A. **Comprendre la définition d'une fonction.**

Exemple.

$$f : [-5; 7] \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 3x + 5$$

• f est la **fonction** qui à chaque nombre x associe le nombre $3x + 5$. On écrit : $f(x) = 3x + 5$

  • Par exemple f envoie le nombre 1 sur le nombre $3(1) + 5 = 8$. On écrit : $f(1) = 8$

  • Par exemple f envoie le nombre -2 sur le nombre $3(-2) + 5 = -6 + 5 = -1$. On écrit : $f(-2) = -1$

• Le nombre x choisi est la **variable** (c'est l'**entrée**). La variable doit être dans **l'ensemble de *définition*** $[-5; 7]$

• $f(x)$ c'est-à-dire $3x + 5$, est **l'image** de x par f (c'est la **sortie**). L'image doit se situer dans **l'ensemble *d'arrivée*** $\mathbb{R}$.

Exemple. Soit la fonction définie sur $[3; 5]$ par $g(x) = 5x + 8$. Donner la définition formelle de g.

$g : [3\,;5] \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 5x + 8$

Exemple. Soit la fonction h qui à tout nombre x situé entre 0 et 1, associe $x^2 + 2x - 1$. Donner la définition formelle de h.

Exemple. Soit la fonction f qui envoie tout nombre sur son triple. Donner la définition formelle de f.

B. **Déterminer l'image, par le calcul.**

Méthode. Il suffit de remplacer la variable par la valeur souhaitée dans la définition. *Ne pas oublier les parenthèses*.

Exemple. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -8x + 3$. Déterminer l'image de -5 par la fonction f.

$f(-5) = -8(-5) + 3 = 40 + 3 = 43$. $f(-5) =$ L'image de -5 par f est

• Chercher l'image d'un nombre, c'est chercher la sortie connaissant l'entrée.

Exemple. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2 - 3x)^2$. Déterminer l'image de 4 par la fonction g.

• L'image d'un certain nombre par une fonction est toujours unique.

Exemple. Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2x^2 - 10$. Calculer $h(-3)$.

Exercice B1. Calculer

1) Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 3$. Calculer $f(0) =$

2) Soit g définie sur $]0\,; \infty[$ par $g(x) = 5 + \frac{3}{x}$. Déterminer l'image de -2 par g : $g(-2) =$

3) Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x^2 - x)^2$. Calculer $h(3) =$

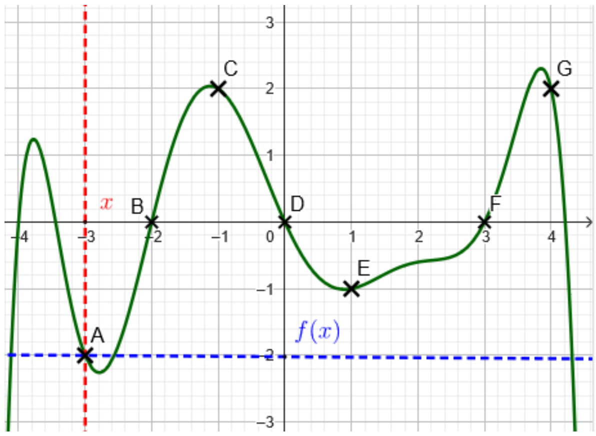
4) Soit i définie sur $\mathbb{R}$ par $i(x) = (2 - x)^3$. Calculer $i(-1) =$

C. Interpréter un point situé sur la courbe d'une fonction.

Définition. La **courbe représentative d'une fonction** f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,; f(x))$ où x varie dans l'ensemble de définition.

Pour chaque point *situé sur la courbe* :

- L'abscisse souvent notée x, lue sur l'axe horizontal, représente l'entrée
- L'ordonnée y, lue sur l'axe vertical, est l'image correspondante $f(x)$.
- On a $f(x) = y$



Exemple. Quelle égalité peut-on écrire en regardant le point A ?

A a pour coordonnées $(-3; -2)$ donc $f(-3) = -2$.

Exercice C1. Quelle égalité peut-on écrire en regardant :

Le point C :

Le point D :

Le point E :

Le point G :

D. Tester si un point appartient à la courbe d'une fonction.

Méthode. Pour tester si un point $(x; y)$ est sur la courbe d'une fonction f, on vérifie si $f(x) = y$.

Exemple. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{4}{x} - 2x$. Le point $A = (-1; 2)$ est-il sur la courbe de g ?

$g(-1) = \frac{4}{(-1)} - 2(-1) = -4 + 2 = -2$. Donc $g(-1) \neq 2$. Donc A n'appartient pas à la courbe de g.

Exercice D1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 2$. Déterminer si les points suivants appartiennent à la courbe de f.

$A = (0; 2)$:

$B = (1; 2)$:

$C = (-2; 16)$:

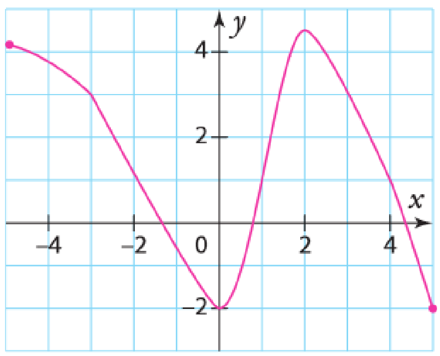
E. Déterminer l'image, par lecture graphique.

Méthode. Pour trouver graphiquement l'image d'un nombre k par une fonction f dont la courbe est tracée :

- On se place à l'abscisse $x = k$ sur l'axe horizontal.
- Par balayage visuel vertical, on repère le point de la courbe de f qui correspond à cette abscisse.
- Par balayage horizontal, on repère l'ordonnée y de ce point, sur l'axe vertical. Cette *ordonnée* est l'image $f(k)$.

Exemple. Voici la courbe d'une fonction f définie sur $[-5; 5]$.

Déterminer graphiquement les images suivantes :



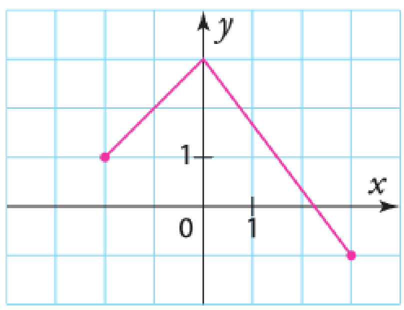
$f(3) =$

$f(-2) =$

$f(4) =$

$f(0) =$

Exercice E1. Voici la courbe d'une fonction g définie sur $[-2; 3]$.



Déterminer graphiquement $g(0)$:

Déterminer graphiquement l'image de -2 par g :

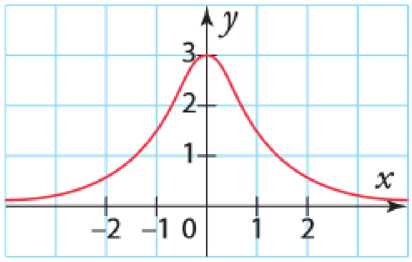
Déterminer graphiquement l'image de 3 par g :

Déterminer graphiquement $g(1)$:

F. Trouver les antécédents, par lecture graphique.

Méthode. Pour trouver graphiquement les antécédents d'un nombre k par une fonction f dont la courbe est tracée :
- On se place à l'ordonnée $y = k$ sur l'axe vertical.
- Par balayage visuel horizontal, on repère le ou les point(s) de la courbe de f à cette ordonnée y.
- On repère l'abscisse de chaque point trouvé, sur l'axe horizontal. Chaque *abscisse* est un antécédent.

Exercice F1. Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:



Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 1 par f :

Les antécédents de 1 par f sont et

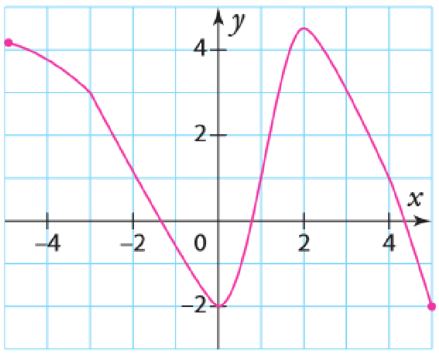
Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 0,5 par f :

Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 3 par f :

G. Résoudre une équation simple, de la forme $f(x) = k$ par lecture graphique.

Méthode. Résoudre une équation de la forme $f(x) = k$ d'inconnue x, revient à chercher les antécédents de k par f.

Exercice G1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les équations :



(A) : $f(x) = 1$

Les antécédents de 1 par f sont $-2; 1; 4$.
L'ensemble des solutions de (A) est $S_A = \{-2; 1; 4\}$

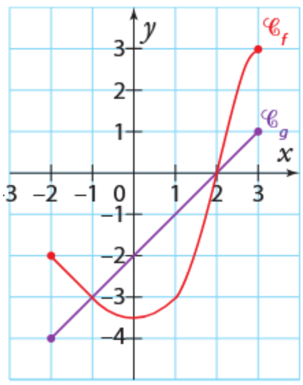
(B) : $f(x) = 4$

(C) : $f(x) = -3$

(D) : $f(x) = -2$

H. Résoudre une équation entre deux fonctions, de la forme $f(x) = g(x)$ par lecture graphique.

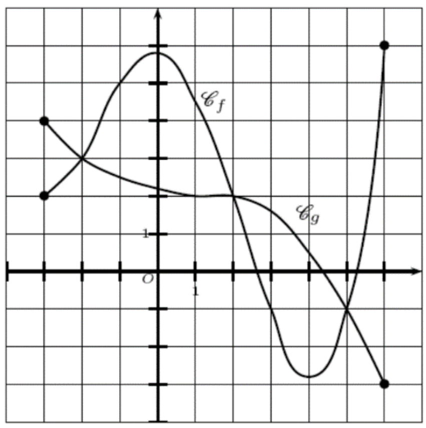
Méthode. Pour résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ où les courbes de f et g sont tracées :
- On cherche le ou les points d'intersection entre les courbes de f et g.
- On repère l'abscisse de chaque point d'intersection, sur l'axe horizontal. Chaque *abscisse* est une solution.



Exercice H1. Résoudre l'équation (E) : $f(x) = g(x)$ à partir du graphe à gauche :

Les points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont $(2; 0)$ et $(-1; -3)$.
Les abscisses de ces points d'intersection sont $x =$ et $x =$
L'ensemble des solutions de (E) est donc $S_E = \{$

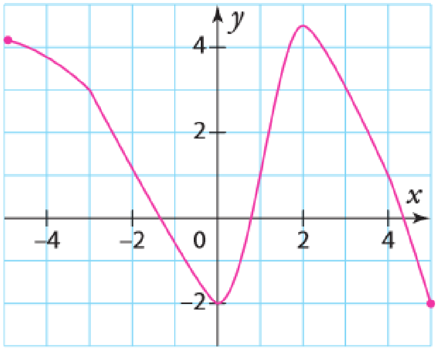
Exercice H2. Résoudre l'équation (F) : $f(x) = g(x)$ à partir du graphe à droite :



I. Résoudre une inéquation simple par lecture graphique.

Méthode. Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple $f(x) < k$
- On trace la droite horizontale Δ à l'ordonnée $y = k$ sur l'axe vertical.
- On repère les points d'intersections entre la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite Δ.
- On repère les abscisses de ces points d'intersections, qui délimitent chaque zone où C_f est en dessous de Δ.
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union ($\cup$) d'intervalles.

Exercice I1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les inéquations :



(A) : $f(x) < 1$

Par lecture graphique, C_f intersecte la droite $y = 1$ en $x =$

C_f est en dessous de la droite entre $x =$ et $x =$, puis entre $x =$ et $x =$

Puisque l'inégalité $<$ est stricte, les intervalles ont des crochets ouverts.

C_f est en dessous de la droite $y = 1$ sur] ; [puis sur] ;].

L'ensemble des solutions de (A) est $S_A =$

(B) : $f(x) \geq 4$

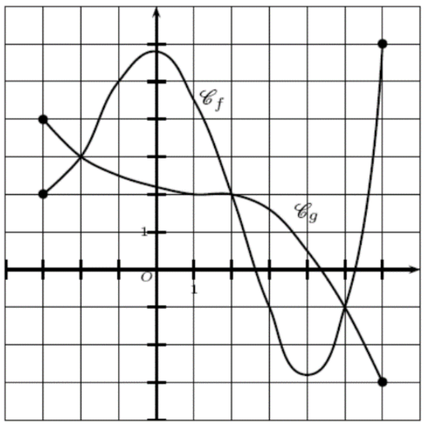
(C) : $f(x) < -3$

(D) : $f(x) \geq -2$

J. Résoudre une inéquation entre deux fonctions par lecture graphique.

Méthode. Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple $f(x) \geq g(x)$
- On repère les points d'intersections entre la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite C_g.
- On repère les abscisses de ces points d'intersections, qui délimitent chaque zone où C_f est au-dessus de C_g.
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles.

Exercice J1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les inéquations



(A) : $f(x) > g(x)$

(B) : $f(x) \leq g(x)$