

# Matematika I

15. januára

09:00

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... študijný program: .....

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky  $4x^2 + 9y^2 - 1 = 0$ .

**Doplňte:**

a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je .....

b) (1b) Typ kužeľosečky je .....

c) (3b) Napíšte, ak existujú

$c_1$ ) súradnice stredu kužeľosečky: .....

$c_2$ ) súradnice ohniska resp. ohnísk kužeľosečky: .....

$c_3$ ) súradnice vrcholu resp. vrcholov kužeľosečky: .....

d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



- a)  $f(x, y) = \sqrt{x} + \ln(4 - x^2 - y^2)$
- b)  $f(x, y) = \arcsin x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
- c)  $f(x, y) = \frac{\ln(x + 1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$
- d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x + y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je obdĺžnik s vrcholmi  $A = [1, 1]$ ,  $B = [2, 1]$ ,  $C = [2, 2]$  a  $D = [1, 2]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Bod  $M$  má v sférickej súradnicovej sústave súradnice:  $M = \left[4, \frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi\right]$ .

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

- a)  $M = [-3, -\sqrt{3}, -2]$
- b)  $M = [-3, \sqrt{3}, -2]$
- c)  $M = [3, -\sqrt{3}, -2]$
- d)  $M = [3, \sqrt{3}, -2]$

b) (2b) Znázornite tento bod  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave.

**Náčrt:**

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR)  $y''(x) + 3y'(x) - 4y(x) = 3e^{4x}$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení je** .....

c) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

**Partikulárne riešenie je** .....

d) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Všeobecné riešenie danej LODR je** .....

6. (4b) Vypočítajte, ak existuje

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{x}{x+y}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

ak hľadaná dotyková rovina je rovnobežná s rovinou  $\sigma : x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

**Súradnice dotykového bodu sú:** .....

**Všeobecná rovnica dotykovej roviny je:** .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$ , bod  $A = [5, 3]$  a vektor  $\vec{l} = (-1, 2)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je .....

9. (27b) Daná je funkcia  $f(x, y) = 1 + 9x^2 + 4y^2$  a oblasť  $M$ .  
 Oblasť  $M$  je mnohoúhelník  $ABCD$  s vrcholmi  $A = [-2, -1]$ ,  $B = [2, -1]$ ,  $C = [4, 1]$   
 a  $D = [-2, 1]$ .

a) Načrtnite oblasť  $M$ :

**Náčrt:**

**Pomocou matematických vzťahov popíšte hranice oblasti  $M$ :**

- (a) (2b)  $AB$  .....
- (b) (2b)  $BC$  .....
- (c) (2b)  $CD$  .....
- (d) (2b)  $AD$  .....

b) (5b) Nájdite lokálne extrémny danej funkcie  $f(x, y)$  v oblasti  $M$ .

Ak hľadané lokálne extrémny nie sú, napíšte „nie sú“.

**Doplňte odpoveď:** Funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... lokálne .....

c) Nájdite viazané lokálne extrémny danej funkcie  $f(x, y)$  na hraniciach oblasti  $M$ . Ak hľadaný lokálny extrém nejestvuje, napíšte „nie je“.

- (a) (3b) Na hranici  $AB$  má funkcia  $f(x, y)$  v bode ..... viazané lokálne .....
- (b) (3b) Na hranici  $BC$  má funkcia  $f(x, y)$  v bode ..... viazané lokálne .....
- (c) (3b) Na hranici  $CD$  má funkcia  $f(x, y)$  v bode ..... viazané lokálne .....
- (d) (3b) Na hranici  $AD$  má funkcia  $f(x, y)$  v bode ..... viazané lokálne .....

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$  na oblasti  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....