

---

# Programme de khôlle de maths n° 22

---

Semaine du 10 avril

## Cours

### Chapitre 13 : Matrices et applications linéaires

- Matrice à coefficients réels, somme et produit par un réel, produit de matrices, transposition
- Représentation matricielle d'une application linéaire dans un couple de bases
- Application de  $\mathcal{L}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^n)$  canoniquement associée à une matrice de  $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$
- Image et noyau d'applications linéaire, de matrice
- Composition d'application linéaire et produit de matrices
- Rang, théorème du rang
- Matrices carrées, trace
- Matrices inversibles, déterminant d'une matrice 2x2
- Changement de base, matrice de passage, matrices semblables, matrices équivalentes

## Questions de cours

- **Questions de cours**
  - $A$  et  $B$  deux matrices carrées de taille  $n$ , montrer que  $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
  - $A \in \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$  et  $B \in \mathcal{M}_{m,p}(\mathbb{R})$ . Montrer que  $\text{rg}(AB) \leq \min(\text{rg}(A), \text{rg}(B))$
  - Soit  $A \in \mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$  et  $\varphi$  l'application linéaire canoniquement associée à  $A$ . Montrer que  $\varphi$  est injective si et seulement si les vecteurs colonnes de  $A$  forment une famille libre