



MATURITA 2020

EXTERNÁ ČASŤ

MATEMATIKA

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- Na vypracovanie testu budete mať **150 minút**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé čísllice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačenú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, prehľad vzťahov na poslednom liste tohto testu a kalkulačku, ktorá nie je súčasťou mobilného telefónu, nedokáže vykresľovať grafy, zjednodušovať algebrické výrazy obsahujúce premenné a počítateľ korene rovníc. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Pracujte s hodnotou π , ktorú ponúka kalkulačka.
- Počítajte presne, bez zaokrúhľovania. Ak je to potrebné, zaokrúhlite iba konečný výsledok podľa pokynov uvedených na zadnej strane testu.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu.

Želáme vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

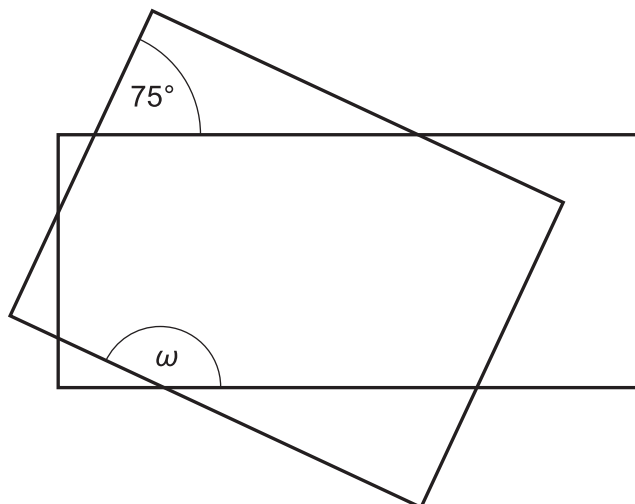
Časť I

Vyriešte úlohy **01** až **20** a do odpovedového hárka zapíšte vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

01 Vypočítajte koreň rovnice $2^{x-1} = \frac{1}{64}$.

02 Dané sú dva prekrývajúce sa obdĺžniky tak, ako ich vidíte na obrázku. Jeden z uhlov poznáme. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla ω .

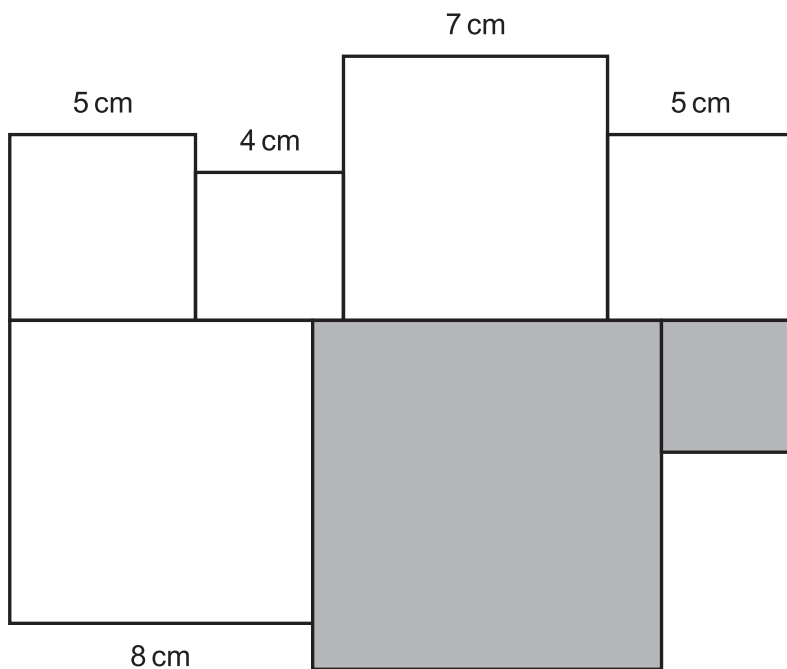


03 Hmotnosť Zeme je $5,97 \cdot 10^{24}$ kg a hmotnosť Mesiaca je $7,35 \cdot 10^{22}$ kg. Koľkokrát je hmotnosť Zeme väčšia ako hmotnosť Mesiaca?

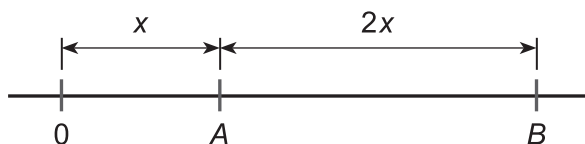
04 Vypočítajte súčet $\frac{2}{50} + \frac{4}{50} + \frac{6}{50} + \dots + \frac{48}{50}$.

05 Na večeru má prísť 12 ľudí. Martin chce navariť tekvicovú polievku. Podľa receptu vie, že na polievku pre 4 osoby potrebuje 2,5 kg očistenej tekvice. Odpad (šupka, semená) tvorí 17 % z hmotnosti neočistenej tekvice. Koľko kilogramov neočistenej tekvice potrebuje Martin na polievku pre 12 ľudí?

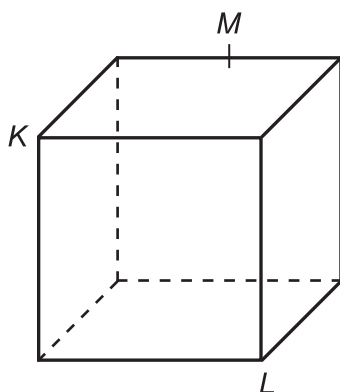
- 06** Na obrázku je sedem štvorcov. Pri piatich z nich je uvedená dĺžka ich strany. Vypočítajte v centimetroch súčet obvodov zafarbených štvorcov.



- 07** Na číselnej osi je vyznačená nula a ďalšie dve neznáme čísla A a B tak, ako to vidíte na obrázku. Vieme tiež, že súčet čísel A a B je 24. Zistite absolútnu hodnotu rozdielu A a B .



- 08** Daná je kocka s dĺžkou hrany 6 cm. Body K , L sú vrcholy kocky a bod M leží v strede hrany kocky tak, ako vidíte na obrázku. Rez kocky rovinou KLM je štvoruholník. Vypočítajte v centimetroch obvod tohto štvoruholníka.

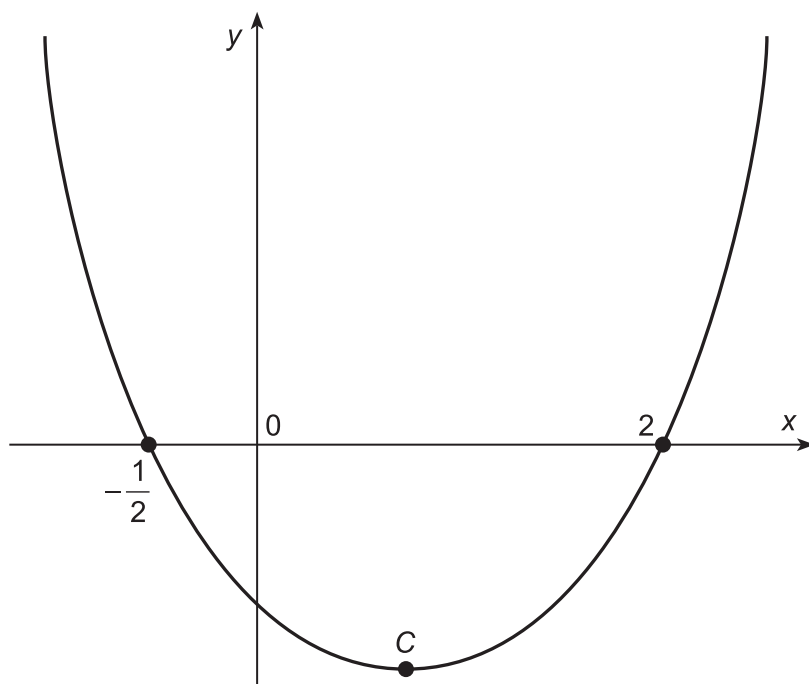


- 09** Do kina išli dvojčky Danka a Janka a ich kamaráti Peter, Jozef a Mária. Všetci sedeli v jednom rade na piatich sedadlách vedľa seba. Číslom z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ vyjadrite pravdepodobnosť, že dvojčky sedeli na susedných sedadlách.

- 10** Každé z čísel 2, 5, 6, 11, 12, 13, 17, 27 a 30 je zapísané práve do jedného zo štvorčekov, ktoré vidíte na obrázku. Poznáme umiestnenie čísel 13 a 17. Zuzka vypočítala aritmetické priemery čísel v prvých troch, stredných troch a posledných troch štvorčekoch. Zistila, že sú všetky rovnaké. Ktoré číslo je umiestnené v zafarbenom štvorčeku?

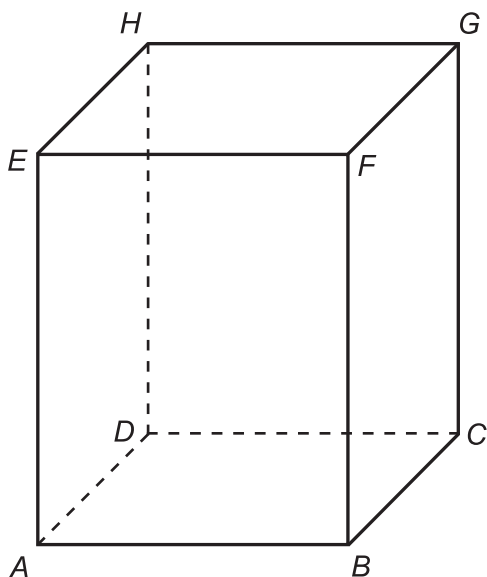
			17		13			
--	--	--	----	--	----	--	--	--

- 11** Na obrázku je parabola, ktorá je grafom funkcie $f : y = (x - a) \cdot (x - b)$, kde $a, b \in \mathbb{R}$. Určte y-ovú súradnicu bodu C, ktorý je vrcholom paraboly.



- 12** Koľkopercentný ročný úrok mi banka poskytla, ak môj vklad za 12 rokov vzrástol o jednu štvrtinu? Môj vklad a úroky zostávali uložené na účte a každoročne sa úročili. Neplatil som žiadne poplatky ani dane.

- 13** Daný je kváder $ABCDEFGH$, o ktorom vieme, že $|AB| = |BC| = 3$ cm a $|AE| = 4$ cm. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla telesových uhlopriečok AG a CE .



- 14** Daná je funkcia $f : y = 2x - 4$. Nájdite priesečník grafu danej funkcie a grafu funkcie k nej inverznej. Do odpovedového hárka napíšte jeho y -ovú súradnicu.

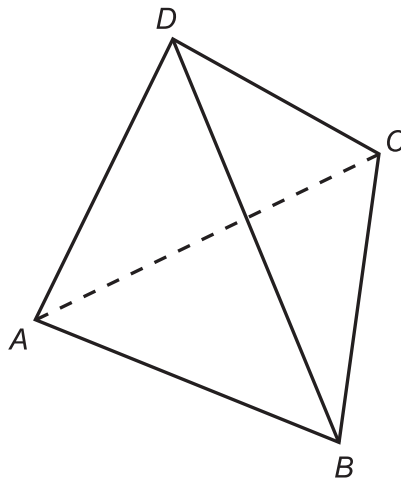
- 15** Do kocky je vpísaná guľa. Koľko percent objemu kocky tvorí objem danej gule?

- 16** Nájdite najmenšie trojciferné číslo, ktoré má pri delení šiestimi zvyšok 3 a pri delení ôsmimi tiež zvyšok 3.

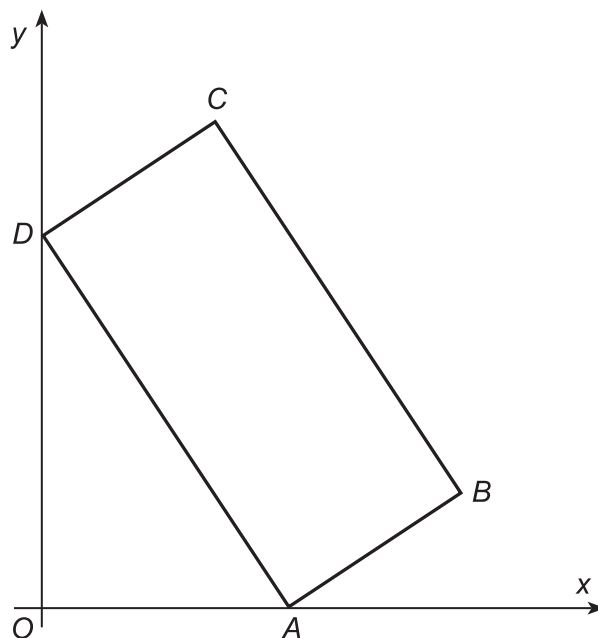
- 17** Daný je rovnoramenný trojuholník. Vieme, že rameno trojuholníka je o 2 cm dlhšie ako jeho základňa a tiež vieme, že rameno trojuholníka je o 4 cm dlhšie ako výška na základňu. Vypočítajte obsah rovnoramenného trojuholníka v centimetroch štvorcových.

- 18** Na papier sme napísali prvých 2021 členov Fibonacciho postupnosti, ktorá je daná rekurentným predpisom $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ a pre $n \geq 3$ platí $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$. Koľko párnych čísel sme napísali?

- 19** Daný je pravidelný štvorsten $ABCD$. Vypočítajte v stupňoch veľkosť uhla hrany DC a roviny ABC .



- 20** Daný je obdĺžnik $ABCD$ tak, ako vidíte na obrázku. Bod A leží na osi x , bod D leží na osi y . Dĺžka strany AB je 1 cm a dĺžka strany BC je 5 cm. Vzďialenosť bodu A od bodu $O[0;0]$ je 3 cm. Určte v centimetroch vzdialenosť bodu C od osi x .



Časť II

V každej z úloh **21** až **30** je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí **(A)** až **(E)**. Svoju odpoveď zaznačte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka.

Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahrádzajú vaše náčrty, dĺžky a veľkosti uhlov v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Určte definičný obor funkcie $f: y = 2 + \log_{11}(2x + 7)$.

(A) $\langle 2; \infty \rangle$

(B) $(2; \infty)$

(C) $(0; \infty)$

(D) $\left(-\frac{7}{2}; \infty\right)$

(E) $\left\langle -\frac{7}{2}; \infty \right\rangle$

22 Koľko z funkcií f_1 až f_5 je zhora ohraničených?

$$f_1: y = -(x + 3)^2 - 7$$

$$f_2: y = \sqrt{5 - x}$$

$$f_3: y = \frac{1}{x - 3}$$

$$f_4: y = 4 \operatorname{tg} x$$

$$f_5: y = -x^{-2}$$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

23 Lucia má na svojej šatňovej skrinke zámok, ktorý sa otvára na 4-miestny číselný kód (napríklad 0000, 0089, 0551, 9123). Lucia svoj kód zabudla. Vie ale, že súčet všetkých štyroch číslic jej kódu je 4. Koľko takýchto kódov existuje?

- (A) 5
- (B) 19
- (C) 20
- (D) 34
- (E) 35

24 Výška kužeľa sa rovná priemeru jeho podstavy. Určte pomer obsahu podstavy tohto kužeľa k obsahu jeho plášťa.

- (A) $1 : \sqrt{5}$
- (B) $1 : \sqrt{3}$
- (C) $1 : 5$
- (D) $1 : (1 + \sqrt{5})$
- (E) $1 : \sqrt{2}$

25 Pre ktoré $a \in \mathbb{R}$ je funkcia $f : y = \left(\frac{a-1}{a+1} \right)^x$ rastúca?

- (A) $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$
- (B) $(-\infty; -1)$
- (C) $(-1; \infty)$
- (D) $(1; \infty)$
- (E) $(-1; 1)$

26 Daná je kružnica $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$. Vypočítajte obsah pravidelného šesťuholníka, ktorý je do danej kružnice vpísaný.

(A) $12\sqrt{3}$

(B) $24\sqrt{3}$

(C) $48\sqrt{3}$

(D) $\frac{33}{2}\sqrt{3}$

(E) 24

27 Vyberte množinu všetkých riešení nerovnice $|x + 6| > 2x$.

(A) $(-\infty; -6) \cup (6; \infty)$

(B) $(-6; 6)$

(C) $(-\infty; 6)$

(D) $(-\infty; -6)$

(E) $(-\infty; -2)$

28 V rovine sú štyri priamky. Priamka p_1 je grafom konštantnej funkcie, priamka p_2 prechádza bodmi $[-4; 1]$ a $[3; 5]$, priamka p_3 je daná rovnicou $y = -x + 3$ a priamka p_4 je daná rovnicou $5x + y - 7 = 0$. Vyberte možnosť, v ktorej sú priamky p_1 až p_4 zoradené podľa hodnoty ich smerníc od najväčšej po najmenšiu.

(A) p_1, p_3, p_4, p_2

(B) p_4, p_3, p_1, p_2

(C) p_4, p_2, p_1, p_3

(D) p_3, p_4, p_1, p_2

(E) p_2, p_1, p_3, p_4

- 29** Milan hodil trikrát klasickou hracou kockou. Určte pravdepodobnosť, že súčet čísel, ktoré padli pri týchto troch hodoch, je väčší ako 14.

(A) $\frac{35}{216}$

(B) $\frac{17}{216}$

(C) $\frac{7}{216}$

(D) $\frac{7}{108}$

(E) $\frac{5}{54}$

- 30** Seizmológovia definujú magnitúdu zemetrasenia ako $M = \log \frac{A}{T}$, kde A je amplitúda zemetrasenia a T je perióda danej fázy. V San Franciscu namerali zemetrasenie s magnitúdou 8,3. O pár mesiacov neskôr zaznamenali seizmológovia ďalšie zemetrasenie v Japonsku, ktorého amplitúda bola štyrikrát väčšia ako amplitúda zemetrasenia v San Franciscu. Perióda bola v oboch prípadoch rovnaká. Aká bola magnitúda zemetrasenia v Japonsku?

(A) 33,2

(B) 8,7

(C) 12,3

(D) 8,9

(E) 7,7

PREHLAD VZŤAHOV

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria: Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$ Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus: $\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$ $\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x \quad \log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Geometrická postupnosť: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

Kombinatorika: $P(n) = n!$ $V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$ $C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k!}$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad V'(k, n) = n^k \quad C'(k, n) = \binom{n+k-1}{k}$$

Analytická geometria: Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, t \in R$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Vzdialenosť bodu $M[m_1; m_2]$ od priamky $p: ax + by + c = 0$: $|Mp| = \frac{|am_1 + bm_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r^2 + 2\pi r v$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$

Pokyny na vyplňovanie odpoved'ového hárka

Odpoved'ové hárky budú skenované, nesmú sa kopírovať, krčiť ani prehýbať.

Dodržite nasledujúce pokyny, aby skener vedel prečítať vaše odpovede.

- Pište perom s čiernou alebo modrou náplňou. Nepoužívajte tradičné plniace perá, veľmi tenko píšuce perá, obyčajné ceruzky ani pentelky.
- Výsledok úlohy s krátkou odpoveďou vyjadrite pomocou celého čísla alebo desatinného čísla. Ak je výsledok celé číslo alebo desatinné číslo s najviac dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **presný**. Ak je výsledok desatinné číslo s viac ako dvoma desatinnými miestami, zapíšte ho **zaokrúhlený na dve desatinné miesta**.
- Jednotlivé číslice výsledku zapíšte do príslušných políček. Do políčka napíšte najviac jednu číslicu alebo znamienko „–“ (mínus).
- Pri zápise rešpektujte predtlačenú polohu desatinnej čiarky. Znamienko „–“ (mínus) napíšte do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Ak je váš výsledok celé číslo, nevypĺňajte políčka za desatinnou čiarkou.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty,...) nezapisujte.

Napríklad:

výsledok 4 633 zapíšte:

4633,

výsledok 81,424 61 m zapíšte:

□ □ □ □ □ □ 8 1 , 4 2 □ □

výsledok (pomer) $1 : 8 = 0,125$ zapíšte:

0, 13

výsledok (zlomok) $\frac{5}{3} = 1,\bar{6}$ zapíšte:

1,67

- V prípade chybného zápisu výsledku nepožadujte nový odpovedový hárok. Políčko s chybným údajom úplne zaplňte a správny údaj napíšete pred alebo za zaplnené políčko.

- **Správne** zapísaný výsledok – 3,1:

- 3, 1

- **Nesprávne** zapísaný výsledok – 3,1:

- 31

- Oprava predchádzajúceho zápisu:

- 3 , 1

- 3 , 1

- Odpoveď na úlohu s výberom odpovede zaznačte krížikom **X** do príslušného políčka.

- **Správne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- **Nesprávne** zaznačenie odpovede (C):

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

A B C D E


☐ ☐ ☒ ☐ ☐

- Keď sa pomýlite alebo neskôr zmeníte názor, úplne zaplňte políčko s nesprávnym krížikom a urobte nový krížik:

A	B	C	D	E
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Ak náhodou znovu zmeníte názor a chcete zaznačiť pôvodnú odpoveď, urobte krížiky do všetkých políčok a zaplnené políčko dajte do krúžku:

A B C D E



Neotvárajte test, pokiaľ nedostanete pokyn!