Matematika I

09. február 2017
09:00

Meno a priezvisko: .... **Podpis:** ....

Ročník: .... **Študijný program:** ....

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $4x^2 + y^2 + 8x + 4y - 8 = 0$.

Doplňte:

a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je ....

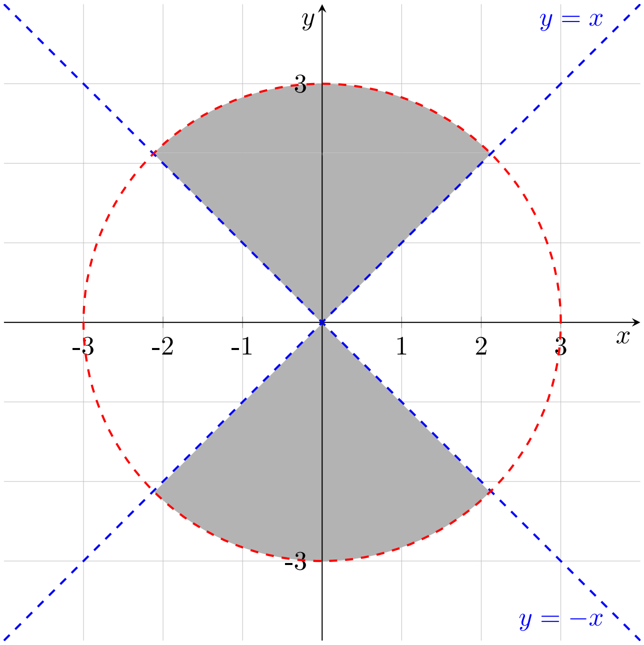
b) (1b) Typ kužeľosečky je ....

c) (3b) Napíšte, ak existujú

- c_1) súradnice stredu kužeľosečky: ....
- c_2) súradnice ohniska resp. ohnísk kužeľosečky: ....
- c_3) súradnice vrcholu resp. vrcholov kužeľosečky: ....

d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) $f(x,y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \sqrt{x^2 + y^2}$

b) $f(x,y) = \dfrac{\ln(9 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

c) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y^2)$

d) $f(x,y) = \dfrac{\ln(9 - x^2 - y^2)}{\sqrt{y^2 - x^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint\limits_M xy \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

kde množina M je mnohouholník, ktorého vrcholy majú súradnice $A = [1,0]$, $B = [2,0]$, $C = [2,2]$ a $D = [1,3]$.

Výsledok: ....

4. (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave súradnice: $M = \left[2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}, -2\right]$.

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:
Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a) $M = [-3, -\sqrt{3}, -2]$

b) $M = [3, \sqrt{3}, -2]$

c) $M = [3, -\sqrt{3}, -2]$

d) $M = [-3, \sqrt{3}, -2]$

b) (2b) Znázornite tento bod M v pravouhlej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica (LDR) $y'' + 6y' + 8y = 1$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je: ....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení LDR je ....

b) (2b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

Partikulárne riešene je ....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie LDR je ....

6. (4b) Vypočítajte, ak existuje

$$\lim_{[x,y]\to[0,0]} \frac{x}{x+y}.$$

Výsledok: ....

7. (6b) Nájdite všeobecnú rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x,y) = \dfrac{1}{x+y}$ v bode $T = \left[1, y_0, \dfrac{1}{3}\right]$.

(2b) Súradnice **dotykového bodu** sú: ....

(4b) **Všeobecná rovnica** dotykovej roviny τ je: ....

8. (6b) Daná je funkcia $f(x,y) = \dfrac{1}{2x-2y}$, bod $A = [2,-2]$ a vektor $\vec{l} = (1,-1)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x,y)$ v bode A.

Gradient funkcie $f(x,y)$ v bode A je ....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x,y)$ v bode A v smere vektora $\vec{l}$.

Derivácia funkcie $f(x,y)$ v bode A v smere vektora $\vec{l}$ je ....

9. (27b) Daná je funkcia $f(x, y) = 2x^2 - 16x + y^2 - 2y$ a oblasť M.
Oblasť M je mnohouholník $ABCD$, ktorého vrcholy majú súradnice $A = [0, 0]$, $B = [8, 0]$, $C = [6, 2]$ a $D = [2, 2]$.

a) Načrtnite oblasť M:

Náčrt:

Pomocou rovníc popíšte hranice oblasti M:

(a) (2b) AB ....

(b) (2b) BC ....

(c) (2b) CD ....

(d) (2b) AD ....

b) (5b) Nájdite lokálne extrémy funkcie v oblasti M.
Doplňte odpoveď: Funkcia $f(x, y)$ má v bode .... lokálne ....

c) Nájdite viazané lokálne extrémy funkcie na hraniciach oblasti M.
Na hranici

(a) (3b) AB má funkcia $f(x, y)$ má v bode .... viazané lokálne ....

(b) (3b) BC má funkcia $f(x, y)$ má v bode .... viazané lokálne ....

(c) (3b) CD má funkcia $f(x, y)$ má v bode .... viazané lokálne ....

(d) (3b) AD má funkcia $f(x, y)$ má v bode .... viazané lokálne ....

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$ na oblasti M.

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: ....

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: ....