

Matematika I

29. január 2015

12:30

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: Študijný program:

1. (5b) Bod M má v cylindrickom súradnicovom systéme nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$.

a) (3b) Určte jeho súradnice v pravouhlom súradnicovom systéme.

a) $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c) $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

b) $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

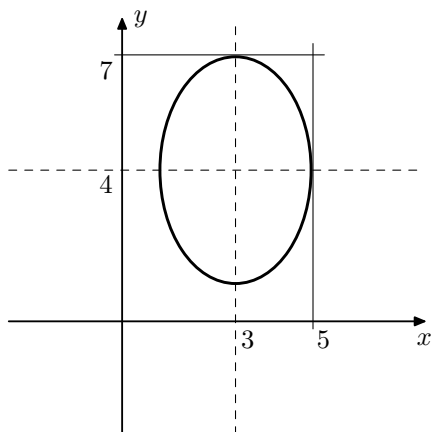
d) $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod v pravouhlom ľavotočivom súradnicovom systéme.

Náčrt:

2. (5b) Riešte:

a) (3b) Vyberte rovnicu kužeľosečky, ktorá je znázornená na obrázku.



a) $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$

b) $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$

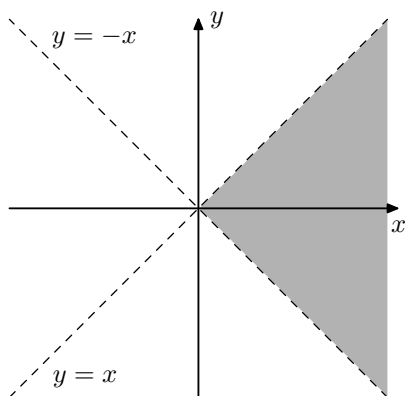
c) $\frac{(y-3)^2}{5} + \frac{(x-4)^2}{7} = 1$

d) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

b) (2b) Napíšte všeobecnú rovnicu priamky, ktorá je dotyčnicou ku kužeľosečke znázornenej na obrázku.

Výsledok:

3. (5b) Napíšte predpis funkcie, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



Výsledok:

4. (6b) Vypočítajte hmotnosť telesa, ktorého objemová hustota je daná vzťahom

$$h(x, y, z) = x + y + z.$$

Pričom teleso pozostáva z množiny bodov: $\langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 3 \rangle \times \langle 0, 6 \rangle$.

Výsledok:

5. (5b) Limita funkcie

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x}{x+y}$$

sa rovná

- a) 0. c) neexistuje.
b) 1. d) ani jedna z možností nie je správna.

Svoje tvrdenie zdôvodnite.

6. (6b) Nájdite bod, v ktorom dotyková rovina ku grafu funkcie $f(x, y) = 5 - x^2 + 2x - y^2 - 8y$ je rovnobežná so súradnicovou rovinou R_{xy} .

Súradnice bodu sú:

7. (6b) Daná je funkcia $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$, bod $A = [-1, 2, -3]$ a vektor $\vec{l} = (1, 1, 1)$.

- a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y, z)$ v bode A .

Výsledok:

- b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y, z)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Výsledok:

8. (8b) Daná je funkcie $f(x, y) = 1 + 4x - 5y$ a množina M , ktorá je ohraničená priamkami $y = 1 - x$, $y = x + 1$ a $y = 3x - 3$.

- a) (3b) Načrtnite množinu M .

Náčrt:

- b) (5b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$, na množine M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

9. (5b) Koľko stacionárnych bodov má funkcia $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$?

Výsledok:

10. (5b) Napíšte súradnice bodu (bodov), v ktorom funkcia $g(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$ nadobúda lokálne minimum.

Výsledok:

11. (5b) Nájdite riešenie diferenciálnej rovnice $y' + \frac{y}{x} = 1$, ktoré spĺňa začiatočnú podmienku $y(1) = \frac{1}{2}$.

Výsledok:

12. (9b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica $y'' + 3y' - 4y = e^{-4x}$.

a) (3b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Výsledok:

b) (3b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Výsledok:

c) (3b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Výsledok: