

# Matematika I

Séria úloh 9

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kuželosečky  $4x^2 - 6y^2 - 8x - 24y - 44 = 0$ .

**Doplňte**

a) (2b) Stredová rovnica kuželosečky je .....

b) (1b) Kuželosečka je ..... typu.

c) (3b) Popíšte (ak existujú):

$c_1$ ) dĺžka hlavnej poloosi je .....

$c_2$ ) dĺžka vedľajšej poloosi je .....

$c_3$ ) excentricita je .....

d) (4b) Napíšte súradnice (ak existujú):

$d_1$ ) stredu kuželosečky .....

$d_2$ ) hlavných vrcholov kuželosečky .....

$d_3$ ) vedľajších vrcholov kuželosečky .....

$d_4$ ) súradnice ohniska resp. ohnisk kuželosečky .....

e) (1b) Znázornite kuželosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)  $f(x, y) = \sqrt{x} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

b)  $f(x, y) = \arcsin x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

c)  $f(x, y) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M xy \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je trojuholník s vrcholmi  $A = [1, 1]$ ,  $B = [2, 1]$  a  $C = [2, 3]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Bod  $M$  má v pravouhlej súradnicovej sústave súradnice:  $M = [3, \sqrt{3}, 3]$ .

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu  $M$  v cylindrickej súradnicovej sústave sú:

a)  $M = \left[ 2\sqrt{3}, \frac{11\pi}{6}, 3 \right]$

c)  $M = \left[ 2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}, 3 \right]$

b)  $M = \left[ 2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{3}, 3 \right]$

d)  $M = \left[ 2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}, 3 \right]$

b) (2b) Znázornite tento bod  $M$  v cylindrickej súradnicovej sústave.

**Náčrt:**

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR)  $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 3x$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení je** .....

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

**Partikulárne riešenie je** .....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Všeobecné riešenie danej LODR je** .....

6. (4b) Vypočítajte, ak existuje

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [1,2]} \frac{2 - \sqrt{4 - xy}}{xy}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny  $\tau$  ku grafu funkcie  $f(x, y) = \sqrt{14 - x^2 - y^2}$  v bode  $T = [3, 1, z_0]$ .

(2b) Nájdite  $z_0$  a **uvedte súradnice dotykového bodu:** .....

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny  $\tau$  je: .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = 3x^4 - x^2y^3 + y^2$ , bod  $A = [1, -1]$  a vektor  $\vec{l} = (-1, 2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je .....

**9.** (9b) Toto je příklad typu D

text text text