Racines carrées - 1

A. Simplifier une racine carrée élémentaire

Propriété et définition. Pour tout réel positif a, il existe un unique réel positif r tel que $r^2 = a$.
Ce réel positif r est noté $\sqrt{a}$ et se lit « **racine carrée de a** ».

Exemples. $\sqrt{9} = 3$ car $3 \times 3 = 9$. $\sqrt{1} = 1$ car $1 \times 1 = 1$. $\sqrt{0} = 0$. $\sqrt{2} \approx 1{,}41\ldots$

Propriété. $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \sqrt{a}\sqrt{a} = a$ Pour tout réel a *positif*.

Exemples. Simplifier $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$. $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

Simplifier $\left(\sqrt{5x}\right)^2$. $\left(\sqrt{5x}\right)^2 =$

• Plus généralement

Si n est **pair** $\left(\sqrt{a}\right)^n = \overbrace{\sqrt{a}\sqrt{a}\ldots\sqrt{a}}^{n\ fois} = \overbrace{a\ldots a}^{\frac{n}{2}\ fois} = a^{\frac{n}{2}}$

Si n est **impair** $\left(\sqrt{a}\right)^n = \overbrace{\sqrt{a}\sqrt{a}\ldots\sqrt{a}}^{n-1\ fois}\sqrt{a} = \overbrace{a\ldots a}^{\frac{n-1}{2}\ fois}\sqrt{a} = a^{\frac{n-1}{2}}\sqrt{a}$

Exemples. Simplifier $\left(\sqrt{2}\right)^{12}$. $\left(\sqrt{2}\right)^{12} =$

Simplifier $\left(\sqrt{7}\right)^5$. $\left(\sqrt{7}\right)^5 =$

Propriété. $\sqrt{a^2} = \sqrt{aa} = |a|$ Pour tout réel a.

Exemples. Simplifier $\sqrt{7 \times 7}$. $\sqrt{7 \times 7} = 7$

Exemples. Simplifier $\sqrt{(-7)^2}$. $\sqrt{(-7)^2} =$

Propriété. $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ Pour tout réels a et b *positifs*.

• Plus généralement $\sqrt{abcd\ldots} = \sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}\sqrt{d}\ldots$ (Quand $a, b, c, d, \ldots$ sont tous *positifs*)

Exemples. Simplifier $\sqrt{5xyz}$. $\sqrt{5xyz} = \sqrt{5}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{z}$ (Pour $x, y, z \geq 0$)

Simplifier $\sqrt{4az^2}$. $\sqrt{4az^2} =$

Exercice A1. Simplifier :

$A = \left(\sqrt{9}\right)^2 =$ $B = \left(\sqrt{9c}\right)^2 =$ $C = \left(\sqrt{9}c\right)^2 =$

$D = \sqrt{7^2} =$ $E = \sqrt{(-5)^2} =$ $F = \sqrt{3abx} =$

$G = \left(\sqrt{3}\right)^7 =$ $H = \left(\sqrt{10}\right)^8 =$ $I = \sqrt{a^5b^3c^{10}} =$

B. Simplifier la racine carrée d'un nombre

Méthode. Pour simplifier la racine d'un nombre :
• On décompose le nombre en facteurs premiers, sous la racine
• On casse la racine
• On simplifie les termes répétés par paire
• On calcule le nombre devant la racine

Exemple. Simplifier $\sqrt{14\,175}$.

$\sqrt{14\,175} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7}$
$= \sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{5}\sqrt{5}\sqrt{7}$
$= 3 \times 3 \times 5 \times \sqrt{7}$
$= 45\sqrt{7}$

Exercice B1. Simplifier :

$A = \sqrt{220} =$

$B = \sqrt{28\,665} =$

$C = \sqrt{17\,248} =$

Racines carrées - 2

C. Simplifier la racine carrée d'un produit littéral

<table>
<tr>
<td>

Méthode. Pour simplifier la racine d'un produit simple :

- On simplifie le produit à l'intérieur
- On casse la racine
- On simplifie chaque racine

</td>
<td>

Exemple. Simplifier
$A = \sqrt{a \times 5 \times a^2 \times 10 \times c}$

$A = \sqrt{50a^3c}$
$A = \sqrt{50}\sqrt{a^3}\sqrt{c}$
$A = \sqrt{2 \times 5 \times 5}\,\sqrt{a^3}\,\sqrt{c}$
$A = 5\sqrt{2}\,a\sqrt{a}\,\sqrt{c}$

</td>
</tr>
</table>

Exercice C1. Simplifier

$E = \sqrt{3x^2 \times 5 \times y^4} =$

$F = \sqrt{2 \times a^4 \times 3^3 \times c^7} =$

$G = \sqrt{x^5 \times 10 \times b^8} =$

D. Simplifier la racine carrée d'un quotient

Propriété.	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	Pour tout réels a et b strictement *positifs*.

<table>
<tr>
<td>

Méthode. Pour simplifier une expression de la forme $\sqrt{\frac{A}{B}}$:

- On casse la racine avec $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$
- On multiplie en haut et en bas par $\sqrt{B}$
- On simplifie en bas avec la règle $\left(\sqrt{B}\right)^2 = B$

</td>
<td>

Exemple. Simplifier $\sqrt{\frac{2}{3}}$

$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$
$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{3}$

</td>
</tr>
</table>

Exercice D1. Simplifier :

$E = \sqrt{\frac{7}{11}} =$

$F = \sqrt{\frac{8}{5}} =$

$G = \sqrt{\frac{2x}{5}} =$

$H = \sqrt{\frac{a^2}{3a}} =$

<table>
<tr>
<td>

Méthode. Pour simplifier une expression de la forme $\frac{A}{\sqrt{B}}$:

- On multiplie en haut et en bas par $\sqrt{B}$
- On simplifie en bas avec la règle $\left(\sqrt{B}\right)^2 = B$

</td>
<td>

Exemple. Simplifier $\frac{3x}{\sqrt{5x}}$

$\frac{3x}{\sqrt{5x}} = \frac{(3x)(\sqrt{5x})}{(\sqrt{5x})(\sqrt{5x})}$
$= \frac{3x\sqrt{5x}}{5x}$
$= \frac{3\sqrt{5x}}{5} = \frac{3\sqrt{5}\sqrt{x}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}\sqrt{x}$

</td>
</tr>
</table>

Exercice D2. Simplifier :

$E = \frac{1}{\sqrt{x}} =$

$F = \frac{y}{\sqrt{y}} =$

$G = \frac{2-\sqrt{a}}{\sqrt{a}} =$

$H = \frac{2a}{\sqrt{2y}} =$

Racines carrées - 3

Méthode. Pour simplifier une expression de la forme $\frac{A}{C+\sqrt{B}}$: • On multiplie en haut et en bas par la quantité conjuguée $C-\sqrt{B}$ • On simplifie en bas avec l'identité $\left(C+\sqrt{B}\right)\left(C-\sqrt{B}\right)=C^2-B$ • On développe en haut	**Exemple**. Simplifier $\frac{5}{3+\sqrt{x}}$ $\frac{5}{3+\sqrt{x}}=\frac{(5)(3-\sqrt{x})}{(3+\sqrt{x})(3-\sqrt{x})}$ $=\frac{5\times 3-5\times\sqrt{x}}{(3)^2-(x)}=\frac{15-5\sqrt{x}}{9-x}$

Exercice D3. Simplifier

$E=\frac{3}{2+\sqrt{x}}=$

$F=\frac{5}{\sqrt{x}-3}=$