RetractorDB

Baza danych serii czasowych dla potrzeb przetwarzania sygnałów

Michał Widera

12 marca 2025

RetractorDB

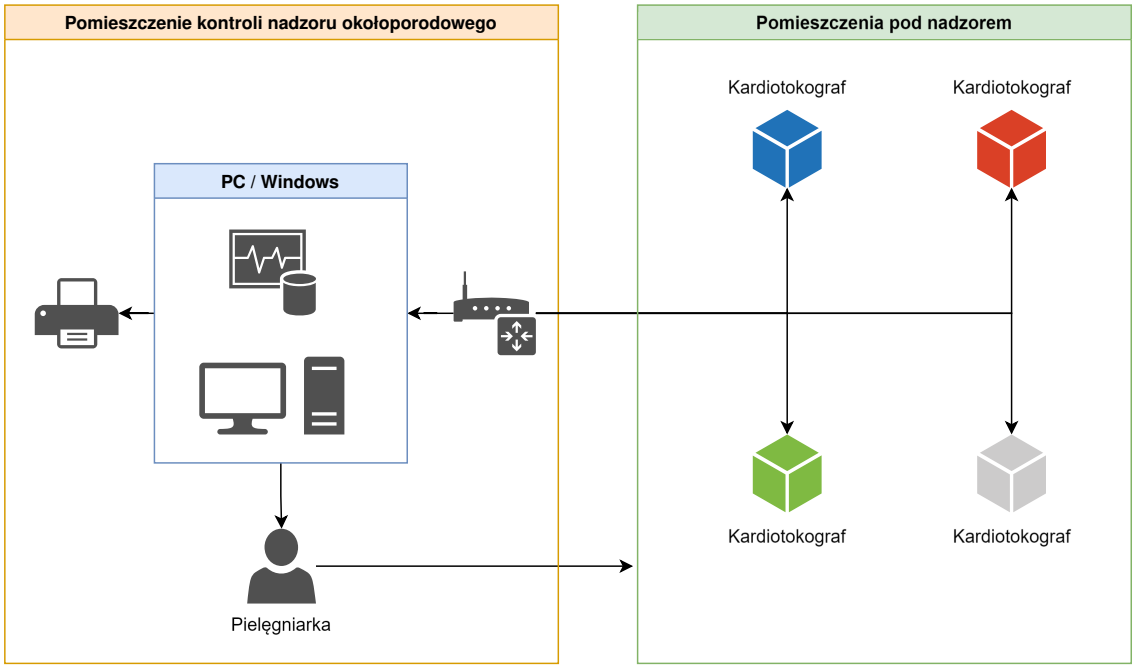
Overview

1. Motywacja
2. Algebra
3. Język zapytań
4. Podstawy konstrukcji systemu
5. Królicza norka
6. Dodatkowe materiały

Po co to? Dlaczego? - jaka była motywacja?

Rysunek: Monako Saturno - ekran systemu, itam-system.com

Po co to? Dlaczego? - jaka była motywacja?



Rysunek: Monako Saturno, schemat systemu

Teoria Liczb - Samuel Beatty (1926)

Twierdzenie (Beatty)

Jesli p, q są dodatnimi liczbami niewymiernymi i zachodzi pomiędzy nimi zaleznosc $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ to sekwencje $\{\lfloor np \rfloor\}_{n=1}^{\infty} = \lfloor p \rfloor, \lfloor 2p \rfloor, \lfloor 3p \rfloor, \ldots$ oraz $\{\lfloor nq \rfloor\}_{n=1}^{\infty} = \lfloor q \rfloor, \lfloor 2q \rfloor, \lfloor 3q \rfloor, \ldots$ dokonują podziału zbioru dodatnich liczb calkowitych.

Podstawą prowadzonych rozważań w literaturze jest następująca sekwencja nazywana sekwencją Beatty (podłoga) (1).

$$\mathcal{B}(\alpha, \alpha') := \left(\left\lfloor \frac{n - \alpha'}{\alpha} \right\rfloor \right)_{n=1}^{\infty} \tag{1}$$

lub sekwencją Beatty (sufit) (2):

$$\mathcal{B}^{(c)}(\alpha, \alpha') := \left(\left\lceil \frac{n - \alpha'}{\alpha} \right\rceil \right)_{n=1}^{\infty} \tag{2}$$

Teoria liczb - Aviezri Siegmund Fraenkel (1969)

de.wikipedia.org/wiki/Aviezri_Fraenkel

Twierdzenie (Fraenkel)

Sekwencje $\mathcal{B}(\alpha, \alpha')$ oraz $\mathcal{B}(\beta, \beta')$ dokonują podziału zbioru $\mathbb{N}$ wtedy i tylko wtedy gdy następujące pięć warunków zostanie spełnionych:

1. $0 < \alpha < 1$.
2. $\alpha + \beta = 1$.
3. $0 \leq \alpha + \alpha' \leq 1$.
4. *Jeśli α jest liczbą niewymierną, wtedy $\alpha' + \beta' = 0$ i $k\alpha + \alpha' \notin \mathbb{Z}$ dla $2 \leq k \in \mathbb{N}$.*
5. *Jeśli α jest liczbą wymierną, (niech $q \in \mathbb{N}$ będzie najmniejszą liczbą taką że $q\alpha \in \mathbb{N}$) wtedy $\frac{1}{q} \leq \alpha + \alpha'$ i $\lceil q\alpha' \rceil + \lceil q\beta' \rceil = 1$.*

Algebra

Definicja

Struktura algebraiczna składająca się z jednego lub kilku zbiorów oraz działań określonych na tych zbiorach

Operatory algebry

- Rzutowanie
- Suma i różnica
- Przeplot i rozplątanie
- Agregacja i Serializacja
- Przesunięcie

Model danych
$S ::= (s_n, \Delta)$ gdzie $\Delta \in \mathbb{Z} > 0$ stanowi wymiar czasu, s_n jest zbiorem obserwacji danego zjawiska indeksowany n.

Formalne dowody

M.Widera: Deterministic method of data sequence processing, Annales UMCS Sectio AI Informatica, Vol. IV, 2006, str. 314-331
M.Widera: Deterministyczna metoda przetwarzania ciagow danych, XXI Autumn Meeting of Polish Information Processing Society, 2005, Conf.Proc. str. 243-254

Suma

```
Input: A=[1,2,3,4,...],3; B=[a,b,c,d,...],1

deltaC = min(deltaA,deltaB)
for i in range(0,10):
     if deltaC == deltaA:
         print str(A[i])+B[int(i*deltaA/deltaB)],
     else:
         print str(A[int(i*deltaB/deltaA)])+B[i],

Output: 1a 1b 1c 2d 2e 2f 3g 3h 3i 4j, Delta = 1
```

---

retractordb.com/assets/sum.html

Różnica

```
Input: C=[1a 1b 1c 2d 2e 2f 3g 3h 3i 4j ...],1
Arg: DeltaA = 3,deltaB = 1

for i in range(0,10):
    if deltaA > deltaB :
        print C[int(ceil(i*deltaA/deltaB))][0],
    else:
        print C[i][0],

Output: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10, Delta = 3
```

Suma i różnica - zapis formalny

Suma:

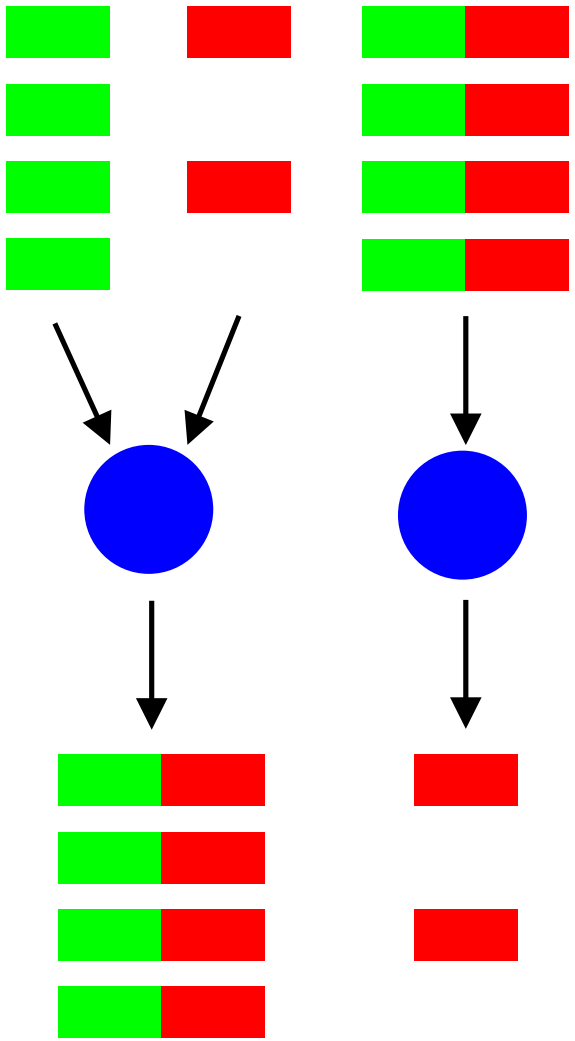
$$\Delta_c = \min(\Delta_a, \Delta_b)$$

$$c_n = \begin{cases} a_n | b_{\left\lfloor \frac{n\Delta_a}{\Delta_b} \right\rfloor} & \Delta_c == \Delta_a \\ a_{\left\lfloor \frac{n\Delta_b}{\Delta_a} \right\rfloor} | b_n & \Delta_c == \Delta_b \end{cases} \tag{3}$$

Różnica:

$$a_n = \begin{cases} c_n & \Delta_b \geqslant \Delta_a \\ c_{\left\lceil \frac{n\Delta_a}{\Delta_b} \right\rceil} & \Delta_b < \Delta_a \end{cases} \tag{4}$$

Suma i różnica reprezentacja graficzna



Rysunek: Suma i różnica

Przeplot

```
Input: A=[1,2,3,4,...],2; B=[a,b,c,d,...],1

for i in range(0,10):
     if floor(i*delta)==floor((i+1)*delta):
         print B[i-int(floor((i+1)*delta))],
     else:
         print A[int(floor(i*delta))],

deltaC = (deltaA*deltaB)/(deltaA+deltaB)

Output: a b 1 c d 2 e f 3 g , delta = 2/3
```

---

retractordb.com/assets/interlace.html

Rozplątanie

```
Input: C = [ a b 1 c d 2 e f 3 g ...], deltaC = 2/3
Arg: deltaB = 1
A_=[]
deltaA_ = deltaB*deltaC/abs(deltaB-deltaC)
for i in range(0,10) :
    A_.append( C[i+int(ceil((i+1)*deltaA/deltaB))] )

Output: 1 2 3 4 5 , delta = 2
```

Rozplątanie - Residue

```
Input: C = [ a b 1 c d 2 e f 3 g ...], deltaC = 2/3
Arg: deltaA = 2
B_=[]
deltaB_ = deltaA*deltaC/abs(deltaA-deltaC)
for i in range(0,10) :
    B_.append(C[i+int(i*deltaB/deltaA)])

Output: a b c d e f g h i j , delta = 1
```

Przeplot i rozplątanie - zapis formalny

Przeplot:

$$\begin{aligned} \Delta_c =& \frac{\Delta_a \Delta_b}{\Delta_a + \Delta_b} \\ c_n =& \begin{cases} b_{n-\lfloor nz \rfloor} & \lfloor nz \rfloor = \lfloor (n+1)\, z \rfloor \\ a_{\lfloor nz \rfloor} & \lfloor nz \rfloor \neq \lfloor (n+1)\, z \rfloor \end{cases}, z = \frac{\Delta_b}{\Delta_a + \Delta_b} \end{aligned} \tag{5}$$

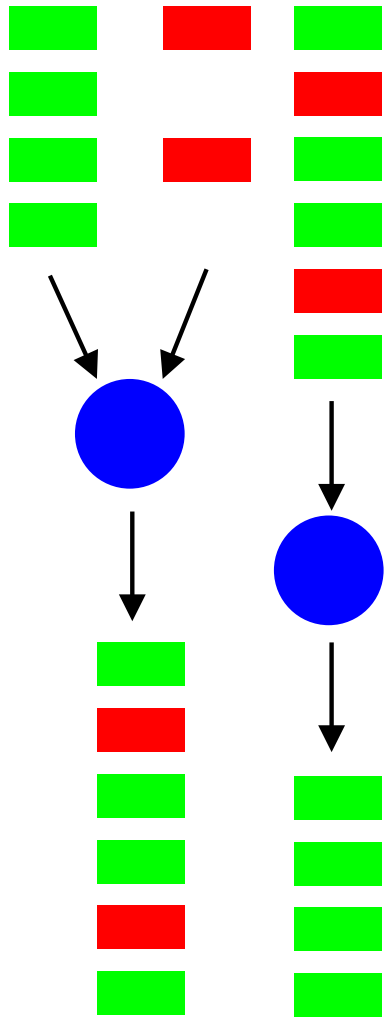
Rozplątanie:

$$a_n = c_{n+\left\lceil \frac{(n+1)\Delta_a}{\Delta_b} \right\rceil}, \ \Delta_a = \frac{\Delta_c \Delta_b}{|\Delta_c - \Delta_b|} \tag{6}$$

Rozplątanie - residue:

$$b_n = c_{n+\left\lfloor \frac{n\Delta_b}{\Delta_a} \right\rfloor}, \ \Delta_b = \frac{\Delta_c \Delta_a}{|\Delta_c - \Delta_a|} \tag{7}$$

Przeplot i rozplątanie reprezentacja graficzna



Rysunek: Przeplot i rozplątanie

Formalnie...

```
Zapytanie ::=
SELECT ListaSelekcji
STREAM NazwaStrumienia
FROM WyrazenieStrumieniowe
```

Przykład poprawnego zapytania zgodnego z gramatyką:

```
SELECT a,b
STREAM nazwaTworzonegoStrumienia
FROM strumienWejsciowy1 + strumienWejsciowy2
```

Operacje wewnątrz wyrażenia strumieniowego

`A#B`	Przeplot strumieni A i B
`A&1/2` lub `A%0.5`	Rozplątanie i dopełnienie rozplątania strumienia A względem $\Delta = \frac{1}{2}$
`A+B`	Suma strumieni danych A i B
`A-1/2`	Różnica strumienia danych względem $\Delta = \frac{1}{2}$
`A>30`	Przesunięcie strumienia A w domenie czasu o 30 próbek
`A@(2,3)`	Agregacja i serializacja strumienia A.

Przykłady wyrażeń zgodnych z gramatyką

`(A+B)>20`	Połączenie sumaryczne strumieni A oraz B oraz przesunięcie wyniku w czasie o 20 elementów.
`A#(B>20)`	Przesunięcie w czasie elementów strumienia B o dwadzieścia elementów. Wynik przepleciony ze strumieniem A.
`(B+A)@(2,2)`	Agregacja połączonych strumieni A oraz B.
`A.MAX`	Wyznaczenie maksymalnego elementu w schemacie strumienia A

Gramatyka wyrażenia strumieniowego

```
WyrazenieStrumieniowe ::=
            StrumieniowySymbolTerminalny
            { '+' StrumieniowySymbolTerminalny
            | '-' Delta
            | '>' LiczbaCalkowita };
StrumieniowySymbolTerminalny ::=
            StrumieniowySymbolProdukcji
            { '#' StrumieniowySymbolProdukcji
            | '&' Delta
            | '%' Delta
            | '@' ( LiczbaCalkowita,LiczbaCalkowita )
            | '.' { MIN | MAX | AVG | SUM } };
StrumieniowySymbolProdukcji ::=
            IdentyfikatorStrumienia
            | ( WyrazenieStrumieniowe )
            | '{' Zapytanie '}';
```

Programy

Programy tworzące procesy systemu zarządzania danymi:

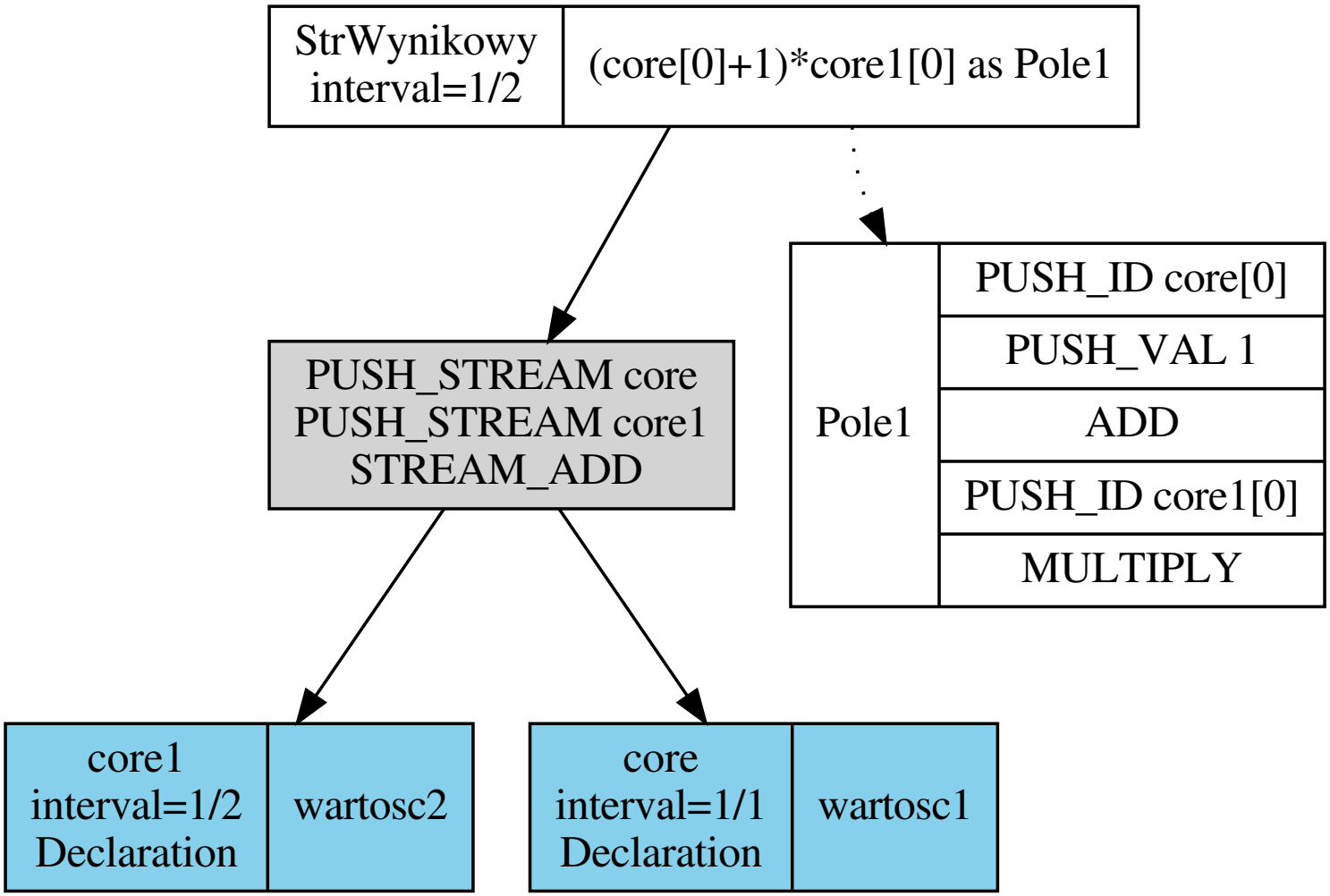
- **xretractor** - Kompilator i Serwer danych
- **xqry** - Klient
- **xtrdb** - narzędzie do testowania

Przykład zapytania:

```
DECLARE a INTEGER,b INTEGER STREAM core0,1
DECLARE c INTEGER,d INTEGER STREAM core1,0.5

SELECT (core0[0]+1)*core1[0] as Pole1
STREAM StrWynikowy FROM core0 + core1
```

Plan realizacji zapytania



Rysunek: Plan realizacji zapytania

Szeregowanie zadań - sloty czasowe

Dobór kolejnych slotów czasowych w oparciu o zbiór liczników i częstotliwości strumieni danych.

```
Funkcja WybórKolejnegoSlotu()
wynik = dowolnieDużaLiczba
DLA KAŻDEGO zbiórDelta.element
    JESLI wynik > licznik[element] * element TO:
        wynik = licznik[element] * element
DLA KAŻDEGO zbiórDelta.element
    JEŚLI wynik == licznik[element] * element TO:
        licznik[element] := licznik[element] + 1
ZWRÓC wynik
```

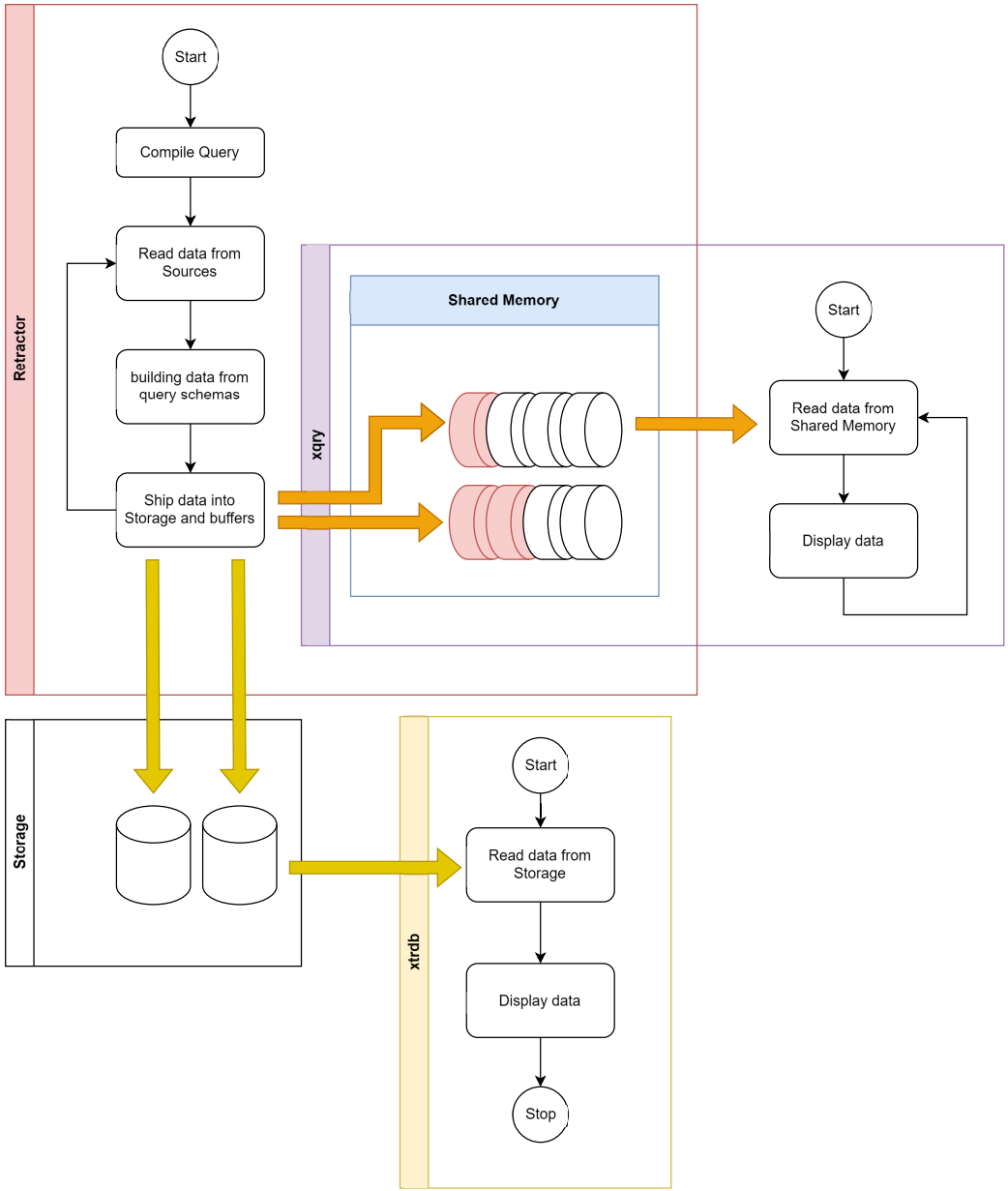
Jeśli w zbiorze znajdowały się np wartości $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 3, 9\}$ to po wykonaniu tej operacji w zbiorze pozostaną wartości $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$.

Szeregowanie zadań - pętla procesora zapytań

```
Procedura ProcesorZapytań()
poprzedniInterwał := 0
WYKONUJ
    interwał = WybórKolejnegoSlotu()
    period = interwał - poprzedniInterwał
    poprzedniInterwał = interwał
    DLA KAZDEGO Zadania
    JEŚLI N*Zadanie.Delta = interwał TO:
        WYKONAJ Zadanie
    ODCZEKAJ period
```

Maksymalne opóźnienie podlega kontroli na etapie kompilacji i wykonania. Średnie opóźnienie jest stałe i równe maksymalnemu. Wymogi dla systemu twardego czasu rzeczywistego.

Konstrukcja systemu



Moja królicza norka...

Liczby zespolone Gaussa:

$$z = a + bi \tag{8}$$

pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_całkowite_Eisensteina

$$\begin{aligned} z &= a + b\omega \\ \omega &= \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{\frac{2}{3}\pi i} \end{aligned} \tag{9}$$

Liczby wymierne Eisensteina:

$$z = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}\omega \tag{10}$$

Implementacja: github.com/michalwidera/equations

Artykuł (trochę przeterminowany...)

Rysunek: Programista Magazyn nr 92, 5/2020, str. 14-20