

Matematika I

05. január 2020

9:00

Meno a priezvisko: Podpis:

Ročník: študijný program:

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $9x^2 + 4y^2 - 1 = 0$.

Doplňte:

a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je

b) (1b) Typ kužeľosečky je

c) (3b) Napíšte, ak existujú

c_1) súradnice stredu kužeľosečky:

c_2) súradnice ohniska resp. ohnisk kužeľosečky:

c_3) súradnice vrcholu resp. vrcholov kužeľosečky:

d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) $f(x, y) = \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right) + \sqrt{4-x^2-y^2}$

b) $f(x, y) = \frac{\arcsin x}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

c) $f(x, y) = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

d) $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x \, dx \, dy,$$

kde množina M je mnohoúhelník s vrcholmi $A = [-1, -1]$, $B = [1, -1]$, $C = [2, 2]$, $D = [-2, 2]$.

Výsledok:

4. (4b) Bod M má v pravouhlej súradnicovej sústave súradnice: $M = [3, \sqrt{3}, 3]$.

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu M v cylindrickej súradnicovej sústave sú:

a) $M = [2\sqrt{3}, -\frac{\pi}{6}, 3]$

c) $M = [2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}, 3]$

b) $M = [2\sqrt{3}, -\frac{\pi}{3}, 3]$

d) $M = [2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}, 3]$

b) (2b) Znázornite tento bod M v cylindrickej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 6y'(x) = 3x$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení je

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

Partikulárne riešenie je

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie danej LODR je

6. (4b) Ukážte, že neexistuje limita funkcie

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

Výsledok:

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x, y) = \sqrt{14 - x^2 - y^2}$ v bode $T = [3, 1, z_0]$.

(2b) Nájdite z_0 a **uvedte súradnice dotykového bodu:**

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny τ je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = \frac{1}{x + y^2}$, bod $A = [1, 2]$ a vektor $\vec{l} = (0, 2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (9b) Toto je příklad typu B

text text text