

## Racines carrées - 1

### A. Simplifier une racine carrée

**Propriété et définition.** Pour tout réel positif  $a$ , il existe un unique réel positif  $r$  tel que  $r^2 = a$ .

Ce réel positif  $r$  est noté  $\sqrt{a}$  et se lit « **racine carrée de  $a$**  ».

**Exemples.**  $\sqrt{9} = 3$  car  $3 \times 3 = 9$ .  $\sqrt{1} = 1$  car  $1 \times 1 = 1$ .  $\sqrt{0} = 0$ .  $\sqrt{2} \approx 1,41 \dots$

<b>Propriété.</b>	$(\sqrt{a})^2 = a$	Pour tout réel $a$ positif.
-------------------	--------------------	-----------------------------

**Exemples.** Simplifier  $(\sqrt{3})^2$ .  $(\sqrt{3})^2 =$

Simplifier  $(\sqrt{5x})^2$ .  $(\sqrt{5x})^2 =$

• Plus généralement  $\begin{cases} \text{Si } n \text{ est pair} & (\sqrt{a})^n = a^{\frac{n}{2}} \\ \text{Si } n \text{ est impair} & (\sqrt{a})^n = a^{\frac{n-1}{2}} \sqrt{a} \end{cases}$

**Exemples.** Simplifier  $(\sqrt{2})^{12}$ .  $(\sqrt{2})^{12} =$

Simplifier  $(\sqrt{7})^3$ .  $(\sqrt{7})^3 =$

<b>Propriété.</b>	$\sqrt{a^2} =  a $	Pour tout réel $a$ .
-------------------	--------------------	----------------------

**Exemples.** Simplifier  $\sqrt{7^2}$ .  $\sqrt{7^2} =$

**Exemples.** Simplifier  $\sqrt{(-7)^2}$ .  $\sqrt{(-7)^2} =$

<b>Propriété.</b>	$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$	Pour tout réels $a$ et $b$ positifs.
-------------------	--------------------------------	--------------------------------------

• Plus généralement  $\sqrt{abcd \dots} = \sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}\sqrt{d} \dots$  (Quand  $a, b, c, d, \dots$  sont tous positifs)

**Exemples.** Simplifier  $\sqrt{5xyz}$ .  $\sqrt{5xyz} = \sqrt{5}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{z}$  (Pour  $x, y, z \geq 0$ )

Simplifier  $\sqrt{4az^2}$ .  $\sqrt{4az^2} =$

**Exercice A1.** Simplifier :

$$A = (\sqrt{9})^2 =$$

$$B = (\sqrt{9c})^2 =$$

$$C = (\sqrt{9c})^2 =$$

$$D = \sqrt{7^2} =$$

$$E = \sqrt{(-5)^2} =$$

$$F = \sqrt{3abx} =$$

$$G = (\sqrt{3})^7 =$$

$$H = (\sqrt{10})^8 =$$

$$I = \sqrt{a^5 b^3 c^{10}} =$$

### B. Simplifier la racine carrée d'un nombre

<p><b>Méthode.</b> Pour simplifier la racine d'un nombre :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• On décompose le nombre en facteurs premiers, sous la racine</li> <li>• On casse la racine</li> <li>• On simplifie les termes répétés par paire</li> <li>• On calcule le nombre devant la racine</li> </ul>	<p><b>Exemple.</b> Simplifier <math>\sqrt{14\,175}</math>.</p> $\begin{aligned} \sqrt{14\,175} &= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7} \\ &= \sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{5}\sqrt{7} \\ &= 3 \times 3 \times 5 \times \sqrt{7} \\ &= 45\sqrt{7} \end{aligned}$
--	---



**Exercice B1.** Simplifier :

$$A = \sqrt{220} =$$

$$B = \sqrt{28\,665} =$$

$$C = \sqrt{17\,248} =$$

## Racines carrées - 2

### C. Simplifier la racine carrée d'un produit littéral

**Méthode.** Pour simplifier la racine d'un produit simple :

- On simplifie le produit à l'intérieur
- On casse la racine
- On simplifie chaque racine

**Exemple.** Simplifier

$$A = \sqrt{a \times 5 \times a^2 \times 10 \times c}$$

$$A = \sqrt{50a^3c}$$

$$A = \sqrt{50} \sqrt{a^3} \sqrt{c}$$

$$A = \sqrt{2 \times 5 \times 5} \sqrt{a^3} \sqrt{c}$$

$$A = 5\sqrt{2} a\sqrt{a} \sqrt{c}$$

**Exercice C1.** Simplifier

$$E = \sqrt{3x^2 \times 5 \times y^4} =$$

$$F = \sqrt{2 \times a^4 \times 3^3 \times c^7} =$$

$$G = \sqrt{x^5 \times 10 \times b^8} =$$

### D. Simplifier la racine carrée d'un quotient

**Propriété.**

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Pour tout réels  $a$  et  $b$  strictement positifs.

**Méthode.** Pour simplifier une expression de la forme  $\sqrt{\frac{A}{B}}$  :

- On casse la racine avec  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$
- On multiplie en haut et en bas par  $\sqrt{B}$
- On simplifie en bas avec la règle  $(\sqrt{B})^2 = B$

**Exemple.** Simplifier  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2}{3}} &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

**Exercice D1.** Simplifier :

$$E = \sqrt{\frac{7}{11}} =$$

$$F = \sqrt{\frac{8}{5}} =$$

$$G = \sqrt{\frac{2x}{5}} =$$

$$H = \sqrt{\frac{a^2}{3a}} =$$

**Méthode.** Pour simplifier une expression de la forme  $\frac{A}{\sqrt{B}}$  :

- On multiplie en haut et en bas par  $\sqrt{B}$
- On simplifie en bas avec la règle  $(\sqrt{B})^2 = B$

**Exemple.** Simplifier  $\frac{3x}{\sqrt{5x}}$

$$\begin{aligned} \frac{3x}{\sqrt{5x}} &= \frac{(3x)(\sqrt{5x})}{(\sqrt{5x})(\sqrt{5x})} \\ &= \frac{3x\sqrt{5x}}{5x} \\ &= \frac{3\sqrt{5x}}{5} = \frac{3\sqrt{5}\sqrt{x}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \sqrt{x} \end{aligned}$$

**Exercice D2.** Simplifier :

$$E = \frac{1}{\sqrt{x}} =$$

$$F = \frac{y}{\sqrt{y}} =$$

$$G = \frac{2-\sqrt{a}}{\sqrt{a}} =$$

$$H = \frac{2a}{\sqrt{2y}} =$$

### Racines carrées - 3

**Méthode.** Pour simplifier une expression de la forme  $\frac{A}{C+\sqrt{B}}$  :

- On multiplie en haut et en bas par la quantité conjuguée  $C - \sqrt{B}$
- On simplifie en bas avec l'identité  $(C + \sqrt{B})(C - \sqrt{B}) = C^2 - B$
- On développe en haut

**Exemple.** Simplifier  $\frac{5x}{3+\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned}\frac{5x}{3+\sqrt{3}} &= \frac{(5x)(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} \\ &= \frac{5(3-\sqrt{3})x}{(3)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5(3-\sqrt{3})x}{9-3} = \frac{5(3-\sqrt{3})}{6}x\end{aligned}$$

**Exercice D3.** Simplifier

$$E = \frac{3x}{2+\sqrt{5}} =$$

$$F = \frac{1}{\sqrt{x}-3} =$$