
Programme de khôlle de maths n° 2

Semaine du 25 Septembre

Cours

Révisions : études de fonctions. Savoir déterminer l'ensemble de définition, étudier les variations, le signe, les limites aux bornes de l'ensemble de définition, les asymptotes verticales et horizontales. Toutes les fonctions vues au lycée. TVI.

Chapitre 1 : Fonctions trigonométriques

- Fonctions sinus, cosinus, tangente.
- Fonction paire, fonction impaire
- Continuité, dérivabilité, études de fonctions
- Formules d'addition, de duplication. Formule $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$. Formules $\cos(x + \pi) = -\cos x$ et $\sin(x + \pi) = -\sin x$
- Équations et inéquations trigonométriques dans $[-\pi, \pi]$, dans $[0, 2\pi]$ et dans \mathbb{R}

Chapitre 2 : Logique

- Logique : propositions, connecteurs, quantificateurs, implication et équivalences.
- Raisonnement par l'absurde, par contraposée, par disjonction de cas, par analyse-synthèse.

Questions de cours et exercice

• Questions de cours et exercices vus en classe

- limite de $\frac{\sin x}{x}$ et de $\frac{\cos x - 1}{x}$ en 0 (démonstration à connaître)
- formules d'addition, soustraction, duplication
- valeurs remarquables de $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$.
- Déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
- Déterminer la valeur de $\cos \frac{\pi}{8}$
- Exprimer $\cos^2(x)$ en fonction de $\cos 2x$
- Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que n^2 est pair alors n est pair.
- Soient $x, y \in \mathbb{R}$. Montrer que si $\forall \varepsilon > 0, x < y + \varepsilon$ alors $x \leq y$.
- Écrire avec des quantificateurs $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ et sa négation.
- Montrer que toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ peut s'écrire comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

• Exercices

- Étudier le signe de $\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) \left(\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ en fonction de x .
- Étudier les variations de $x - \frac{x^3}{6} - \sin x$ sur $[0; +\infty[$
- Étudier la fonction $f : x \mapsto \frac{\sqrt{3} \cos(x)}{2 - \sin(x)}$
- Résoudre $\sin(2x) = \cos(x)$ dans \mathbb{R}
- Résoudre $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ dans \mathbb{R}
- Montrer que $\sin(\pi/5) \cos(\pi/5) \cos(2\pi/5) = \frac{1}{4} \sin(\pi/5)$ et en déduire la valeur de $\cos(\pi/5)$

Remarques pour les colleurs

- Fonction arctan pas encore vue