

Matematika I

Séria úloh 2

1. (11b) Daná je všeobecná rovnica kuželosečky $4x^2 - y^2 - 24x + 4y + 28 = 0$.

Doplňte

a) (2b) Stredová rovnica kuželosečky je

b) (1b) Kuželosečka je typu.

c) (3b) Popíšte (ak existujú):

c_1) dĺžka hlavnej poloosi je

c_2) dĺžka vedľajšej poloosi je

c_3) excentricita je

d) (4b) Napíšte súradnice (ak existujú):

d_1) stred kuželosečky

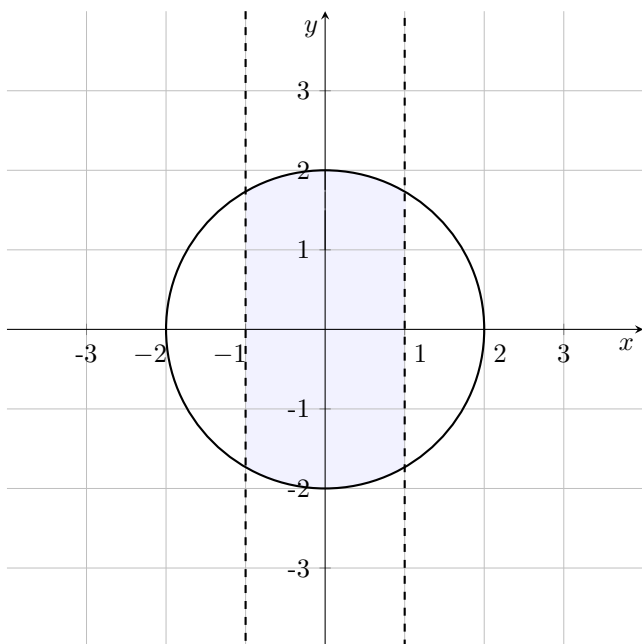
d_2) hlavných vrcholov kuželosečky

d_3) vedľajších vrcholov kuželosečky

d_4) súradnice ohniska resp. ohnisk kuželosečky

e) (1b) Znázornite kuželosečku a v náčrte popíšte jej významné prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



- a) $f(x, y) = \sqrt{x} + \ln(4 - x^2 - y^2)$
- b) $f(x, y) = \arcsin x + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
- c) $f(x, y) = \frac{\ln(x + 1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$
- d) $f(x, y) = \frac{\arcsin(x + y)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint_M x \, dx \, dy,$$

kde množina M je mnohoúhelník s vrcholmi $A = [-1, -1]$, $B = [1, -1]$, $C = [2, 2]$, $D = [-2, 2]$.

Výsledok:

4. (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice: $M = \left[\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \sqrt{2} \right]$.

a) (2b) Vyberte správnu odpoveď:

Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

- a) $M = [1, 1, \sqrt{2}]$
- b) $M = [-1, 1, \sqrt{2}]$
- c) $M = [1, -1, \sqrt{2}]$
- d) $M = [-1, -1, \sqrt{2}]$

b) (2b) Znázornite tento bod M v pravouhlej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = e^{-3x}$.

a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.

Charakteristická rovnica je:

b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou.

Fundamentálny systém riešení je

b) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.

Partikulárne riešenie je

c) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.

Všeobecné riešenie danej LODR je

6. (4b) Ukážte, že neexistuje limita funkcie

$$\lim_{[x,y] \rightarrow [0,0]} \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

Výsledok:

7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x, y) = \sin \frac{x}{y}$ v bode $T = [\pi, 1, z_0]$.

(2b) Nájdite z_0 a **uvedte súradnice dotykového bodu:**

(4b) Všeobecná **rovnica** dotykovej roviny τ je:

8. (6b) Daná je funkcia $f(x, y) = 3x^4 - x^2y^3 + y^2$, bod $A = [1, -1]$ a vektor $\vec{l} = (-1, 2)$.

a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A .

Gradient funkcie $f(x, y)$ v bode A je

b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .

Derivácia funkcie $f(x, y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

9. (9b) Toto je příklad typu E

text text text