

Zadanie 1 Oblicz następującą granicę:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} + \ln(1 - 2x) - \sin x - \cos x}{-1 + \cos 5x}.$$

Zadanie 2 Ile wyrazów szeregu

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

trzeba wziąć, żeby policzyć liczbę e z dokładnością do 3 miejsca po przecinku.

Dla chcących sobie utrudnić to zadanie: załóż, że nie wiesz o funkcji e^x nic oprócz 1) $e^0 = 1$; 2) $(e^x)' = e^x$; 3) $\forall_x e^x > 0$.

Zadanie 3 Oblicz przedział i promień zbieżności szeregów potęgowych

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{2n+1}}{4^{3n}} (2x + 17)^n \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (2 + (-1)^n)^{3n+2} x^{2n+1}$$

Zadanie 4 Znajdź sumę następującego szeregu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{2n-1}} x^{n-1}$$

Zadanie 5 Znaleźć postać ogólną funkcji f tożsamościowo spełniającej równanie

$$(x^2 + 1)f'' - 4xf' + 6f = 0$$

zakładając, że f jest sumą pewnego szeregu potęgowego o środku w $x_0 = 0$.

Zadanie 6 Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx$$