

Matematika I

27. február 2015

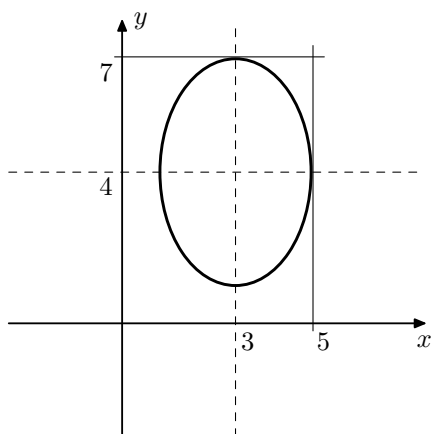
09:00

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: Študijný program:

1. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a) $4(x - 3)^2 + 9(y - 4)^2 = 36$

d) $9(x - 3)^2 + 4(y - 4)^2 = 36$

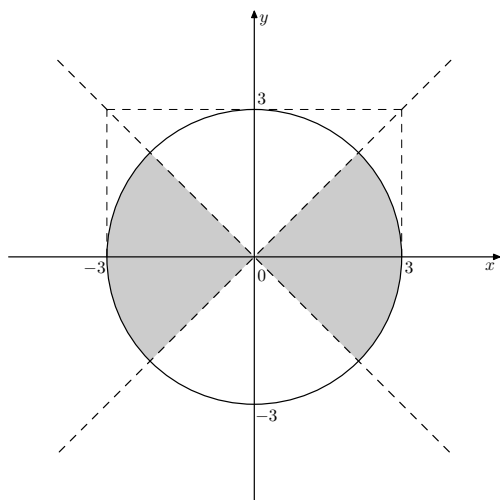
c) $\frac{(y - 3)^2}{7} + \frac{(x - 4)^2}{5} = 1$

d) $\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y - 4)^2}{4} = 1$

b) (2b) Určte vzájomnú polohu priamky $p : 2x - y + 2 = 0$ a kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

Výsledok:

2. (5b) Napíšte predpis funkcie, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



Výsledok:

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina M je obdĺžnik s vrcholmi $A = [1, 2]$, $B = [2, 2]$, $C = [2, 3]$ a $D = [1, 3]$.

Výsledok:

4. (5b) Bod M má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$.

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a) $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c) $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b) $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d) $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

Náčrt:

5. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia $g(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$?

Výsledok:

6. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia $g(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ nadobúda lokálne minimum.

Výsledok:

7. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice $y' - 2y = -4x$, ktoré spĺňa začiatočnú podmienku $y(1) = \frac{1}{2}$.

Výsledok:

8. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica $y'' - 4y' + 4y = 12e^{2x}$.

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Výsledok:

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Výsledok:

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Výsledok:

9. (5b) Limita funkcie

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^5}{xy^2 + (\sqrt{y})^5}$$

sa rovná

a) 0.

c) neexistuje.

b) 1.

d) ani jedna z možností nie je správna.

Svoje tvrdenie zdôvodnite.

10. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = 3 + (x - 1)^2 + y^2$ a rovina $\sigma : z = 0$. Nájdite rovinu τ , ktorá je dotykovou rovinou ku grafu funkcie $f(x, y)$ a je rovnobežná s rovinou σ .

Všeobecná rovnica roviny je:

11. (6b) Daná je funkcia $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, bod $A = [1, -2, 3]$ a vektor $\vec{l} = (1, 1, 1)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y, z)$ v bode A .

Výsledok:

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y, z)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Výsledok:

12. (8b) Daná je funkcie $f(x, y) = 1 + 4x - 5y$ a množina M , ktorá je ohraničená priamkami $y = 2 - x$, $y = x + 1$ a $y = 3x - 3$.

a) (3b) Načrtnite množinu M .

Náčrt:

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$, na množine M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: