

Matematika I

05. január 2017

9:00

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: Študijný program:

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y - 36 = 0$.

Doplňte

a) Stredová rovnica kužeľosečky je

b) Kužeľosečka je typu.

c) Popíšte (ak existujú):

c_1) dĺžka hlavnej poloosi je

c_2) dĺžka vedľajšej poloosi je

c_3) excentricita je

d) Napíšte súradnice (ak existujú):

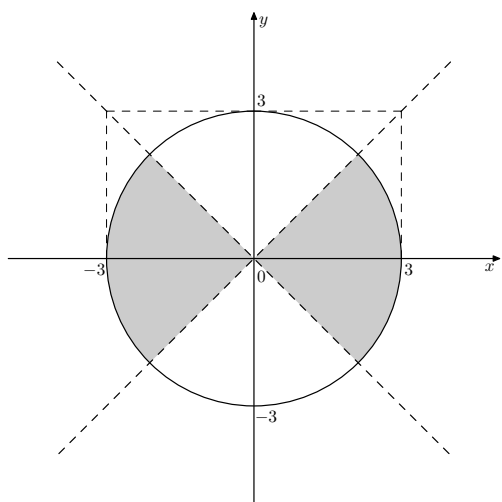
d_1) hlavných vrcholov kužeľosečky

d_2) vedľajších vrcholov kužeľosečky

d_3) súradnice ohniska resp. ohnisk kužeľosečky

e) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na nasledujúcom obrázku.



a) $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 - y^2)$

b) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y^2)$

c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina M je obdĺžnik s vrcholmi $A = [1, 1]$, $B = [2, 1]$, $C = [2, 2]$ a $D = [1, 2]$.

Výsledok:

4. (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$.

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a) $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c) $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b) $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d) $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod M v pravouhlej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica (LDR) $y'' - 7y' + 12y = -12e^x$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení LDR je

b) (2b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Partikulárne riešenie je

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie LDR je

6. (4b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\sin(x + 2y)^2}{x^2 + 2xy}.$$

Výsledok:

7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie $f(x, y) = 5 - x^2 + 2x - y^2 - 8y$, ak je hľadaná dotyková rovina je rovnobežná so súradnicovou rovinou R_{xy} .

Súradnice dotykového bodu sú:

Všeobecná rovnicu dotykovej roviny je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, bod $A = [-1, 2]$ a vektor $\vec{l} = (-2, -1)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (23b) Daná je funkcia $f(x, y) = 2x^2 - x + y^2$ a množina M .

Množina M je trojuholník ABC , ktorého vrcholy majú súradnice $A = [0, 0]$ $B = [3, 0]$ a $C = [0, 3]$.

a) (1b) Načrtnite množinu M a pomocou rovníc popíšte jej hranice.

Náčrt:

Rovnice hraníc:

- (a) (2b) AB
- (b) (2b) AC
- (c) (2b) BC

b) (5b) Nájdite lokálne extrémym funkcie v M .

Doplňte odpoveď: Funkcia $f(x, y)$ má v bode lokálne

c) Nájdite viazané lokálne extrémym funkcie na hraniciach oblasti M .

Na hranici

- (a) (3b) AB má funkcia $f(x, y)$ má v bode viazané lokálne
- (b) (3b) AC má funkcia $f(x, y)$ má v bode viazané lokálne
- (c) (3b) BC má funkcia $f(x, y)$ má v bode viazané lokálne

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$ na oblasti M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: