
Programme de khôlle de maths n° 2

Du 22/09/25 au 26/09/25

Cours

Révisions :

- Dérivées usuelles, opérations sur les dérivées
- Limites usuelles et opérations sur les limites. Croissances comparées.
- Savoir déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Étude complètes de fonctions : variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, asymptotes verticales et horizontale, asymptotes obliques.
- Définition d'une fonction (dé)croissante. Résultats sur les composition de fonctions croissantes/décroissantes.

Chapitre 1 : Fonctions trigonométriques

- Fonctions sinus, cosinus, tangente : ensembles de définition, valeurs remarquables.
- Fonctions périodiques, fonctions paires, fonctions impaires, cas des trois fonctions trigonométriques.
- Propriétés "géométriques" : $\cos(x + \pi) = -\cos x$ et $\sin(x + \pi) = -\sin x$, $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$, $\cos(x + \pi/2) = -\sin(x)$, $\sin(x + \pi/2) = \cos x$, $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$, $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$
- Formules d'addition et soustraction $\cos(a + b)$, $\sin(a + b)$, $\cos(a - b)$, $\sin(a - b)$.
- Résolution d'équation et d'inéquations trigonométriques dans un intervalle d'amplitude 2π , dans \mathbb{R} .

Questions de cours

- Valeurs remarquables de $\sin(x)$ et $\cos(x)$.
- Montrer que $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan x}$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Montrer que $\tan(\pi - x) = -\tan x$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Montrer que la composée de deux fonctions décroissantes est croissantes.

Exercices

- Étudier la fonction définie par $f(x) = \ln\left(1 - e^{-(x-1)^2}\right)$ (ensemble de définition, variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, signe, allure de la courbe représentative)
- Prouver qu'il existe exactement deux réels x strictement positifs tels que $\frac{\sqrt{x} - 1}{1 + \ln(x)} = 2$.
- Étudier le signe de $\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)\left(\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ en fonction de x pour $x \in [0; 2\pi]$.
- Étudier les variations de $x - \frac{x^3}{6} - \sin x$ sur $[0; +\infty[$
- Étudier la fonction $f : x \mapsto \frac{\sqrt{3}\cos(x)}{2 - \sin(x)}$ définie sur $[0; 2\pi]$.
- Montrer que $\sin(\pi/5)\cos(\pi/5)\cos(2\pi/5) = \frac{1}{4}\sin(\pi/5)$ et en déduire la valeur de $\cos(\pi/5)$
- Résoudre $\cos(2x) = \cos x$ dans \mathbb{R}