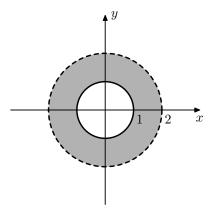
## Matematika I

15. januára 09:00

Meno a priezvisko: Podpis: Podpis:
Ročník: študijný program:
1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $9x^2 - 4y^2 - 1 = 0$ .
Doplňte:
a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je
b) (1b) Typ kužeľosečky je
c) (3b) Napíšte, ak existujú
$c_1$ ) súradnice stredu kužeľosečky:
d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) 
$$f(x,y) = \ln(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

b) 
$$f(x,y) = \frac{\ln(4-x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$$

c) 
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$$

d) 
$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} - \ln(4 - x^2 - y^2)$$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint\limits_{M} x \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y,$$

kde množina M je mnohouholník s vrcholmi A = [-1, -1], B = [1, -1], C = [2, 2], D = [-2, 2].

Výsledok:

- **4.** (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice:  $M = \left[\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}, \sqrt{6}\right]$ .
  - a) (2b) Vyberte správnu odpoveď: Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a) 
$$M = [1, -1, \sqrt{6}]$$

c) 
$$M = [-1, 1, \sqrt{6}]$$

b) 
$$M = [-1, -1, \sqrt{6}]$$

d) 
$$M = [1, 1, \sqrt{6}]$$

b) (2b) Znázornite bod M v cylindrickej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y'(x) + y(x) = x + 1$ .
a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.
Charakteristická rovnica je:
b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.
Fundamentálny systém riešení je
c) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.
Partikulárne riešene je
d) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.
Všeobecné riešenie danej LODR je
6. (4b) Pomocou priamky $y=x$ a paraboly $y=x^2$ ukážte, že limita neexistuje
$\lim_{[x,y]\to[0,0]} \frac{3x^2y}{x^4+y^2}.$
Výsledok:
7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie
$f(x,y) = x^2 + y^2$
ak hľadaná dotyková rovina je rovnobežná s rovinou $\sigma:2x+y+3z=1.$
Súradnice dotykového bodu sú:
Všeobecná rovnica dotykovej roviny je:
8. (6b) Daná je funkcia $f(x,y) = \frac{x}{y^2}$ , bod $A = [1, 2]$ a vektor $\vec{l} = (-1, 2)$ .
a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x,y)$ v bode $A$ .
<b>Gradient</b> funkcie $f(x,y)$ v bode $A$ je
b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x,y)$ v bode $A$ v smere vektora $\vec{l}$ .
<b>Derivácia</b> funkcie $f(x,y)$ v bode $A$ v smere vektora $\vec{l}$ je

9. (27b) Daná je funkcia $f(x,y)=2x^2-x+y^2$ a oblasť $M.$ Oblasť $M$ je mnohouholník $ABCD$ s vrcholmi $A=[0,-1],\ B=[1,-1],\ C=[1,1]$ a $D=[0,1].$
a) Načrtnite oblasť $M$ :
Náčrt:
Pomocou matematických vzťahov popíšte hranice oblasti $M\colon$
(a) (2b) AB
(b) (2b) <i>BC</i>
(d) (2b) $AD$
b) (5b) Nájdite lokálne extrémy danej funkcie $f(x,y)$ v oblasti $M$ . Ak hľadané lokálne extrémy nie sú, napíšte "nie sú".
<b>Doplňte odpoveď:</b> Funkcia $f(x,y)$ má v bode lokálne
c) Nájdite viazané lokálne extrémy danej funkcie $f(x,y)$ na hraniciach oblasti $M.$ Ak hľadaný lokálny extrém nejestvuje, napíšte "nie je".
(a) (3b) Na hranici $AB$ má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
(b) (3b) Na hranici $BC$ má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
(c) (3b) Na hranici $CD$ má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne (d) (3b) Na hranici $AD$ má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x,y)$ na oblasti $M.$
${f Najväčšia}$ hodnota funkcie $f(x,y)$ je: