

LIMITE D'UNE FONCTION

Limite infinie en $\pm\infty$ (f tend vers $\pm\infty$ en $\pm\infty$)

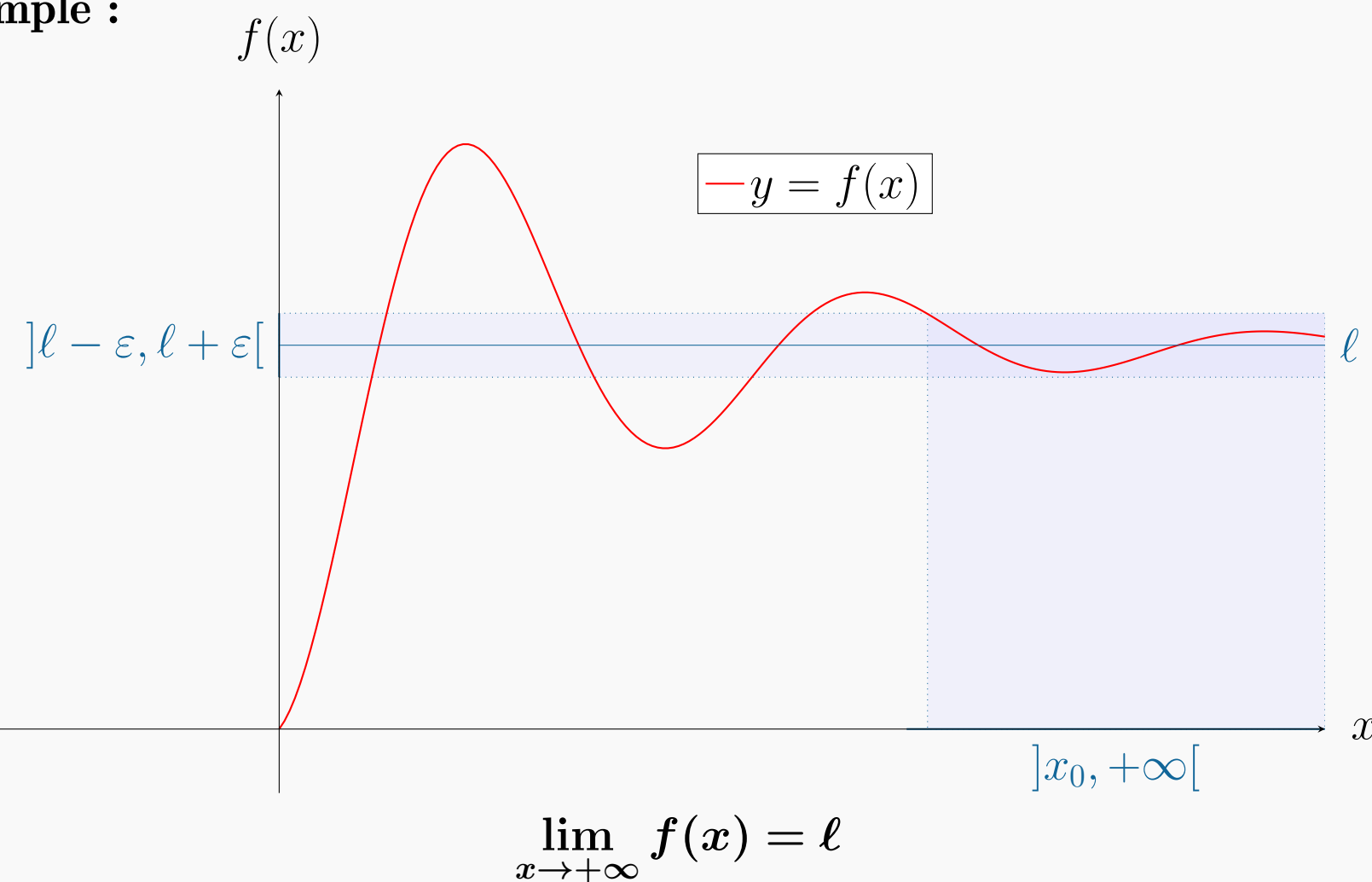
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x > x_0 \Rightarrow f(x) > A)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x > x_0 \Rightarrow f(x) < A)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x < x_0 \Rightarrow f(x) > A)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x < x_0 \Rightarrow f(x) < A)$

Limite finie en $\pm\infty$ (f tend vers un réel ℓ en $\pm\infty$)

En $+\infty$ et en $-\infty$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$ si $\forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x > x_0 \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ell$ si $\forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathcal{D}_f, (x < x_0 \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

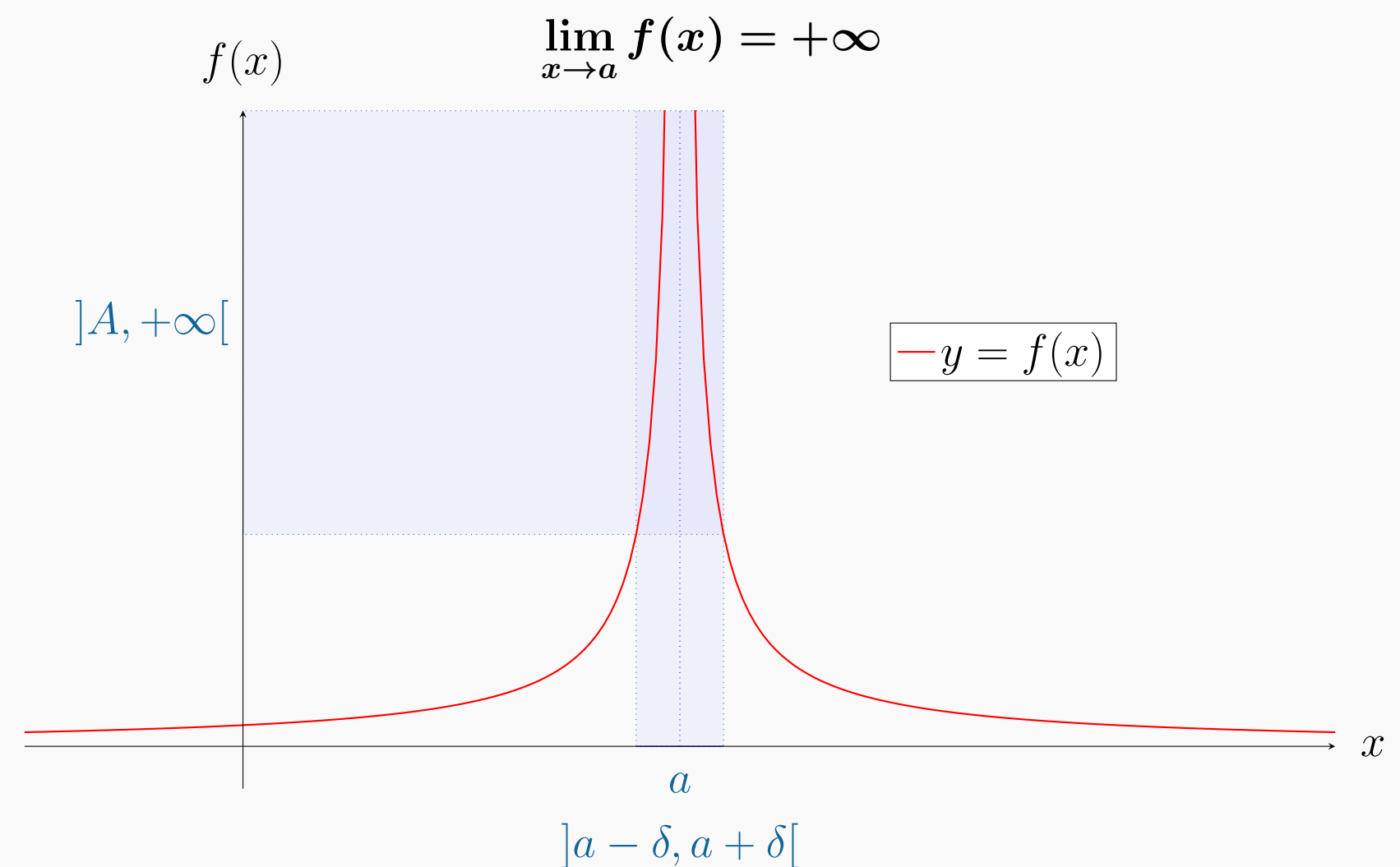
Exemple :



Limite infinie en un réel a (f tend vers $\pm\infty$ en un réel a)

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathcal{D}_f, (|x - a| < \delta \Rightarrow f(x) > A)$
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ si $\forall A \in \mathbb{R}, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathcal{D}_f, (|x - a| < \delta \Rightarrow f(x) < A)$

Exemple :



Limite finie en un réel a (f tend vers un réel ℓ en un réel a)

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell \quad \text{si} \quad \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, (|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - \ell| < \varepsilon)$$

Remarque : si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ alors on dit que f est continue en a .

Autrement dit f est continue en a si $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, (|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon)$