

Kartkówka 2

Zadanie 1 Policz poniższe całki nieoznaczone:

$$\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx \quad \int \frac{1}{1 - e^{-x}} dx \quad \int \frac{x}{e^x} dx.$$

Zadanie 2 Policz pole powierzchni figury ograniczonej przez krzywe $y^2 = 2px$ i $x^2 = 2py$. Wskazówka: narysować!

Zadanie 3 Znajdź długość krzywej danej wzorem $y(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ pomiędzy $x = 1$ oraz $x = e$.

Zadanie 4 Znajdź poniższe granice lub pokaż, że nie istnieją:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + 2xy + y}{x^2 + y^2} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2y^2}{x^2 + y^2}.$$

Zadania dodatkowe

Zadanie 1 Policz pola powierzchni **obu** części na które jest podzielone koło o równaniu $x^2 + y^2 \leq 8$ przez parabolę $y^2 = 2x$. Wskazówka: narysować.

Zadanie 2 Rozważmy funkcję $f(x) = x^n$ na przedziale $[0, 1]$. Niech $x_0 \in (0, 1)$. Określmy przez $A(x_0)$ pole powierzchni ograniczonej przez proste $y = 0$ i $x = x_0$ oraz krzywą $f(x)$, a przez $B(x_0)$ pole powierzchni ograniczonej przez $x = x_0$ i $y = 1$ oraz krzywą $f(x)$. Dla jakiego x_0 zachodzi $A(x_0) = B(x_0)$?

Zadanie 3 Policz objętość figury powstałej na skutek obrotu wzdłuż prostej $x = a$ części paraboli $y^2 = 4ax$, odciętej przez prostą $x = a$.