

Matematika I

undefined

undefined

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: študijný program:

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kuželosečky $y^2 - 4x^2 + 8x - 8y - 4 = 0$.

Doplňte

a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kuželosečky je

b) (1b) Typ kuželosečky je

c) (3b) Napíšte súradnice

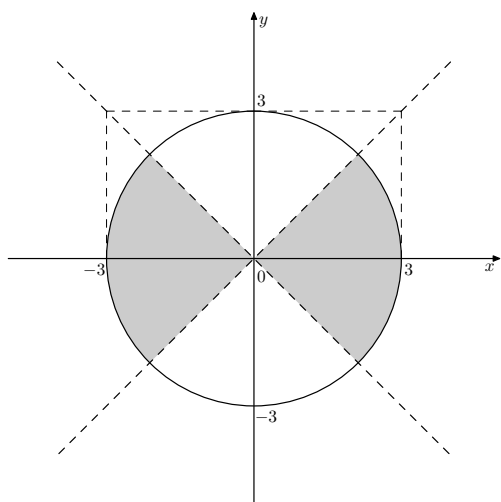
c_1) stredu kuželosečky:

c_2) ohnisk kuželosečky:

c_3) vrcholov kuželosečky:

d) (1b) Znázornite kuželosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na nasledujúcom obrázku.



a) $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \ln(x^2 - y^2)$

b) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y^2)$

c) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 + y^2)$

d) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 - y^2}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x \, dx dy,$$

kde množina M je mnohoúhelník s vrcholmi $A = [-1, -1]$, $B = [1, -1]$, $C = [2, 2]$, $D = [-2, 2]$.

Výsledok:

4. (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$.

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a) $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c) $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b) $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d) $M = [1, 1, \sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite bod M v cylindrickej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 3y'(x) - 4y(x) = 2$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení je

c) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

Partikulárne riešenie je

d) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie danej LODR je

6. (4b) Vypočítajte, ak existuje

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x^4}{x^4 + y^2}.$$

Výsledok:

7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

ak hľadaná dotyková rovina je rovnobežná s rovinou $\sigma : 2x + y + 3z = 1$.

Súradnice dotykového bodu sú:

Všeobecná rovnica dotykovej roviny je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x + y^2}}$, bod $A = [1, 2]$ a vektor $\vec{l} = (1, -2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (27b) Daná je funkcia $f(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ a oblasť M .
 Oblasť M je mnohoúhelník $ABCD$ s vrcholmi $A = [0, 0]$, $B = [4, 0]$, $C = [4, 4]$ a $D = [0, 4]$.

a) Načrtnite oblasť M :

Náčrt:

Pomocou matematických vzťahov popíšte hranice oblasti M :

- (a) (2b) AB
- (b) (2b) BC
- (c) (2b) CD
- (d) (2b) AD

b) (5b) Nájdite lokálne extrémny danej funkcie $f(x, y)$ v oblasti M .
 Ak hľadané lokálne extrémny nie sú, napíšte „nie sú“.

Doplňte odpoveď: Funkcia $f(x, y)$ má v bode lokálne

c) Nájdite viazané lokálne extrémny danej funkcie $f(x, y)$ na hraniciach oblasti M . Ak hľadaný lokálny extrém nejestvuje, napíšte „nie je“.

- (a) (3b) Na hranici AB má funkcia $f(x, y)$ v bode viazané lokálne
- (b) (3b) Na hranici BC má funkcia $f(x, y)$ v bode viazané lokálne
- (c) (3b) Na hranici CD má funkcia $f(x, y)$ v bode viazané lokálne
- (d) (3b) Na hranici AD má funkcia $f(x, y)$ v bode viazané lokálne

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x, y)$ na oblasti M .

Najväčšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je:

Najmenšia hodnota funkcie $f(x, y)$ je: