Matematika I

22. január 2015

Meno a priezvisko: .... **Podpis:** ....

Ročník: .... **Študijný program:** ....

1. (5b) Bod M má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice: $M = \left[1, \dfrac{\pi}{6}, -1\right]$.

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a) $M = \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, -1\right]$

b) $M = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right]$

c) $M = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 1\right]$

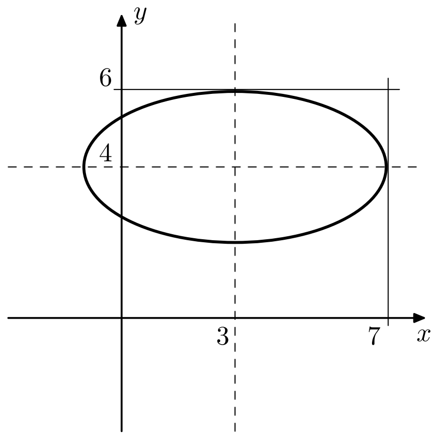
d) $M = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, -1\right]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom súradnicovom systéme.

Náčrt:

2. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a) $\dfrac{(x-3)^2}{4} + \dfrac{(y-4)^2}{9} = 1$

b) $(x-3)^2 + 4(y-4)^2 = 16$

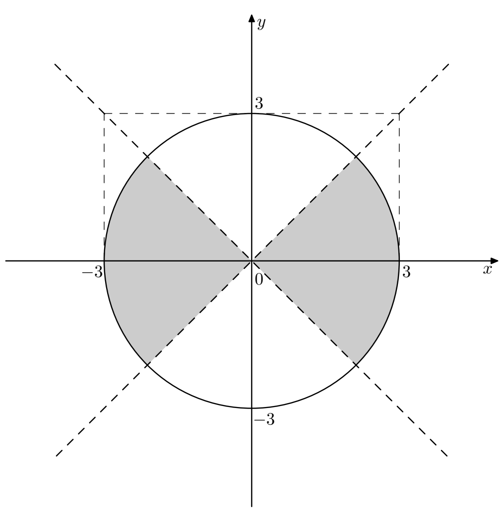
c) $\dfrac{(y-3)^2}{7} + \dfrac{(x-4)^2}{6} = 1$

d) $4(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

b) (2b) Určte vzájomnú polohu piamky $p: x+3=0$ a kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.

Výsledok:

3. (5b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na nasledujúcom obrázku.



a) $f(x,y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 - y^2)$

b) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2)$

c) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2}$

d) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y^2)$

4. (6b) Vypočítajte hmotnosť telesa, ktorého objemová hustota je daná vzťahom

$$h(x,y,z) = x + y + z.$$

Pričom teleso pozostáva z množiny bodov: $\langle 0,1\rangle \times \langle 0,2\rangle \times \langle 0,3\rangle$.

Výsledok:

5. (5b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ y\to -1}} \frac{(x+2y)^2}{x^2+2xy}.$$

Výsledok:

6. (6b) Daná je funkcia $f(x,y)=x^2+y^2$ a rovina $\sigma : x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. Nájdite rovinu τ, ktorá je dotykovou rovinou ku grafu funkcie $f(x,y)$ a je rovnobežná s rovinou σ.

Všeobecná rovnica roviny τ je:

7. (6b) Daná je funkcia $f(x,y,z) = \ln(x^2+y^2+z^2)$, bod $A=[-1,2,-3]$ a vektor $\vec{l} = (1,-1,-2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x,y,z)$ v bode A.

Výsledok:

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x,y,z)$ v bode A v smere vektora $\vec{l}$.

Výsledok:

8. (8b) Daná je funkcie $f(x,y)=1+4x-5y$ a množina M, ktorá je ohraničená priamkami $y=1-x$, $y=x+1$ a $y=3x-3$.

a) (3b) Načrtnite množinu M.

Náčrt:

b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x,y)$, na množine M.

Najväčšia hodnota funkcie $f(x,y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x,y)$ je:

9. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia $g(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$?

Výsledok:

10. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia $g(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$ nadobúda minimum.

Výsledok:

11. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice $y' - 2y = -4x$, ktoré spĺňa začiatočnú podmienku $y(2) = 1$.

Výsledok:

12. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica $y'' - 5y' + 6y = -12e^x$.

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Výsledok:

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Výsledok:

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Výsledok: