

---

# Programme de khôlle de maths n° 2

---

Du 23/09/24 au 27/09/24

## Cours

**Révisions : études de fonctions. Savoir déterminer l'ensemble de définition, étudier les variations, le signe, les limites aux bornes de l'ensemble de définition, les asymptotes verticales et horizontales. Toutes les fonctions vues au lycée. TVI et corollaire du TVI**

### Chapitre 1 : Fonctions trigonométriques

- Fonctions sinus, cosinus, tangente : ensembles de définition, valeurs remarquables.
- Fonction paire, fonction impaire.  $\cos$  et  $\sin$  sont  $2\pi$ -périodique,  $\tan$  est  $\pi$ -périodique.
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos(x + \pi) = -\cos x$  et  $\sin(x + \pi) = -\sin x$
- Continuité et dérivabilité de  $\cos$ ,  $\sin$  et  $\tan$ .
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-1 \leq \cos x \leq 1$  et  $-1 \leq \sin x \leq 1$ . Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ .
- Formules d'addition, de duplication.
- Autres formules :  $\cos(\pi - x) = -\cos x$ ,  $\sin(\pi - x) = \sin x$ ,  $\cos(x + \pi/2) = -\sin(x)$ ,  $\sin(x + \pi/2) = \cos x$ , etc.
- Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques dans  $[-\pi; \pi[$ , dans  $[0; 2\pi[$ , dans  $\mathbb{R}$

### Chapitre 2 : Logique

- Propositions, connecteurs ET, OU, NON
- Tables de vérité, lois de De Morgan
- Principe du tiers exclu, principe de non-contradiction
- Implication,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$ .

## Questions de cours

- limite de  $\frac{\sin x}{x}$  et de  $\frac{\cos x - 1}{x}$  lorsque  $x \rightarrow 0$  (démonstration à connaître)
- Déterminer la valeur de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .
- Déterminer la valeur de  $\cos \frac{\pi}{8}$
- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2\pi x)}{x - 1}$
- Démontrer que  $\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$  à l'aide de tables de vérité.

## Exercices

- Étudier la fonction définie par  $f(x) = \ln\left(1 - e^{-(x-1)^2}\right)$  (ensemble de définition, variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, signe, allure de la courbe représentative)
- Prouver qu'il existe exactement deux réels  $x$  strictement positifs tels que  $\frac{\sqrt{x} - 1}{1 + \ln(x)} = 2$ .
- Étudier le signe de  $\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) \left(\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  en fonction de  $x$  pour  $x \in [0; 2\pi]$ .
- Étudier les variations de  $x - \frac{x^3}{6} - \sin x$  sur  $[0; +\infty[$
- Étudier la fonction  $f : x \mapsto \frac{\sqrt{3} \cos(x)}{2 - \sin(x)}$  définie sur  $[0; 2\pi]$ .
- Montrer que  $\sin(\pi/5) \cos(\pi/5) \cos(2\pi/5) = \frac{1}{4} \sin(\pi/5)$  et en déduire la valeur de  $\cos(\pi/5)$
- Résoudre  $\cos(2x) = \cos x$  dans  $\mathbb{R}$