

# Matematika I

22. január 2015

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... Študijný program: .....

1. (5b) Bod  $M$  má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice:  $M = \left[ \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, 0 \right]$ .

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a)  $M = [-1, 1, 0]$

c)  $M = [-1, 1, 2]$

b)  $M = [1, -1, 0]$

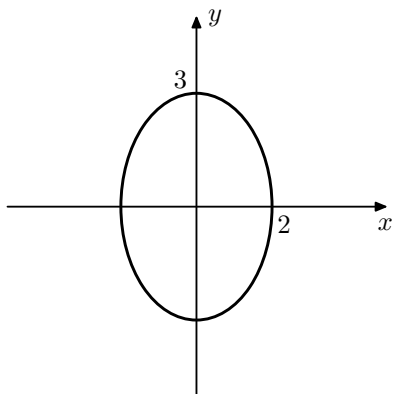
d)  $M = [1, -1, 2]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

**Náčrt:**

2. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte kanonickú rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

b)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

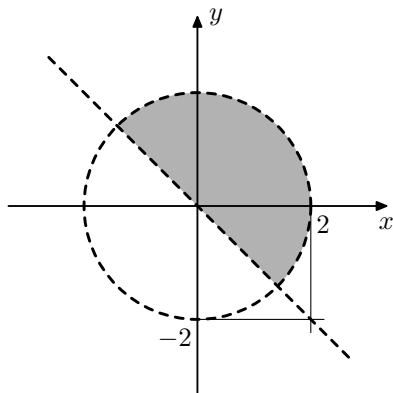
c)  $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{3} = 1$

d)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

b) (2b) Určte vzájomnú polohu priamky  $p : y + 2 = 0$  a kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

**Výsledok:**

3. (5b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)  $f(x, y) = \sqrt{x+y} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

b)  $f(x, y) = \arcsin(x+y) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

c)  $f(x, y) = \frac{\ln(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

4. (6b) Vypočítajte hmotnosť telesa, ktorého objemová hustota je daná vzťahom

$$h(x, y, z) = x + y + z.$$

Pričom teleso pozostáva z množiny bodov:  $\langle 0, 3 \rangle \times \langle 0, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ .

**Výsledok:**

5. (5b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{2 - \sqrt{4 - xy}}{x}.$$

**Výsledok:**

6. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = x^2 + y^2$  a rovina  $\sigma : x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . Nájdite rovinu  $\tau$ , ktorá je dotykovou rovinou ku grafu funkcie  $f(x, y)$  a je rovnobežná s rovinou  $\sigma$ .

**Všeobecná rovnica** roviny  $\tau$  je:

7. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , bod  $A = [-1, 2, -3]$  a vektor  $\vec{l} = (1, -1, -2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$ .

**Výsledok:**

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Výsledok:**

8. (8b) Daná je funkcie  $f(x, y) = 4y - 6x - 1$  a množina  $M: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$ .

a) (3b) Načrtnite množinu  $M$ .

**Náčrt:**

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$ , na množine  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je:

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je:

9. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia  $g(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ ?

**Výsledok:**

10. (5b) Napíšte súradnice bodu, v ktorom funkcia  $g(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$  nadobúda minimum.

**Výsledok:**

11. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice  $y' - 2y = -4x$ , ktoré spĺňa začiatočnú podmienku  $y(2) = 1$ .

**Výsledok:**

12. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica  $y'' - 4y' + 3y = 5x - 7$ .

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Výsledok:**

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

**Výsledok:**

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Výsledok:**