RetractorDB

Baza danych serii czasowych dla potrzeb przetwarzania sygnałów

Michał Widera

27 stycznia 2025

RetractorDB

Overview

1. Algebra
2. Język zapytań
3. Podstawy konstrukcji systemu
4. Królicza norka

Teoria Liczb - Samuel Beatty (1926)

Twierdzenie (Beatty)

Jesli p, q *są dodatnimi liczbami niewymiernymi i zachodzi pomiędzy nimi zaleznosc* $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ *to sekwencje* $\{\lfloor np \rfloor\}_{n=1}^{\infty} = \lfloor p \rfloor, \lfloor 2p \rfloor, \lfloor 3p \rfloor, \ldots$ *oraz* $\{\lfloor nq \rfloor\}_{n=1}^{\infty} = \lfloor q \rfloor, \lfloor 2q \rfloor, \lfloor 3q \rfloor, \ldots$ *dokonują podziału zbioru dodatnich liczb calkowitych.*

Podstawą prowadzonych rozważań w literaturze jest następująca sekwencja nazywana sekwencją Beatty (podłoga) (1).

$$\mathcal{B}(\alpha, \alpha') := \left(\left\lfloor \frac{n - \alpha'}{\alpha} \right\rfloor \right)_{n=1}^{\infty} \tag{1}$$

lub sekwencją Beatty (sufit) (2):

$$\mathcal{B}^{(c)}(\alpha, \alpha') := \left(\left\lceil \frac{n - \alpha'}{\alpha} \right\rceil \right)_{n=1}^{\infty} \tag{2}$$

Teoria liczb - Aviezri Siegmund Fraenkel (1969)

de.wikipedia.org/wiki/Aviezri_Fraenkel

Twierdzenie (Fraenkel)

Sekwencje $\mathcal{B}(\alpha, \alpha')$ *oraz* $\mathcal{B}(\beta, \beta')$ *dokonują podziału zbioru* $\mathbb{N}$ *wtedy i tylko wtedy gdy następujące pięć warunków zostanie spełnionych:*

1. $0 < \alpha < 1$.
2. $\alpha + \beta = 1$.
3. $0 \leq \alpha + \alpha' \leq 1$.
4. *Jeśli* α *jest liczbą niewymierną, wtedy* $\alpha' + \beta' = 0$ *i* $k\alpha + \alpha' \notin \mathbb{Z}$ *dla* $2 \leq k \in \mathbb{N}$.
5. *Jeśli* α *jest liczbą wymierną, (niech* $q \in \mathbb{N}$ *będzie najmniejszą liczbą taką że* $q\alpha \in \mathbb{N}$ *) wtedy* $\frac{1}{q} \leq \alpha + \alpha'$ *i* $\lceil q\alpha' \rceil + \lceil q\beta' \rceil = 1$.

Algebra

Definicja

Struktura algebraiczna składająca się z jednego lub kilku zbiorów oraz działań określonych na tych zbiorach

Operatory algebry

- Rzutowanie
- Suma i różnica
- Przeplot i rozplątanie
- Agregacja i Serializacja
- Przesunięcie

Model danych

$S ::= (s_n, \Delta)$ gdzie $\Delta \in \mathbb{Z} > 0$ stanowi wymiar czasu, s_n jest zbiorem obserwacji danego zjawiska indeksowany n.

Formalne dowody

M.Widera: Deterministic method of data sequence processing, Annales UMCS Sectio AI Informatica, Vol. IV, 2006, str. 314-331
M.Widera: Deterministyczna metoda przetwarzania ciagow danych, XXI Autumn Meeting of Polish Information Processing Society, 2005, Conf.Proc. str. 243-254

Suma

```
Input: A=[1,2,3,4,...],3; B=[a,b,c,d,...],1

deltaC = min(deltaA,deltaB)
for i in range(0,10):
     if deltaC == deltaA:
         print str(A[i])+B[int(i*deltaA/deltaB)],
     else:
         print str(A[int(i*deltaB/deltaA)])+B[i],

Output: 1a 1b 1c 2d 2e 2f 3g 3h 3i 4j, Delta = 1
```

Różnica

```
Input: C=[1a 1b 1c 2d 2e 2f 3g 3h 3i 4j ...],1
Arg: DeltaA = 3,deltaB = 1

for i in range(0,10):
    if deltaA > deltaB :
        print C[int(ceil(i*deltaA/deltaB))][0],
    else:
        print C[i][0],

Output: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10, Delta = 3
```

Suma i różnica - zapis formalny

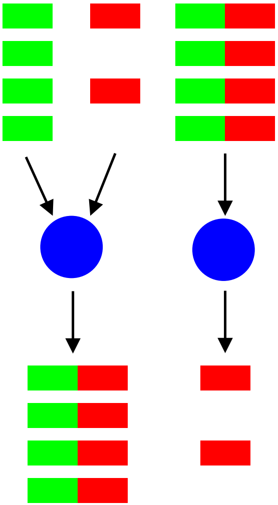
Suma:

$$\begin{aligned} \Delta_c &= \min\left(\Delta_a, \Delta_b\right) \\ c_n &= \begin{cases} a_n | b_{\left\lfloor \frac{n\Delta_a}{\Delta_b} \right\rfloor} & \Delta_c == \Delta_a \\ a_{\left\lfloor \frac{n\Delta_b}{\Delta_a} \right\rfloor} | b_n & \Delta_c == \Delta_b \end{cases} \end{aligned} \tag{3}$$

Różnica:

$$a_n = \begin{cases} c_n & \Delta_b \geqslant \Delta_a \\ c_{\left\lceil \frac{n\Delta_a}{\Delta_b} \right\rceil} & \Delta_b < \Delta_a \end{cases} \tag{4}$$

Suma i różnica reprezentacja graficzna



Rysunek: Suma i różnica

Przeplot

```
Input: A=[1,2,3,4,...],2; B=[a,b,c,d,...],1

for i in range(0,10):
     if floor(i*delta)==floor((i+1)*delta):
         print B[i-int(floor((i+1)*delta))],
     else:
         print A[int(floor(i*delta))],

deltaC = (deltaA*deltaB)/(deltaA+deltaB)

Output: a b 1 c d 2 e f 3 g , delta = 2/3
```

Rozplątanie

```
Input: C = [ a b 1 c d 2 e f 3 g ...], deltaC = 2/3
Arg: deltaB = 1
A_=[]
deltaA_ = deltaB*deltaC/abs(deltaB-deltaC)
for i in range(0,10) :
    A_.append( C[i+int(ceil((i+1)*deltaA/deltaB))] )

Output: 1 2 3 4 5 , delta = 2
```

Rozplątanie - Residue

```
Input: C = [ a b 1 c d 2 e f 3 g ...], deltaC = 2/3
Arg: deltaA = 2
B_=[]
deltaB_ = deltaA*deltaC/abs(deltaA-deltaC)
for i in range(0,10) :
    B_.append(C[i+int(i*deltaB/deltaA)])

Output: a b c d e f g h i j , delta = 1
```

Przeplot i rozplątanie - zapis formalny

Przeplot:

$$
\begin{aligned}
\Delta_c =& \frac{\Delta_a \Delta_b}{\Delta_a + \Delta_b} \\
c_n =& \begin{cases} b_{n-\lfloor nz \rfloor} & \lfloor nz \rfloor = \lfloor (n+1)\, z \rfloor \\ a_{\lfloor nz \rfloor} & \lfloor nz \rfloor \neq \lfloor (n+1)\, z \rfloor \end{cases} , z = \frac{\Delta_b}{\Delta_a + \Delta_b}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

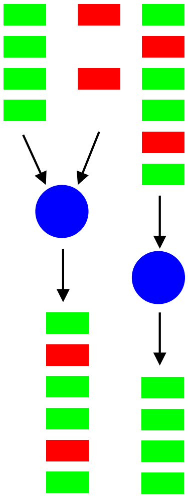
Rozplątanie:

$$
a_n = c_{n + \left\lceil \frac{(n+1)\Delta_a}{\Delta_b} \right\rceil},\ \Delta_a = \frac{\Delta_c \Delta_b}{|\Delta_c - \Delta_b|} \tag{6}
$$

Rozplątanie - residue:

$$
b_n = c_{n + \left\lfloor \frac{n\Delta_b}{\Delta_a} \right\rfloor},\ \Delta_b = \frac{\Delta_c \Delta_a}{|\Delta_c - \Delta_a|} \tag{7}
$$

Przeplot i rozplątanie reprezentacja graficzna



Rysunek: Przeplot i rozplątanie

Formalnie...

```
Zapytanie ::=
SELECT ListaSelekcji
STREAM NazwaStrumienia
FROM WyrazenieStrumieniowe
```

Przykład poprawnego zapytania zgodnego z gramatyką:

```
SELECT a,b
STREAM nazwaTworzonegoStrumienia
FROM strumienWejsciowy1 + strumienWejsciowy2
```

Operacje wewnątrz wyrażenia strumieniowego

`A#B`	Przeplot strumieni A i B
`A&1/2` lub `A%0.5`	Rozplątanie i dopełnienie rozplątania strumienia A względem $\Delta = \frac{1}{2}$
`A+B`	Suma strumieni danych A i B
`A-1/2`	Różnica strumienia danych względem $\Delta = \frac{1}{2}$
`A>30`	Przesunięcie strumienia A w domenie czasu o 30 próbek
`A@(2,3)`	Agregacja i serializacja strumienia A.

Przykłady wyrażeń zgodnych z gramatyką

`(A+B)>20`	Połączenie sumaryczne strumieni A oraz B oraz przesunięcie wyniku w czasie o 20 elementów.
`A#(B>20)`	Przesunięcie w czasie elementów strumienia B o dwadzieścia elementów. Wynik przepleciony ze strumieniem A.
`(B+A)@(2,2)`	Agregacja połączonych strumieni A oraz B.
`A.MAX`	Wyznaczenie maksymalnego elementu w schemacie strumienia A

Gramatyka wyrażenia strumieniowego

```
WyrazenieStrumieniowe ::=
            StrumieniowySymbolTerminalny
            { '+' StrumieniowySymbolTerminalny
            | '-' Delta
            | '>' LiczbaCalkowita };
StrumieniowySymbolTerminalny ::=
            StrumieniowySymbolProdukcji
            { '#' StrumieniowySymbolProdukcji
            | '&' Delta
            | '%' Delta
            | '@' ( LiczbaCalkowita,LiczbaCalkowita )
            | '.' { MIN | MAX | AVG | SUM } };
StrumieniowySymbolProdukcji ::=
            IdentyfikatorStrumienia
            | ( WyrazenieStrumieniowe )
            | '{' Zapytanie '}';
```

Programy

Programy tworzące procesy systemu zarządzania danymi:

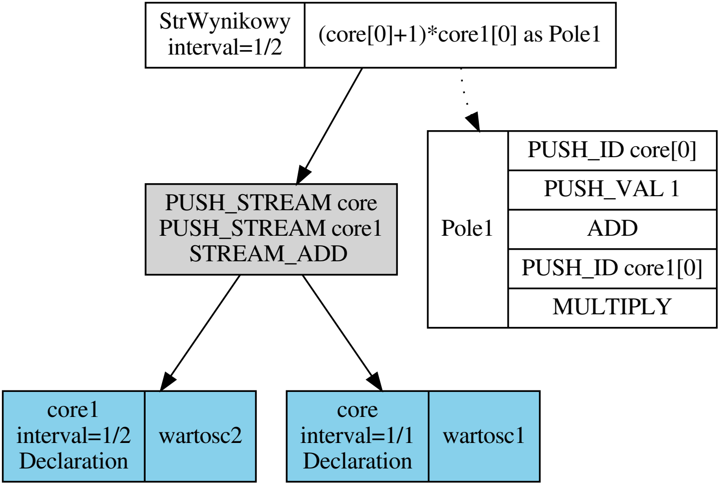
- **xretractor** - Kompilator i Serwer danych
- **xqry** - Klient
- **xtrdb** - narzędzie do testowania

Przykład zapytania:

```
DECLARE a INTEGER,b INTEGER STREAM core0,1
DECLARE c INTEGER,d INTEGER STREAM core1,0.5

SELECT (core0[0]+1)*core1[0] as Pole1
STREAM StrWynikowy FROM core0 + core1
```

Plan realizacji zapytania



Rysunek: Plan realizacji zapytania

Szeregowanie zadań - sloty czasowe

Dobór kolejnych slotów czasowych w oparciu o zbiór liczników i częstotliwości strumieni danych.

```
Funkcja WybórKolejnegoSlotu()
wynik = dowolnieDużaLiczba
DLA KAŻDEGO zbiórDelta.element
    JESLI wynik > licznik[element] * element TO:
        wynik = licznik[element] * element
DLA KAŻDEGO zbiórDelta.element
    JEŚLI wynik == licznik[element] * element TO:
        licznik[element] := licznik[element] + 1
ZWRÓC wynik
```

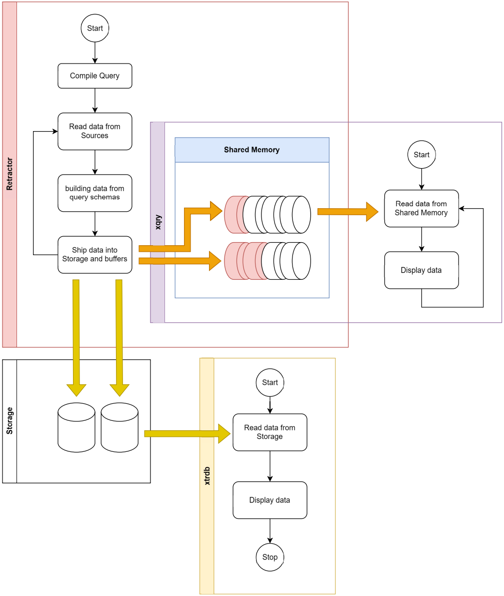
Jeśli w zbiorze znajdowały się np wartości $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 3, 9\}$ to po wykonaniu tej operacji w zbiorze pozostaną wartości $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$.

Szeregowanie zadań - pętla procesora zapytań

```
Procedura ProcesorZapytań()
poprzedniInterwał := 0
WYKONUJ
    interwał = WybórKolejnegoSlotu()
    period = interwał - poprzedniInterwał
    poprzedniInterwał = interwał
    DLA KAZDEGO Zadania
    JEŚLI N*Zadanie.Delta = interwał TO:
        WYKONAJ Zadanie
    ODCZEKAJ period
```

Maksymalne opóźnienie podlega kontroli na etapie kompilacji i wykonania. Średniego opóźnienie jest stałe i równe maksymalnemu. Wymogi dla systemu twardego czasu rzeczywistego.

Konstrukcja systemu



Koniec

Dziękuję za uwagę.

Moja królicza norka...

Liczby zespolone Gaussa:

$$z = a + bi \tag{8}$$

pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_całkowite_Eisensteina

$$\begin{aligned} z &= a + b\omega \\ \omega &= \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = e^{i2\pi/3} \end{aligned} \tag{9}$$

Liczby wymierne Eisensteina:

$$z = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}\omega \tag{10}$$

Implementacja: github.com/michalwidera/equations