Lista 9

Zadania do deklaracji (poniedziałek)

Zadanie 1 Wyznaczyć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $(1, 1, 3)$ i stycznej do powierzchni o równaniu $z = 2x^2 + y^2$.

Zadanie 2 Oblicz pochodną kierunkową funkcji f w punkcie $a = (1, 0, 1, 0)$ w kierunku $v = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ dla funckji $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$ $f(x) = \exp(x_1 x_2 x_3 x_4)$. Wskazówka: nie trzeba korzystać z definicji.

Zadanie 3 Niech $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ będzie różniczkowalna oraz $\forall_{x\in\mathbb{R}^2} \frac{\partial f}{\partial x_2}(x) = 5\frac{\partial f}{\partial x_1}(x)$. Znajdź rówanie prostej, na której funkcja jest stała. Wskazówka: podobne zadanie było na ostatnich ćwiczeniach.

Zadanie 4 Niech $f(x, y) = (x^3 - x - y)(2x - y - 2)$ dla $x, y \in \mathbb{R}$. Proszę wyznaczyć wszystkie punkty krytyczne funkcji f.

Zadania na zajęcia

Zadanie 5 Dla każdego punktu krytycznego z poprzedniego zadania rozpoznać, czy f ma w nim lokalne ekstremum.

Zadanie 6 Niech $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ będzie dana wzorem

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + \kappa yz\,.$$

Znaleźć wszystkie wartości κ, dla których f ma lokalne minimum w $(0, 0, 0)$.

Zadanie 7 Niech $f(x, y) = x^3 y - 3x^2 y + y^2$ dla $x, y \in \mathbb{R}$. Proszę:

- wyznaczyć wszystkie punkty krytyczne funkcji f,
- dla każdego z tych punktów rozpoznać, czy f ma w nim lokalne ekstremum.

Zadanie 8 Poszukaj minimum i maksimum podanych funkcji:

1. $z = (x - 1)^2 + 2y^2$
2. $z = (x - 1)^2 - 2y^2$
3. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$
4. $z = x^3 y^2 (6 - x - y)$ dla $x > 0, y > 0$
5. $u = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$

Zadanie 9 Wyznacz wymiary takiego prostopadłościennego akwarium bez „górnej przykrywki” o objętości 100 litrów, na którego zbudowanie potrzeba zużyć najmniejszej powierzchni szyb.

Zadanie 10 Wyznacz wymiary prostopadłościennego 100 litrowego akwarium o szkielecie zbudowanym z prętów (wzdłuż wszystkich krawędzi), na zbudowaniu którego potrzeba najmniejszej długości prętów.