

# Matematika I

11. január 2018

11:00

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... Študijný program: .....

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky  $x^2 + y + 6x + 10 = 0$ .

**Doplňte**

a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je .....

b) (1b) Typ kužeľosečky je .....

c) (3b) Napíšte

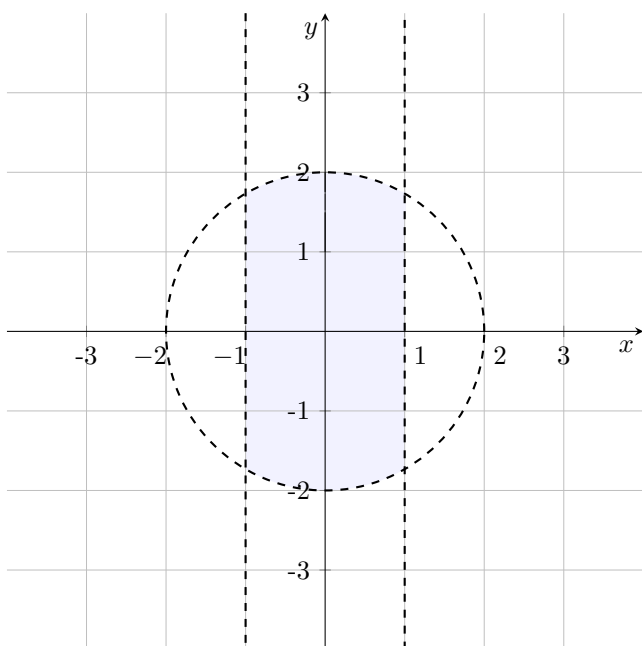
$c_1$ ) súradnice vrcholu kužeľosečky: .....

$c_2$ ) súradnice ohniska kužeľosečky: .....

$c_3$ ) rovnicu hlavnej osi kužeľosečky: .....

d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)  $f(x, y) = \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right) + \sqrt{4-x^2-y^2}$

b)  $f(x, y) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

c)  $f(x, y) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M xy \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je trojuholník s vrcholmi  $A = [1, 1]$ ,  $B = [2, 1]$  a  $C = [2, 3]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Bod  $M$  má v sférickej súradnicovej sústave súradnice:  $M = \left[ 2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{6} \right]$ .

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a)  $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c)  $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b)  $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d)  $M = [1, 1, -\sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave.

**Náčrt:**

5. (8b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica (LDR)  $y'' + 7y' + 12y = x^2$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení LDR je** .....

b) (2b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

**Partikulárne riešenie je** .....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Všeobecné riešenie LDR je** .....

6. (4b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0, \frac{\pi}{2}]} \frac{\sin(x+y)}{x+y}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8,$$

ak hľadaná dotyková rovina je rovnobežná s rovinou  $R_{xy}$ .

**Súradnice dotykového bodu sú:** .....

**Všeobecná rovnica dotykovej roviny je:** .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ , bod  $A = [-1, 1]$  a vektor  $\vec{l} = (2, -2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je** .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je** .....

9. (27b) Daná je funkcia  $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$  a oblasť  $M$ .  
 Oblasť  $M$  je mnohoúhelník  $ABCD$ , ktorého vrcholy majú súradnice  $A = [2, 0]$ ,  $B = [6, 0]$ ,  
 $C = [6, 2]$  a  $D = [2, 2]$ .

a) Načrtnite oblasť  $M$ :

**Náčrt:**

**Pomocou rovníc popíšte hranice oblasti  $M$ :**

- (a) (2b)  $AB$  .....
- (b) (2b)  $BC$  .....
- (c) (2b)  $CD$  .....
- (d) (2b)  $AD$  .....

b) (5b) Nájdite lokálne extrémny funkcie v oblasti  $M$ .

**Doplňte odpoveď:** Funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... lokálne .....

c) Nájdite viazané lokálne extrémny funkcie na hraniciach oblasti  $M$ .

Na hranici

- (a) (3b)  $AB$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....
- (b) (3b)  $BC$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....
- (c) (3b)  $CD$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....
- (d) (3b)  $AD$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$  na oblasti  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....