

Matematika I

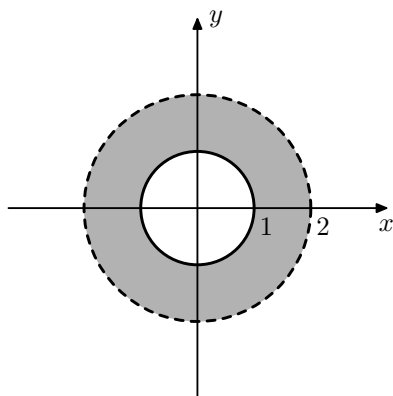
Séria úloh 3

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y - 36 = 0$.

Doplňte

- a) Stredová rovnica kužeľosečky je
- b) Kužeľosečka je typu.
- c) Popíšte (ak existujú):
 - c_1) dĺžka hlavnej poloosi je
 - c_2) dĺžka vedľajšej poloosi je
 - c_3) excentricita je
- d) Napíšte súradnice (ak existujú):
 - d_1) hlavných vrcholov kužeľosečky
 - d_2) vedľajších vrcholov kužeľosečky
 - d_3) súradnice ohniska resp. ohnísk kužeľosečky
- e) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

b) $f(x, y) = \frac{\ln(4 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$

c) $f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$

d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} - \ln(4 - x^2 - y^2)$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M xy \, dx dy,$$

kde množina M je trojuholník s vrcholmi $A = [1, 1]$, $B = [2, 1]$ a $C = [2, 3]$.

Výsledok:

4. (4b) Toto je príklad typu C

text text text

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 3x$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení je

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

Partikulárne riešenie je

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie danej LODR je

6. (4b) Pomocou priamky $y = x$ a paraboly $y = x^2$ ukážte, že limita neexistuje

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{3x^2y}{x^4 + y^2}.$$

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} - xy$ v bode $T = [3, 4, z_0]$.

(2b) Nájdite z_0 a **uvedte súradnice dotykového bodu**:

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny τ je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$, bod $A = [5, 3]$ a vektor $\vec{l} = (-1, 2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (9b) Toto je príklad typu C

text text text