Programme de khôlle de maths n° 13

Semaine du 13 Janvier

Cours

Chapitre 8 : Espaces probabilisés

- Espace probabilisé, $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$. $\mathcal{A}$ est l'ensemble de tous les événements, notion de tribu hors programme.
- Vocabulaire : événements incompatibles, événement négligeable, événement presque sûr.
- Propriétés d'une probabilité : $\mathbb{P}(\varnothing) = 0$, $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$, si $A \subset B$ alors $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$ et $\mathbb{P}(B \setminus A) = \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$, $\mathbb{P}(A) = \sum_{\omega \in A} \mathbb{P}(\{\omega\})$ si A est fini.
- Espaces probabilisés équiprobables,
- Probabilités conditionnelles, formule de Bayes, formule $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(B|A) \times \dfrac{\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(B|A) + \mathbb{P}\left(\overline{A}\right) \times \mathbb{P}\left(B|\overline{A}\right)}$
- Evénements indépendants, si A et B sont indépendants alors $\overline{A}$ et B sont indépendants
- Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales
- Suite croissante et décroissante d'événements, théorème de la limite monotone :

$$\lim_{n \to +\infty} \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) \quad \text{si } (A_n) \text{ est croissante} \quad ; \quad \lim_{n \to +\infty} \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}\left(\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) \quad \text{si } (A_n) \text{ est décroissante}$$

Questions de cours

- Citer et démontrer la formule de Bayes
- Citer et démontrer la formule des probabilités totales
- Montrer que si A et B sont indépendants, alors $\overline{A}$ et B sont indépendants