

# Matematika I

Séria úloh 21

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kuželosečky  $9x^2 - 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$ .

**Doplňte**

- a) (2b) Stredová rovnica kuželosečky je .....
- b) (1b) Typ kuželosečky je .....
- c) (3b) Popíšte (ak existujú):
  - $c_1$ ) dĺžka hlavnej poloosi je .....
  - $c_2$ ) dĺžka vedľajšej poloosi je .....
  - $c_3$ ) excentricita je .....
- d) (4b) Napíšte súradnice (ak existujú):
  - $d_1$ ) stredu kuželosečky .....
  - $d_2$ ) hlavných vrcholov kuželosečky .....
  - $d_3$ ) vedľajších vrcholov kuželosečky .....
  - $d_4$ ) súradnice ohniska resp. ohnisk kuželosečky .....
- e) (1b) Znázornite kuželosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)  $f(x, y) = \sqrt{x} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

b)  $f(x, y) = \arcsin x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

c)  $f(x, y) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M xy \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je mnohoúhelník s vrcholmi  $A = [1, 0]$ ,  $B = [2, 0]$ ,  $C = [2, 2]$ ,  $D = [1, 3]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Toto je príklad typu C

text text text

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR)  $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 3x$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení je** .....

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

**Partikulárne riešenie je** .....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

6. (4b) Ukážte, že neexistuje limita funkcie

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny  $\tau$  ku grafu funkcie  $f(x, y) = \sqrt{14 - x^2 - y^2}$  v bode  $T = [3, 1, z_0]$ .

(2b) Nájdite  $z_0$  a **uvedte súradnice dotykového bodu:** .....

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny  $\tau$  je: .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = \frac{x}{y^2}$ , bod  $A = [1, 2]$  a vektor  $\vec{l} = (-1, 2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je .....

9. (9b) Toto je príklad typu C

text text text