
Programme de khôlle de maths n° 10

Semaine du 4 Décembre

Cours

Chapitre 6 : Suites numériques

- Vocabulaire sur les suites : majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante
- Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (cas où l'équation caractéristique admet des solutions réelles uniquement)
- Limites infinie, limite finie.
- Unicité de la limite
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \iff \lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n - \ell| = 0$
- (u_n) converge ssi (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers la même limite
- (u_n) bornée et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \pm\infty \Rightarrow \frac{u_n}{v_n} = 0$.
- Limites de référence
- Calcul de limites : opérations, composition par une fonction continue, passage à la limite dans une inégalité ou dans une égalité.
- Théorèmes de convergence : limite monotone, théorèmes de comparaison, suites adjacentes.
- Comparaison asymptotique : relation de négligeabilité, notation de Landau. Croissances comparée de $n!$, a^n , n^b et $\ln(n)^c$ pour $a, b, c > 0$.
- Equivalence de suites, notation $u_n \sim v_n$, propriétés des équivalences.
- Si P est un polynôme, $P(n)$ est équivalent à son terme de plus haut degré et $P(1/n)$ est équivalent à son terme de plus petit degré non nul.
- Équivalents usuels : si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$, alors $\sin(u_n) \sim u_n$, $\ln(1 + u_n) \sim u_n$, $e^{u_n} - 1 \sim u_n$, $\frac{1}{1 - u_n} \sim u_n$, $(1 + u_n)^\alpha - 1 \sim \alpha u_n$.

Questions de cours

- Démontrer la formule du binôme de Newton : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \forall n \in \mathbb{N}, (x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$.
- Démontrer l'unicité de la limite
- Démontrer qu'une suite convergente est bornée
- Démontrer que deux suites adjacentes convergent vers une même limite.