Programme de khôlle de maths n° 1

Du 16/09/24 au 20/09/24

Cours

Révisions : études de fonctions. Savoir déterminer l'ensemble de définition, étudier les variations, le signe, les limites aux bornes de l'ensemble de définition, les asymptotes verticales et horizontales. Toutes les fonctions vues au lycée. TVI et corollaire du TVI

Chapitre 1 : Fonctions trigonométriques

- Fonctions sinus, cosinus, tangente : ensembles de définition, valeurs remarquables.
- Fonction paire, fonction impaire. cos et sin sont 2π-périodique, tan est π-périodique.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x+\pi) = -\cos x$ et $\sin(x+\pi) = -\sin x$
- Continuité et dérivabilité de cos, sin et tan.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- Formules d'addition, de duplication.
- Autres formules : $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$, $\cos(x+\pi/2) = -\sin(x)$, $\sin(x+\pi/2) = \cos x$, etc.

Questions de cours

- limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ et de $\dfrac{\cos x - 1}{x}$ lorsque $x \to 0$ (démonstration à connaitre)
- formules d'addition, soustraction, duplication
- valeurs remarquables de $\sin(x), \cos(x), \tan(x)$.
- Déterminer la valeur de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.
- Déterminer la valeur de $\cos\frac{\pi}{8}$
- Déterminer $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sin(2\pi x)}{x-1}$

Exercices

- Étudier la fonction définie par $f(x) = \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-(x-1)^2}\right)$ (ensemble de définition, variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, signe, allure de la courbe représentative)
- Prouver qu'il existe exactement deux réels x strictement positifs tels que $\dfrac{\sqrt{x}-1}{1+\ln(x)} = 2$.
- Étudier le signe de $\left(\cos x - \dfrac{1}{2}\right)\left(\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ en fonction de x pour $x \in [0; 2\pi]$.
- Étudier les variations de $x - \dfrac{x^3}{6} - \sin x$ sur $[0; +\infty[$
- Étudier la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{3}\cos(x)}{2-\sin(x)}$ définie sur $[0; 2\pi]$.
- Montrer que $\sin(\pi/5)\cos(\pi/5)\cos(2\pi/5) = \dfrac{1}{4}\sin(\pi/5)$ et en déduire la valeur de $\cos(\pi/5)$