

Zadania do deklaracji (poniedziałek)

W weekend dodam tutaj 4 zadania do deklaracji na przyszły tydzień.

Zadanie 4 Wyznaczyć z definicji różniczkę funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy + x^3$, w punkcie $(1, 1)$.

Zadanie 5 Znajdź wszystkie pochodne cząstkowe następujących funkcji:

- $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$
- $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
- $f(x, y) = \frac{y}{x}$
- $f(x, y) = x^y$

Zadanie 6 Wykazać, że funkcja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, & \text{gdy } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{gdy } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

jest ciągła. Wyznaczyć jej pochodne cząstkowe funkcji f w każdym punkcie $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ i pochodne kierunkowe w punkcie $(0, 0)$. Zbadać różniczkowalność funkcji f w każdym punkcie jej dziedziny.

Zadanie 7 Zbadać różniczkowalność funkcji $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ oraz $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ określonych wzorami

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & \text{gdy } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{gdy } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}, & \text{gdy } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{gdy } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Zadanie 8 Niech $f : \mathbb{R} \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ będzie określona wzorem

$$f(r, \phi) = (r \cos \phi, r \sin \phi).$$

Znajdź macierz Jakobiego tego przekształcenia oraz oblicz jacobian (wyznacznik macierzy jacobiego)

Zadanie 9 Pole trapezu o podstawach a oraz b i wysokości h jest dane wzorem $S(a, b, h) = \frac{a+b}{2}h$. Oblicz $\frac{\partial S}{\partial a}, \frac{\partial S}{\partial b}, \frac{\partial S}{\partial h}$ i używając rysunku pokaż ich geometryczną interpretację.

Zadanie 10 Oblicz $1.02^{3.01}$