



**Zadanie 1. Mnożenie**  
Następujący rekurencyjny algorytm mnożenia dwóch liczb całkowitych dodatnich  $x, y$  jest realizowany z użyciem operacji arytmetycznych dodawania i dzielenia całkowitego przez 2.

$iloczyn(x, y)$ :  
jeżeli  $y = 1$   
    wynikiem jest  $x$   
w przeciwnym razie  
     $k \leftarrow y \text{ div } 2$   
     $z \leftarrow iloczyn(x, k)$   
    jeżeli  $y \bmod 2 = 0$   
        wynikiem jest  $z + z$   
    w przeciwnym razie  
        wynikiem jest  $x + z + z$

**Zadanie 1.1. (0-2)**   
Uzupełnij poniższą tabelę tak, aby ilustrowała obliczenia wykonywane podczas wywołania  $iloczyn(10, 45)$ .

Numer wywołania	Parametry wywołania		Obliczone $k, z$		Wynik
	$x$	$y$	$k$	$z$	
1	10	45	22	220	450
2	10	22	11	110	220
3	10	11	5	50	110
4	10	5	2	20	50
5	10	2	1	10	20
6	10	1	-	-	10


$il(10, 45) \quad k=22$   
 $il(10, 22) \quad k=11$   
 $il(10, 11) \quad k=5$   
 $il(10, 5) \quad k=2$   
 $il(10, 2) \quad k=1, \quad z=10$   
 $il(10, 1)$

**Zadanie 1.2. (0-2)**   
Dla liczb  $x, y$  wymienionych w poniższej tabeli podaj liczbę operacji dodawania, jaka zostanie wykonana podczas obliczania wyniku funkcji  $iloczyn(x, y)$ .

$x$	$y$	Liczba dodawań
9	11	5
8	32	5
2	47	9
112	112	8

$32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$   
 $47 \rightarrow 23 \rightarrow 11 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 1$   
 $112 \rightarrow 56 \rightarrow 28 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$parzysta - 1$   
 $nieparzysta - 2$

**Zadanie 1.3. (0-2)**   
Poniżej zapisano iteracyjny algorytm realizujący funkcję  $iloczyn(x, y)$ . Uzupełnij trzy luki w algorytmie, tak aby był zgodny z poniższą specyfikacją.

**UWAGA:** spośród operacji arytmetycznych możesz użyć tylko: dodawania, odejmowania, dzielenia całkowitego i reszty z dzielenia. Nie możesz użyć zwłaszcza operacji mnożenia.

**Specyfikacja:**  
Dane:  
     $x, y$  – liczby całkowite dodatnie  
Wynik:  
     $z$  – wartość iloczynu  $x \cdot y$

**Algorytm:**  
 $z \leftarrow$  0

dopóki  $y \geq 1$  wykonuj:

    jeżeli  $y \bmod 2 = 1$

$z \leftarrow z + x$

$x \leftarrow x + x$

$y \leftarrow$   $y // 2$