

# Matematika I

19. január 2017

13:00

Meno a priezvisko: ..... Podpis: .....

Ročník: ..... Študijný program: .....

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kuželosečky  $9x^2 - 25y^2 - 54x - 100y - 44 = 0$ .

**Doplňte**

a) (2b) Stredová rovnica kuželosečky je .....

b) (1b) Typ kuželosečky je .....

c) (3b) Popíšte (ak existujú):

$c_1$ ) dĺžka hlavnej poloosi je .....

$c_2$ ) dĺžka vedľajšej poloosi je .....

$c_3$ ) excentricita je .....

d) (4b) Napíšte súradnice (ak existujú):

$d_1$ ) stredu kuželosečky .....

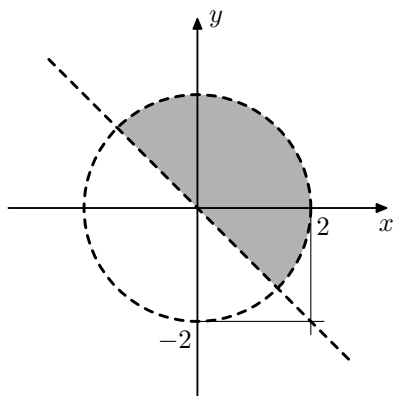
$d_2$ ) hlavných vrcholov kuželosečky .....

$d_3$ ) vedľajších vrcholov kuželosečky .....

$d_4$ ) súradnice ohniska resp. ohnisk kuželosečky .....

e) (1b) Znázornite kuželosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na nasledujúcom obrázku.



a)  $f(x, y) = \sqrt{x+y} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

b)  $f(x, y) = \arcsin(x+y) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

c)  $f(x, y) = \frac{\ln(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d)  $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina  $M$  je obdĺžnik s vrcholmi  $A = [1, 1]$ ,  $B = [2, 1]$ ,  $C = [2, 2]$  a  $D = [1, 2]$ .

**Výsledok:** .....

4. (4b) Bod  $M$  má v sférickej súradnicovej sústave súradnice  $M = \left[4, \frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi\right]$ .

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a)  $M = [-3, -\sqrt{3}, -2]$

c)  $M = [3, -\sqrt{3}, -2]$

b)  $M = [-3, \sqrt{3}, -2]$

d)  $M = [3, \sqrt{3}, -2]$

b) (2b) Znázornite tento bod  $M$  v pravouhlej súradnicovej sústave.

**Náčrt:**

5. (8b) Daná je lineárna diferenciálna rovnica (LDR)  $y'' - 7y' + 12y = -e^{4x}$ .

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

**Charakteristická rovnica je:** .....

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

**Fundamentálny systém riešení LDR je** .....

b) (2b) Napíšte tvar vhodného partikulárneho riešenia.

**Partikulárne riešenie je** .....

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

**Všeobecné riešenie LDR je** .....

6. (4b) Vypočítajte nasledujúcu limitu

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [4,-1]} \frac{2x - y - 9}{\sqrt{2x - y} - 3}.$$

**Výsledok:** .....

7. (6b) Napíšte všeobecnú rovnicu dotykovej roviny ku grafu funkcie  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , ak je hľadaná dotyková rovina je rovnobežná s rovinou  $6x + 3y + 2z + 1 = 0$ .

**Súradnice dotykového bodu sú:** .....

**Všeobecná rovnica dotykovej roviny je:** .....

8. (6b) Daná je funkcia  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$ , bod  $A = [-1, 2]$  a vektor  $\vec{l} = (-2, -1)$ .

a) (3b) Nájdite gradient funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$ .

**Gradient** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  je .....

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$ .

**Derivácia** funkcie  $f(x, y)$  v bode  $A$  v smere vektora  $\vec{l}$  je .....

9. (23b) Daná je funkcia  $f(x, y) = 2x^2 - x + y^2$  a množina  $M$ .

Množina  $M$  je trojuholník  $ABC$ , ktorého vrcholy majú súradnice  $A = [0, 4]$ ,  $B = [4, 0]$  a  $C = [0, -4]$ .

a) (1b) Načrtnite množinu  $M$  a pomocou rovníc popíšte jej hranice.

**Náčrt:**

**Rovnice hraníc:**

- (a) (2b)  $AB$  .....
- (b) (2b)  $AC$  .....
- (c) (2b)  $BC$  .....

b) (5b) Nájdite lokálne extrémny funkcie v  $M$ .

**Doplňte odpoveď:** Funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... lokálne .....

c) Nájdite viazané lokálne extrémny funkcie na hraniciach oblasti  $M$ .

Na hranici

- (a) (3b)  $AB$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....
- (b) (3b)  $AC$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....
- (c) (3b)  $BC$  má funkcia  $f(x, y)$  má v bode ..... viazané lokálne .....

d) (2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie  $f(x, y)$  na oblasti  $M$ .

**Najväčšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....

**Najmenšia** hodnota funkcie  $f(x, y)$  je: .....