

Calculer avec des fractions

Propriété. Un nombre avec un nombre fini de décimales peut toujours s'écrire comme une fraction.

Exemple. $3,534 = \frac{3\,534}{1\,000}$

Propriété. Une fraction n'est pas toujours un nombre avec un nombre fini de décimales. Cependant les décimales d'une fraction ont toujours un motif périodique.

Exemple. $\frac{1}{7} = 0,14285714285714\dots$ Une valeur approchée au millièm de $\frac{1}{7}$ est 0,143.

Exemple. $\frac{1}{3} = 0,3333\dots$ Une valeur approchée au centièm de $\frac{1}{3}$ est 0,33.

Remarque. Il existe des nombres qui ont un nombre infini de décimales qui ne se répètent pas, ces nombres ne peuvent donc pas s'écrire comme une fraction.

Règle. Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

(Si on partage 3 fois + de parts de gâteaux avec 3 fois + de monde c'est le même partage)

Exemple. $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$. **Exemple.** $\frac{12}{4} = \frac{12 \div 2}{4 \div 2} = \frac{6}{2} = \frac{12 \div 4}{4 \div 4} = \frac{3}{1} = 3$

Définition. Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits. Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est **une fraction irréductible**.

Exemple. Simplifier le plus possible la fraction $\frac{48}{60}$.

Pour simplifier cette fraction, on cherche des diviseurs communs au numérateur et au dénominateur.

$\frac{48}{60} = \frac{2 \times 24}{2 \times 30} = \frac{24}{30} = \frac{6 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ est irréductible. C'est la fraction la plus simple égale à $\frac{48}{60}$.

Remarque. Une fraction peut s'écrire de plusieurs manières équivalentes, mais il n'y a qu'une seule écriture sous forme irréductible.

Règle. Multiplication d'un nombre et d'une fraction : $a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c} = \frac{a}{c} \times b$

Exemple. $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45 \times 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$. $45 \times \frac{4}{5} = 45 \times 0,8 = 36$. $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \times 4 = 9 \times 4 = 36$.

Attention $45 \times \frac{4}{5} \neq \frac{45}{5} \times \frac{4}{5}$

Règle. Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par cette quantité.

Exemple. Amélie a dépensé les cinq septièm de ses économies qui s'élevaient à 14,70 €. Combien a-t-elle dépensé ? $\frac{5}{7} \times 14,70 = 10,50$. Amélie a donc dépensé 10,50 €.

Règle. Calculer x % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{x}{100}$. On lit « x pourcents »

Exemple. 36 % des 425 élèves d'un collège sont externes. Combien y a-t-il d'élèves externes ? Pour calculer le nombre d'externes, on calcule 36 % de 425.

36 % de 425 = $\frac{36}{100} \times 425 = 0,36 \times 425 = 153$. Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

Remarque. Pourcentages particuliers.

- Prendre 10 % d'un nombre, c'est en prendre le dixièm.
- Prendre 50 % d'un nombre, c'est en prendre la moitié.
- Prendre 25 % d'un nombre, c'est en prendre le quart.
- Prendre 75 % d'un nombre, c'est en prendre les trois quarts.
- Prendre 100 % d'un nombre, c'est en prendre la totalité.