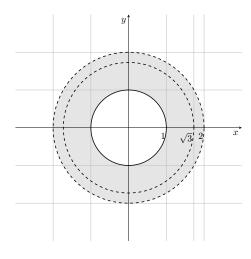
Matematika I

Séria úloh 18

1. (7b) Daná je všeobecná rovnica kužeľosečky y² - 4x² + 8x - 8y - 4 = 0.
Doplňte
a) (2b) Kanonická rovnica (rovnica v štandardnom tvare) kužeľosečky je
b) (1b) Typ kužeľosečky je
c) (3b) Napíšte súradnice
c₁) stredu kužeľosečky:
c₂) ohnísk kužeľosečky:
c₃) vrcholov kužeľosečky:

d) (1b) Znázornite kužeľosečku a v náčrte popíšte jej charakteristické prvky.

2. (2b) Vyberte funkciu, ktorej definičný obor je znázornený na obrázku.



a)
$$f(x,y) = \frac{\ln(x^2 + y^2 - 1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$$

b)
$$f(x,y) = \frac{\ln(4-x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$$

c)
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}{\ln(4 - x^2 - y^2)}$$

d)
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\ln(x^2+y^2-1)}$$

3. (6b) Vypočítajte

$$\iint\limits_{M} y \, \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y,$$

kde množina M je mnohouholník s vrcholmi $A=[-1,-1],\,B=[1,-1],\,C=[4,3],\,D=[-4,3].$

- **4.** (4b) Bod M má v cylindrickej súradnicovej sústave nasledujúce súradnice: $M = \left[2\sqrt{3}, \frac{11\pi}{6}, -2\right]$.
 - a) (2b) Vyberte správnu odpoveď: Súradnice bodu M v pravouhlej súradnicovej sústave sú:

a)
$$M = [-3, -\sqrt{3}, -2]$$

c)
$$M = [3, -\sqrt{3}, -2]$$

b)
$$M = [3, \sqrt{3}, -2]$$

d)
$$M = [-3, \sqrt{3}, -2]$$

b) (2b) Znázornite bod M v pravouhlej súradnicovej sústave.

Náčrt:

5. (8b) Daná je lineárna obyčajná diferenciálna rovnica (LODR) $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 3x$
a) (2b) Napíšte charakteristickú rovnicu k danej diferenciálnej rovnici.
Charakteristická rovnica je:
b) (2b) Nájdite fundamentálny systém riešení diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stra nou.
Fundamentálny systém riešení je
c) (2b) Nájdite partikulárne riešenie uvedenej nehomogénnej rovnice.
Partikulárne riešene je
d) (2b) Napíšte všeobecné riešenie danej lineárnej diferenciálnej rovnice.
Všeobecné riešenie danej LODR je
6. (4b) Vypočítajte
$\lim_{[x,y]\to[0,0]} \frac{\arctan(x^2+y^2)}{x^2+y^2}.$
Výsledok:
7. (6b) Nájdite rovnicu dotykovej roviny τ ku grafu funkcie $f(x,y)=\frac{1}{x^2-2y}$ v bode $T=[1,y_0,3].$
(2b) Nájdite x_0 a uvedte súradnice dotykového bodu :
(4b) Rovnica dotykovej roviny τ je:
8. (6b) Daná je funkcia $f(x,y)=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, bod $A=[1,-1]$ a vektor $\vec{l}=(-1,2)$.
a) (3b) Nájdite gradient funkcie $f(x,y)$ v bode A .
Gradient funkcie $f(x,y)$ v bode A je
b) (3b) Vypočítajte deriváciu funkcie $f(x,y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} .
Derivácia funkcie $f(x,y)$ v bode A v smere vektora \vec{l} je

a)	Načrtnite oblasť M :
	Náčrt:
	Pomocou matematických vzťahov popíšte hranice oblasti $M\colon$
	(a) (2b) <i>AB</i>
	(b) (2b) BC
	(c) (2b) CD
	(d) (2b) AD
b)	(5b) Nájdite lokálne extrémy danej funkcie $f(x,y)$ v oblasti M . Ak hľadané lokálne extrémy nie sú, napíšte "nie sú".
	Doplňte odpoveď: Funkcia $f(x,y)$ má v bode lokálne
c)	Nájdite viazané lokálne extrémy danej funkcie $f(x,y)$ na hraniciach oblasti $M.$ Ak hľadaný lokálny extrém nejestvuje, napíšte "nie je".
	(a) (3b) Na hranici AB má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
	(b) (3b) Na hranici BC má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
	(c) (3b) Na hranici CD má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
	(d) (3b) Na hranici AD má funkcia $f(x,y)$ v bode viazané lokálne
d)	(2b) Nájdite najväčšiu a najmenšiu hodnotu funkcie $f(x,y)$ na oblasti M .
	Najväčšia hodnota funkcie $f(x,y)$ je:
	Najmenšia hodnota funkcie $f(x,y)$ je:

9. (27b) Daná je funkcia $f(x,y)=4x+6y-x^2-y^2$ a oblasť M. Oblasť M je mnohouholník ABCD s vrcholmi $A=[0,0],\ B=[4,0],\ C=[4,5]$ a D=[0,5].