

---

# Programme de khôlle de maths n° 9

---

Semaine du 25 Novembre

## Cours

### Chapitre 6 : Suites numériques

- Vocabulaire sur les suites : majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante
- Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (cas où l'équation caractéristique admet des solutions réelles uniquement)
- Limites infinie, limite finie : définitions quantifiées
- Unicité de la limite
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell \iff \lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n - \ell| = 0$
- $(u_n)$  converge ssi  $(u_{2n})$  et  $(u_{2n+1})$  convergent vers la même limite (admis)
- $(u_n)$  bornée et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n) = 0$ ,  $(u_n)$  bornée et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \pm\infty \Rightarrow \frac{u_n}{v_n} = 0$ .
- Limites de référence
- Calcul de limites : opérations, composition par une fonction continue, passage à la limite dans une inégalité ou dans une égalité.
- Théorèmes de convergence : limite monotone, théorèmes de comparaison, suites adjacentes.
- Croissances comparées : si  $a > 1$  et  $b, c > 0$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^b}{a^n} = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^c}{n^b} = 0$ .
- Comparaison asymptotique : relation de négligeabilité, notation de Landau.
- Equivalence de suites, notation  $u_n \sim v_n$ , compatibilité avec le produit, le quotient, et les puissances réelles.
- Si  $P$  est un polynôme,  $P(n)$  est équivalent à son terme de plus haut degré et  $P(1/n)$  est équivalent à son terme de plus petit degré non nul.
- Équivalents usuels : si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ , alors  $\sin(u_n) \sim u_n$ ,  $\ln(1 + u_n) \sim u_n$ ,  $e^{u_n} - 1 \sim u_n$ ,  $\frac{1}{1 - u_n} \sim u_n$

## Questions de cours et exercices vus en classe

- Démontrer l'unicité de la limite (limite finie uniquement)
- Démontrer que si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell'$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \ell + \ell'$  ( $\ell$  et  $\ell'$  réels).
- Démontrer qu'une suite convergente est bornée