# Nombres et calculs numériques

**Hypothèse**. « Entier » désigne un nombre entier naturel (positif). « Réel » désigne un nombre quelconque.
Les ensembles de nombres : $\mathbb{N}$ (Naturels) $\subset \mathbb{Z}$ (Relatifs) $\subset \mathbb{D}$ (Décimaux) $\subset \mathbb{Q}$ (Rationnels) $\subset \mathbb{R}$ (Réels)

**Définition de « $a$ puissance $n$ »**. Pour $a$ un réel et $n$ un entier non nul, On note :
$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$. On note $a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$ De plus, on pose $a^0 = 1$.

**Exemples**. $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. $5^{-2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$

**Règle**. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad a^1 = a \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$

**Règle**. $a^n \times a^m = a^{n+m}$ (Si on multiplie des puissances d'un même réel, on ajoute leurs exposants)

**Règle**. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ (Si on divise des puissances d'un même réel, on soustrait leurs exposants)

**Règle**. $(a^n)^m = a^{n \times m}$ (Si on prend la puissance d'une puissance, on multiplie les exposants)

**Règle**. $a^n \times b^n = (ab)^n$ (Le produit de puissances $n$-ièmes, est la puissance $n$-ième du produit)

**Définition et méthode**. Pour écrire un grand nombre **en notation scientifique**, par exemple $3125{,}58$ : On divise ce nombre par 10 (on décale la virgule à gauche) plusieurs fois, jusqu'à ce que la virgule soit juste après le premier chiffre $3125{,}58 = \mathbf{3{,}12558} \times \mathbf{10^3}$ ( avec $10^3 = 1000$ ).
Pour écrire un petit nombre en notation scientifique, par exemple $0{,}00052$ : On multiplie par 10 (on décale la virgule à droite) plusieurs fois $0{,}00052 = \mathbf{5{,}2} \times \mathbf{10^{-4}}$ (avec $10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$ ).

**Définition de la valeur absolue.** Etant donné un réel $a$, on définit $|a| = a$ si $a \geq 0$, $|a| = -a$ si $a \leq 0$.
**Exemple**. $|3| = 3$ ; $|-4| = 4$ ; $|-1{,}5| = 1{,}5$ ; $|5{,}6| = 5{,}6$. La valeur absolue « enlève » le signe $-$.

**Propriété et définition de la racine carrée d'un réel positif.** Etant donné un réel positif $a$, il existe un unique réel positif $r$ tel que $r^2 = a$. On le note $\sqrt{a}$ (on dit « racine carrée de $a$ »).
On a donc $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$. Si par chance on trouve $r$ tel que $r \times r = a$, nécessairement $r = \sqrt{a}$

**Exemples**. $\sqrt{9} = 3$ car $3 \times 3 = 9$. $\sqrt{1} = 1$ car $1 \times 1 = 1$. $\sqrt{0} = 0$ car $0 \times 0 = 0$. $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ ....

**Règles**. Pour tout réel quelconque $a$, $\sqrt{a^2} = |a|$. Pour tout réel positif $a$, $(\sqrt{a})^2 = a$

**Règle**. Pour tous réels $a, b \geq 0$, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. (La racine d'un produit est le produit des racines)

**Règle**. Pour tous réels $a, b > 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$. (La racine d'un quotient est le quotient des racines)

**Règle.** Simplification d'un radical au dénominateur. Pour tous réels $a, b > 0$, $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}^2} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$