

---

## Programme de khôlle n° 19

---

Semaine du 25 Mars

### Cours

- **Chapitre 12 : Variables aléatoire discrètes**

- Variables aléatoires réelles discrètes (v.a.r.d.) finies et infinies
- Loi d'une v.a.r.d., la loi d'une v.a.r.d.  $X$  est entièrement déterminée par une famille de réels  $(x_i)_{i \in I}$  et une famille de réels positifs  $(p_i)_{i \in I}$  vérifiant  $\sum_{i \in I} p_i = 1$ , avec  $I = \mathbb{N}$  ou  $I = \mathbb{Z}$  ou  $I$  fini, telles que  $\forall i \in I, \mathbb{P}(X = x_i) = p_i$ .
- Fonction de répartition, lien entre fonction de répartition et loi
- Définition de l'espérance (dans le programme :  $X$  admet une espérance ssi la série  $\sum x_i \mathbb{P}(X = x_i)$  converge **absolument**). Linéarité de l'espérance, espérance d'une v.a.r.d. positive, théorème de transert, moment d'ordre  $r$  d'une variable aléatoire.
- Variance, écart-type, formule de König-Huygens
- Inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
- Lois usuelles :
  - Loi de Bernoulli, fonction de répartition, espérance, variance. Variable aléatoire indicatrice.
  - Loi uniforme sur un ensemble fini. Fonction de répartition dans le cas  $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket a, b \rrbracket)$ . Si  $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$ , alors  $\mathbb{E}(X) = \frac{n+1}{2}$  et  $V(X) = \frac{n^2-1}{12}$ .
  - Loi binomiale,  $X$  suit une loi binomiale lorsque  $X$  compte le nombre de succès dans la répétition de  $n$  épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, espérance et variance.
  - Loi géométrique,  $X$  suit une loi géométrique lorsque  $X$  est le rang du premier succès dans une répétition d'épreuves de Bernoulli, espérance et variance. Une loi géométrique est sans mémoire.

### Questions de cours et exercice

- **Questions de cours**

- Calcul d'espérance et/ou variance pour les lois usuelles
- Démonstration de l'inégalité de Markov
- Démonstration de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev