

**Zadania do deklaracji (piątek)**

**Zadanie 1** Obliczyć  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^\infty \frac{1}{1+x^n} d\lambda_1(x)$

**Zadanie 2** Obliczyć granicę  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^\infty \frac{(\frac{1}{2} + x)^n}{(\frac{1}{2} + x)^n + 1} e^{-2x} d\lambda_1(x)$

**Zadanie 3** Oblicz  $\int_W d\lambda_3(x)$  gdzie  $W = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 1\}$  (objętość czworościanu).

**Zadanie 4** Oblicz całkę  $\int_R d\lambda_2(x)$ , gdzie  $R$  jest równoległobokiem w  $\mathbb{R}^2$  o wierzchołkach  $(0, 0), (2, 1), (1, 1), (3, 2)$  (pole równoległoboku).

---

**Zadanie 5** Czy istnieje niemierzalny zbiór  $A \subset \mathbb{R}$  taki że  $B = \{x \in A : x \text{ jest liczbą niewymierną}\}$  jest mierzalny?

**Zadanie 6** Udowodnić, że jeśli funkcja  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  jest różniczkowalna, to jej pochodna  $f'$  jest mierzalna.

**Zadanie 7** Obliczyć następujące całki:

- $\int_K x_1 x_2 d\lambda_3(x)$ , gdzie  $K = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1, x_2, x_3 > 0, \|x\| < 1\}$
- $\int_R x_1 d\lambda_2(x)$ , gdzie  $R$  jest równoległobokiem w  $\mathbb{R}^2$  o wierzchołkach  $(0, 0), (2, 1), (1, 1), (3, 2)$

**Zadanie 8** Wyznaczyć następujące granice

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_W \sqrt[n]{x_1 x_2} d\lambda_2(x)$ , gdzie  $W = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\| \leq 1, 0 \leq x_1 < x_2\}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_A \left(1 + \frac{x+y}{n}\right)^n d\lambda_2(x)$ , gdzie  $A = \{(x, y) : x > 0, x + y > 0\}$