

# Matematika I

Séria úloh 10

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky  $4x^2 + y^2 + 8x + 4y - 8 = 0$ .

**Doplňte:**

- a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je .....
- b) (1b) Typ kužeľosečky je .....
- c) (3b) Napíšte, ak existujú
  - $c_1$ ) súradnice stredu kužeľosečky: .....
  - $c_2$ ) súradnice ohniska resp. ohnísk kužeľosečky: .....
  - $c_3$ ) súradnice vrcholu resp. vrcholov kužeľosečky: .....
- d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)  $f(x, y) = \frac{\ln(x^2 + y^2 - 1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

b)  $f(x, y) = \frac{\ln(4 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$

c)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$

d)  $f(x, y) = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{\ln(x^2 + y^2 - 1)}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x \, dx \, dy,$$

kde množina  $M$  je mnohoúhelník s vrcholmi  $A = [-1, -1]$ ,  $B = [1, -1]$ ,  $C = [2, 2]$ ,  $D = [-2, 2]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Bod  $M$  má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice:  $M = \left[ \sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \sqrt{6} \right]$ .

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a)  $M = [1, -1, \sqrt{6}]$

c)  $M = [-1, 1, \sqrt{6}]$

b)  $M = [-1, -1, \sqrt{6}]$

d)  $M = [1, 1, \sqrt{6}]$

b) (2b) Znázornite tento bod  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave.

**Náčrt:**

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR)  $y''(x) + 6y'(x) = 1$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení je** .....

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

**Partikulárne riešenie je** .....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Všeobecné riešenie danej LODR je** .....

6. (4b) Vypočítajte

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{xy}{3 - \sqrt{xy + 9}}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny  $\tau$  ku grafu funkcie  $f(x, y) = \sin \frac{x}{y}$  v bode  $T = [\pi, 1, z_0]$ .

(2b) Nájdite  $z_0$  a **uvedte súradnice dotykového bodu:** .....

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny  $\tau$  je: .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ , bod  $A = [1, 2]$  a vektor  $\vec{l} = (-1, 2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je .....

**9.** (9b) Toto je příklad typu C

text text text