

# Calcul littéral

**Définition.** Une **expression littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres, ces lettres désignant des nombres.

**Exemples.**  $E = 3 \times x + 5 \times y$ . L'aire  $A$  d'un carré de côté  $c$ , s'exprime par la formule  $A = c \times c$ .

**Règle.** Pour alléger l'écriture, on peut supprimer le signe  $\times$  devant une lettre ou une parenthèse.

Cependant, on ne peut pas supprimer le signe  $\times$  entre deux nombres.

**Exemples.**  $3 \times x = 3x$   $3 \times (a + 1) = 3(a + 1)$   
 $1 \times y = 1y = y$   $0 \times b = 0b = 0$   
Attention  $5 \times 7 \neq 57$ .  $5 \times 7 = 5(7) = (5)(7)$   
Si  $A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$  alors  $A = 5x + 7(3x + 2 \times 4)$

**Définition.** Pour tout nombre  $x$ , on note  $x^2 = x \times x$ . Le terme «  $x^2$  » se lit «  $x$  au carré ».

**Définition.** Pour tout nombre  $x$ , on note  $x^3 = x \times x \times x$ . Le terme «  $x^3$  » se lit «  $x$  au cube ».

**Exemple.**  $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$   $10^2 = 10 \times 10 = 100$

**Règle.** Pour calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Attention, on **DOIT** mettre des parenthèses là où on remplace.

**Exemples.**

$3x + 1$  calculé en  $x = 4$  vaut :  $3(4) + 1 = 3 \times 4 + 1 = 12 + 1 = 13$

$5x(x + 2)$  calculé en  $x = 3$  vaut :  $5(3)((3) + 2) = 5 \times 3 \times (3 + 2) = 5 \times 3 \times 5 = 75$

$3x + 1$  calculé en  $x = 3 - 2$  vaut :  $3(3 - 2) + 1 = 3 \times (1) + 1 = 3 \times 1 + 1 = 3 + 1 = 4$ .

Ce qui est normal car cela revient à dire :  $3x + 1$  calculé en  $x = 1$  vaut :  $3 \times (1) + 1 = 3 + 1 = 4$ .

Il ne faut pas écrire :  $3x + 1$  calculé en  $x = 3 - 2$  vaut :  $3 \times 3 - 2 + 1 = 9 - 2 + 1 = 8$ .

$5x + 3x^2$  calculé en  $x = a + 1$  vaut :  $5(a + 1) + 3(a + 1)^2$  (et surtout pas  $5a + 1 + 3a + 1^2$ )

**Règle.** Comment développer une expression littérale ?

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour développer une expression, on distribue un facteur à tous les termes entre parenthèses.

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  ou plus court :  $k(a + b) = ka + kb$

$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$  ou plus court :  $k(a - b) = ka - kb$

**Exemple.** Développer l'expression suivante :  $A = 3(x + 7)$

$A = 3 \times (x + 7) = 3 \times x + 3 \times 7 = 3x + 21$

**Règle.** Comment factoriser une expression littérale ?

Soient  $k$ ,  $a$  et  $b$  trois nombres positifs. Pour factoriser une expression, on repère un facteur commun à chaque terme et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs.

$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$   $k \times a - k \times b = k \times (a - b)$

**Exemple.** Factoriser l'expression suivante :  $A = 5x + 35$

$A = 5 \times x + 5 \times 7 = 5 \times (x + 7) = 5(x + 7)$

**Exemple.** Factoriser l'expression suivante :  $A = x^2 + 3x$

$A = x \times x + 3 \times x = x \times (x + 3) = x(x + 3)$

**Définition.** Une **équation** est une égalité entre expressions littérales, par ex «  $3x + 4x^2 = 7$  ».

Les lettres non connues et définies dans l'expression (ici  $x$ ) sont des **variables ou inconnues**.

**Prop.** Une équation peut être vraie pour certaines valeurs affectées aux lettres et fausse pour d'autres.

**Exemple.** L'équation «  $5 + x = 8$  » est vraie pour  $x = 3$ . En effet,  $5 + 3 = 8$

L'équation «  $5 + x = 8$  » est fausse pour  $x = 2$ . En effet  $5 + 2 = 7 \neq 8$

**Définition.** Etant donné un nombre connu  $a$ , dire que  **$a$  vérifie l'équation «  $3x + 4x^2 = 7$  »** signifie que  $3a + 4a^2 = 7$ . Autrement dit l'égalité est vraie si on remplace le nombre inconnu  $x$  par le nombre connu  $a$ .

**Exemple.** L'équation «  $5 + x = 8$  » est vérifiée pour  $x = 3$ , mais n'est pas vérifiée pour  $x = 2$ .

**Définition. Résoudre** l'équation «  $5 + x = 8$  » c'est chercher l'ensemble des valeurs inconnues  $x$  qui vérifient l'équation. (qui rendent l'égalité vraie).