

Matematika I

Séria úloh 19

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky $9x^2 + 4y^2 - 1 = 0$.

Doplňte:

- a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je
- b) (1b) Typ kužeľosečky je
- c) (3b) Napíšte, ak existujú
 - c_1) súradnice stredu kužeľosečky:
 - c_2) súradnice ohniska resp. ohnísk kužeľosečky:
 - c_3) súradnice vrcholu resp. vrcholov kužeľosečky:
- d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a) $f(x, y) = \sqrt{x} + \ln(4 - x^2 - y^2)$

b) $f(x, y) = \arcsin x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

c) $f(x, y) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

d) $f(x, y) = \frac{\arcsin(x+y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x^2 y \, dx dy,$$

kde množina M je obdĺžnik s vrcholmi $A = [1, 1]$, $B = [2, 1]$, $C = [2, 2]$ a $D = [1, 2]$.

Výsledok:

4. (4b) Toto je príklad typu D

text text text

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 3x$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení je

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

Partikulárne riešenie je

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

6. (4b) Vypočítajte

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{\arctan(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}.$$

Výsledok:

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x, y) = \sqrt{xy}$ v bode $T = [1, 1, z_0]$.

(2b) Nájdite z_0 a **uvedte súradnice dotykového bodu:**

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny τ je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$, bod $A = [1, 2]$ a vektor $\vec{l} = (-1, 2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (9b) Toto je príklad typu E

text text text