Programme de khôlle de maths n° 3

Semaine du 30 Septembre

Cours

Révisions : études de fonctions. Savoir déterminer l'ensemble de définition, étudier les variations, le signe, les limites aux bornes de l'ensemble de définition, les asymptotes verticales et horizontales. Toutes les fonctions vues au lycée. TVI.

Chapitre 2 : Logique

- Logique : propositions, connecteurs, quantificateurs, implications et équivalences.
- Lois de De Morgan
- $(A \Rightarrow B) \iff (\neg A \vee B)$, négation de $A \Rightarrow B$: $A \wedge \neg B$
- Raisonnement par l'absurde, par contraposée, par disjonction de cas (par ex : (in)équations avec valeur absolue), par analyse-synthèse (résolution d'(in)équations).

Chapitre 3 : Ensembles et applications

- Egalité, inclusion d'ensembles
- Ensemble vide, ensemble $\mathcal{P}(E)$ des sous-ensembles d'un ensemble E, ensemble $F \setminus E = \{x \in F, x \notin E\}$.
- Union et intersection de deux ensembles, complémentaire dans un ensemble.
- Union et intersection d'une famille quelconque d'ensembles.
- Produit cartésien, n-uplet (définitions)
- Application $f : E \to F$, ensemble de départ, ensemble d'arrivée, image directe $f(A)$ de $A \in \mathcal{P}(E)$

Questions de cours et exercices vus en classe

- Traduire à l'aide de quantificateurs :
  1. Le carré d'un nombre réel est positif.
  2. Tout nombre positif est le carré d'un nombre réel.
  3. La somme de deux entiers positifs est un entier positif.
  4. La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$.
- Montrer que la proposition suivante est fausse : $\exists x \in \mathbb{R}^+, \forall y \in \mathbb{R}, y^2 > x$
- Exprimer à l'aide de quantificateurs : « (u_n) ne tend pas vers $+\infty$ »
- Démontrer que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Soient A,B,C trois parties de E. Montrer que
  1. $A \cap B = C \iff B \subset A$
  2. $A \cup B = B \iff A \subset B$
  3. $A \cap B = A \cap C$ et $A \cup B = A \cup C \iff B = C$
  4. $\overline{A} \subset B \iff \overline{B} \subset A$
- Déterminer les ensembles $A = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} [n, n+1[$ et $B = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} [0; \dfrac{1}{n}[$