

# Matematika I

29. január 2015

8:30

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... Študijný program: .....

1. (5b) Bod  $M$  má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice:  $M = \left[ \sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$ .

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a)  $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c)  $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

b)  $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

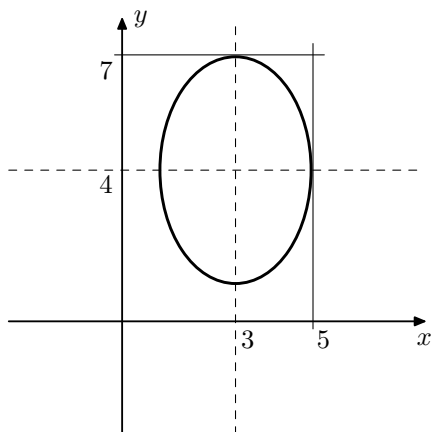
d)  $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

**Náčrt:**

2. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

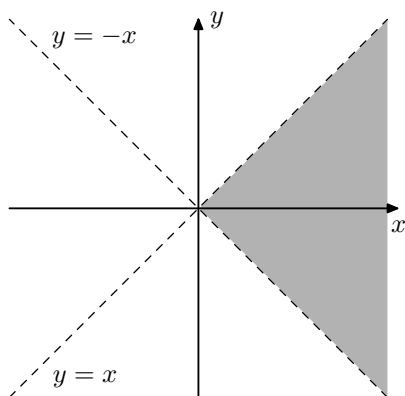


- a)  $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$   
b)  $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$   
c)  $\frac{(y-3)^2}{5} + \frac{(x-4)^2}{7} = 1$   
d)  $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

b) (2b) Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá je sečnicou kužeľosečky znázornenej na obrázku.

**Výsledok:**

3. (5b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



- a)  $f(x, y) = \ln(x + y) + \sqrt{x - y}$   
b)  $f(x, y) = \frac{\ln(x + y)}{\sqrt{x - y}}$   
c)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x + y}}{\ln(x - y)}$   
d)  $f(x, y) = \frac{\ln(x + y)}{\sqrt{x + y}}$

4. (6b) Vypočítajte hmotnosť telesa, ktorého objemová hustota je daná vzťahom

$$h(x, y, z) = x + y + z.$$

Pričom teleso pozostáva z množiny bodov:  $\langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle \times \langle 0, 6 \rangle$ .

**Výsledok:**

5. (5b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \\ z \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 + y^2 + z^2)}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

**Výsledok:**

6. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = x^2 + y^2$  a rovina  $\sigma : x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . Nájdite rovinu  $\tau$ , ktorá je dotykovou rovinou ku grafu funkcie  $f(x, y)$  a je rovnobežná s rovinou  $\sigma$ .

**Všeobecná rovnica** roviny  $\tau$  je:

7. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$ , bod  $A = [-1, 2, -3]$  a vektor  $\vec{l} = (1, 1, 1)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$ .

**Výsledok:**

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y, z)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Výsledok:**

8. (8b) Daná je funkcie  $f(x, y) = 1 + 4x - 5y$  a množina  $M$ , ktorá je ohraničená priamkami  $y = 1 - x$ ,  $y = x + 1$  a  $y = 3x - 3$ .

a) (3b) Načrtnite množinu  $M$ .

**Náčrt:**

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$ , na množine  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je:

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je:

9. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia  $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ ?

**Výsledok:**

10. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia  $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$  nadobúda lokálne minimum.

**Výsledok:**

11. (5b) Nájdite všeobecné riešenie diferenciálnej rovnice  $y' + y = \cos(x)$ .

**Výsledok:**

12. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica  $y'' - 4y' + 4y = -12e^x$ .

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Výsledok:**

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

**Výsledok:**

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Výsledok:**