 2]$ a $D = [1, 2]$.

Výsledok:

4. (5b) Bod M má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$.

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a) $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c) $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b) $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d) $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

Náčrt:

5. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia $g(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$?

Výsledok:

6. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia $g(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$ nadobúda lokálne minimum.

Výsledok:

7. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice $y' - 2y = -4x$, ktoré spĺňa začiatočnú podmienku $y(1) = \frac{1}{2}$.

Výsledok:

8. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica $y'' - 7y' + 12y = -12e^x$.

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Výsledok:

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Výsledok:

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Výsledok:

9. (5b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sin(x + 2y)^2}{x^2 + 2xy}.$$

Výsledok:

10. (6b) Nájdite bod, v ktorom dotyková rovina ku grafu funkcie $f(x, y) = 5 - x^2 + 2x - y^2 - 8y$ je rovnobežná so súradnicovou rovinou R_{xy} .

Súradnice bodu sú:

11. (6b) Daná je funkcia $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, bod $A = [-1, 2, -3]$ a vektor $\vec{l} = (-2, -1, 1)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y, z)$ v bode A .

Výsledok:

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y, z)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Výsledok:

12. (8b) Daná je funkcie $f(x, y) = 1 + 4x - 5y$ a množina M , ktorá je ohraničená priamkami $x = 0$, $y = 0$, $x + y - 3 = 0$.

a) (3b) Načrtnite množinu M .

Náčrt:

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$, na množine M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: