

## A. Comprendre la définition d'une fonction.

Exemple.

$$f: [-5; 7] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 3x + 5$$

- $f$  est la **fonction** qui à chaque nombre  $x$  associe le nombre  $3x + 5$ . On écrit :  $f(x) = 3x + 5$ 
  - Par exemple  $f$  envoie le nombre  $1$  sur le nombre  $3(1) + 5 = 8$ . On écrit :  $f(1) = 8$
  - Par exemple  $f$  envoie le nombre  $-2$  sur le nombre  $3(-2) + 5 = -6 + 5 = -1$ . On écrit :  $f(-2) = -1$
- Le nombre  $x$  choisi est la **variable** (ou l'**entrée**). La variable doit être choisie dans l'**ensemble de définition**  $[-5; 7]$ .
- $f(x)$  c'est-à-dire  $3x + 5$ , est l'**image** de  $x$  par  $f$  (ou la **sortie**). L'image doit se situer dans l'**ensemble d'arrivée**  $\mathbb{R}$ .

Exemple. Soit la fonction définie sur  $[3; 5]$  par  $g(x) = 5x + 8$ . Donner la définition formelle de  $g$ .

$$g: [3; 5] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 5x + 8$$

Exemple. Soit la fonction  $h$  qui à tout nombre réel  $x$  associe  $x^2 + 2x - 1$ . Donner la définition formelle de  $h$ .

Exemple. Soit la fonction  $f$  qui envoie tout nombre réel positif sur son triple. Donner la définition formelle de  $f$ .

## B. Déterminer l'image, par le calcul.

**Méthode.** Il suffit de remplacer la variable par la valeur souhaitée dans la définition. (Ne pas oublier les parenthèses)

Exemple. Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -8x + 3$ . Déterminer l'image de  $-5$  par la fonction  $f$ .

$$f(-5) = -8(-5) + 3 = 40 + 3 = 43. \quad f(-5) = 43. \quad \text{L'image de } -5 \text{ par } f \text{ est } 43.$$

- Chercher l'image d'un nombre, c'est chercher la sortie connaissant l'entrée.

Exemple. Soit  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = (2 - 3x)^2$ . Déterminer l'image de 4 par la fonction  $f$ .

- L'image d'un certain nombre  $x$  par une fonction  $f$  est toujours unique.

Exemple. Soit  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = 2x^2 - 10$ . Calculer  $h(-3)$ .

**Exercice B1.** Calculer

- 1) Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x + 3$ . Calculer  $f(0) =$
- 2) Soit  $g$  définie sur  $]0; \infty[$  par  $g(x) = 5 + \frac{3}{x}$ . Déterminer l'image de  $-2$  par  $g$  :  $g(-2) =$
- 3) Soit  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (x^2 - x)^2$ . Calculer  $h(3) =$
- 4) Soit  $i$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $i(x) = (2 - x)^3$ . Calculer  $i(-1) =$

### C. Interpréter un point situé sur la courbe d'une fonction.

**Définition.** La **courbe représentative d'une fonction**  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ .  
 $x$  varie dans l'ensemble de définition.

Pour chaque point *situé sur la courbe* :

- L'**abscisse** souvent notée  $x$ , lue sur l'axe horizontal, représente l'**entrée**
- L'**ordonnée**  $y$ , lue sur l'axe vertical, est l'**image** correspondante  $f(x)$ .
- On a  $y = f(x)$

**Exemple.** Quelle égalité peut-on écrire en regardant le point A ?

A a pour coordonnées  $(-3; -2)$  donc  $f(-3) = -2$ .

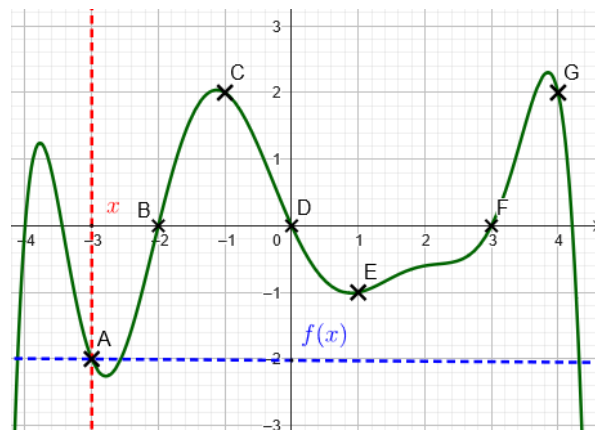
**Exemples.** Quelle égalité peut-on écrire en regardant :

Le point C :

Le point D :

Le point E :

Le point G :



**Méthode.** Pour tester si un point  $(x; y)$  est sur la courbe d'une fonction  $f$ , on vérifie si  $f(x) = y$ .

**Exemple.** Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{4}{x} - 2x$ . Le point  $A = (-1; 2)$  est-il sur la courbe de  $g$  ?

$g(-1) = \frac{4}{(-1)} - 2(-1) = -4 + 2 = -2$ . Donc  $g(-1) \neq 2$ . Donc A n'appartient pas à la courbe de  $g$ .

**Exercice C1.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 5x + 2$ . Déterminer si les points suivants appartiennent à la courbe de  $f$ .

$A = (0; 2)$  :

$B = (1; 2)$  :

$C = (-2; 16)$  :

### D. Déterminer l'image, par lecture graphique.

**Méthode.** Pour trouver graphiquement l'image  $f(k)$  d'un nombre  $k$  par une fonction  $f$  dont la courbe est tracée :

- On se place à l'abscisse  $x = k$  sur l'axe horizontal.
- Par balayage visuel vertical, on repère le point de la courbe de  $f$  qui correspond à cette abscisse.
- Par balayage horizontal, on repère l'ordonnée  $y$  de ce point, sur l'axe vertical. Cette ordonnée est l'image  $f(k)$ .

**Exemple.** Voici la courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $[-5; 5]$ .

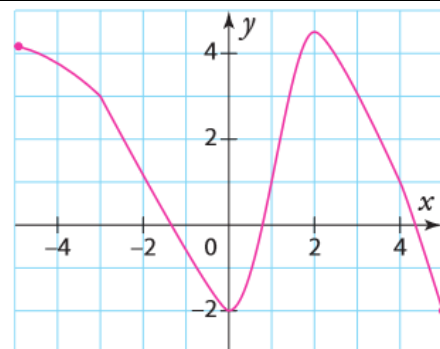
Déterminer graphiquement les images suivantes :

$f(3) =$

$f(-2) =$

$f(4) =$

$f(0) =$



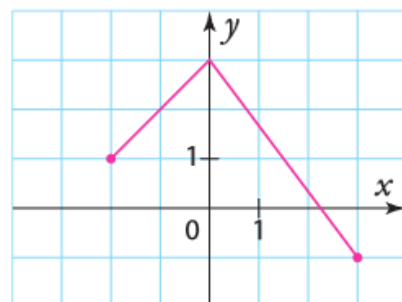
**Exercice D1.** Voici la courbe d'une fonction  $g$  définie sur  $[-2; 3]$ .

Déterminer graphiquement  $g(0)$  :

Déterminer graphiquement l'image de  $-2$  par  $g$  :

Déterminer graphiquement l'image de  $3$  par  $g$  :

Déterminer graphiquement  $g(1)$  :



### E. Trouver les antécédents, par lecture graphique.

**Méthode.** Pour trouver graphiquement les antécédents d'un nombre  $k$  par une fonction  $f$  dont la courbe est tracée :

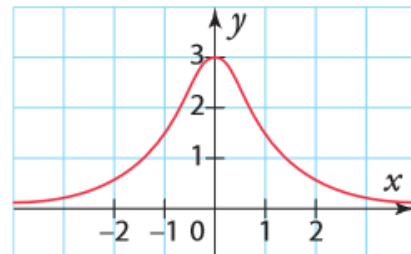
- On se place à l'ordonnée  $y = k$  sur l'axe vertical.
- Par balayage visuel horizontal, on repère le ou les point(s) de la courbe de  $f$  à cette ordonnée  $y$ .
- On repère l'abscisse de chaque point trouvé, sur l'axe horizontal. Chaque abscisse est un antécédent.

**Exemple.** Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$

Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 1 par  $f$  :

Par lecture graphique, les antécédents de 1 par  $f$  sont \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_

Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 3 par  $f$  :



### F. Résoudre une équation simple, de la forme $f(x) = k$ par lecture graphique.

**Méthode.** Résoudre une équation de la forme  $f(x) = k$  d'inconnue  $x$ , revient à chercher les antécédents de  $k$  par  $f$ .

**Exercice F1.** A partir de la courbe de  $f$  ci-contre, résoudre les équations :

(A) :  $f(x) = 1$

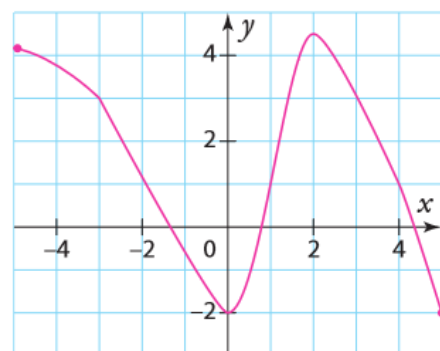
Par lecture graphique, les antécédents de 1 par  $f$  sont  $-2; 1; 4$ .

L'ensemble des solutions de (A) est  $\{-2; 1; 4\}$ .

(B) :  $f(x) = 4$

(C) :  $f(x) = -3$

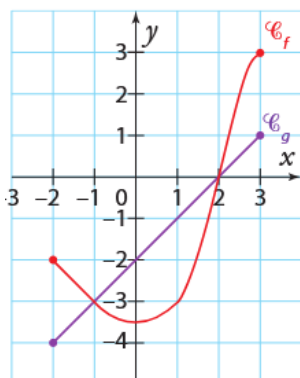
(D) :  $f(x) = -2$



### G. Résoudre une équation entre deux fonctions, de la forme $f(x) = g(x)$ par lecture graphique.

**Méthode.** Pour résoudre graphiquement une équation de la forme  $f(x) = g(x)$  où les courbes de  $f$  et  $g$  sont tracées :

- On cherche le ou les points d'intersection entre les courbes de  $f$  et  $g$ .
- On repère l'abscisse de chaque point d'intersection, sur l'axe horizontal. Chaque abscisse est une solution.



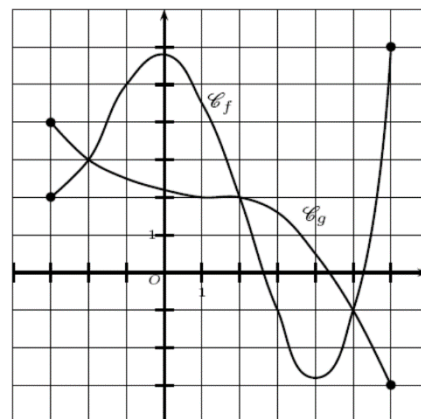
**Exercice G1.** Résoudre l'équation (E) :  $f(x) = g(x)$  à partir du graphe à gauche :

Les points d'intersection entre  $C_f$  et  $C_g$  sont  $(2; 0)$  et  $(-1; -3)$ .

Les abscisses de ces points d'intersection sont  $x =$  \_\_\_\_\_ et  $x =$  \_\_\_\_\_

L'ensemble des solutions de (E) est  $S_E = \{$  \_\_\_\_\_  $\}$

**Exercice G2.** Résoudre l'équation (F) :  $f(x) = g(x)$  à partir du graphe à droite :



## H. Résoudre une inéquation simple par lecture graphique.

**Méthode.** Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple  $f(x) < k$

- On trace la droite horizontale  $\Delta$  à l'ordonnée  $y = k$  sur l'axe vertical.
- On repère les points d'intersections entre la courbe  $C_f$  et la droite  $\Delta$ .
- On repère les abscisses des points qui délimitent chaque zone où  $C_f$  est **en dessous** de  $\Delta$ .
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union (U) d'intervalles.

**Exercice H1.** A partir de la courbe de  $f$  ci-contre, résoudre les inéquations :

(A) :  $f(x) < 1$

Par lecture graphique,  $C_f$  intersecte la droite  $y = 1$  en  $x =$

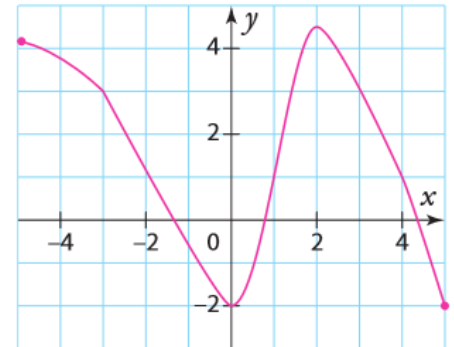
$C_f$  est en dessous de la droite entre  $x =$  et  $x =$ , puis entre  $x =$  et  $x =$

Puisque l'inégalité  $<$  est stricte, les intervalles ont des crochets ouverts.

$C_f$  est en dessous de la droite  $y = 1$  sur ] ; [ puis sur ] ; ].

L'ensemble des solutions de (A) est  $S_A =$

(B) :  $f(x) \geq 4$



(C) :  $f(x) < -3$

(D) :  $f(x) \geq -2$

## I. Résoudre une inéquation entre deux fonctions par lecture graphique.

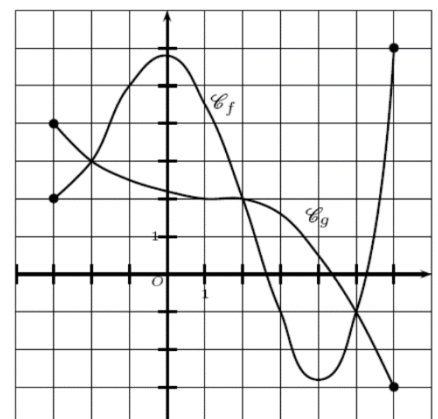
**Méthode.** Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple  $f(x) \geq g(x)$

- On repère les points d'intersections entre la courbe  $C_f$  et la droite  $C_g$ .
- On repère les abscisses des points qui délimitent chaque zone où  $C_f$  est **au-dessus** de  $C_g$ .
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles.

**Exercice I1.** A partir de la courbe de  $f$  ci-contre, résoudre les inéquations

(A) :  $f(x) > g(x)$

(B) :  $f(x) \leq g(x)$



**J.     Problèmes.**