## Inégalités et inéquations

Règles (Manipulation des inégalités). Soit a, b, c, k des réels.

- Si a < b alors a + c < b + c
- Si a < b alors a c < b c
- Si a < b et k > 0 alors ka < kb
- Si a < b et k < 0 alors ka > kb (Multiplier une inégalité par un nombre < 0 inverse l'inégalité)
- Si a < b et k > 0 alors  $\frac{a}{b} < \frac{b}{b}$
- Si  $a < b \text{ } \underbrace{\text{et } k < 0}$  alors  $\frac{a}{k} > \frac{b}{k}$  (Diviser une inégalité par un nombre < 0 inverse l'inégalité)
- Ces règles restent valables en remplaçant < par  $\le$  et > par  $\ge$ . (mais k doit rester  $\ne$  0 pour  $\div$ )

Définition. Une inéquation est une inégalité dans laquelle est présente une inconnue. Résoudre une inéquation, c'est déterminer l'ensemble de toutes les valeurs de l'inconnue qui vérifient l'inégalité.

**Exemple**. Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $(I) \Leftrightarrow 3x + 6 \ge 2x - 5$ .

On veut isoler l'inconnue x.

D'abord on fait passer tous les x à gauche de  $\leq$ . On peut soustraire 2x

(I)  $\Leftrightarrow$   $3x + 6 - 2x \ge -5$  On peut donc simplifier le membre à gauche de  $\le$ .

 $(I) \Leftrightarrow x + 6 \ge -5$  On peut faire passer toutes les constantes à droite de  $\le$  en soustrayant 6  $(I) \Leftrightarrow x \ge -5 - 6$  On simplifie à droite de  $\le$  x = 11 x = 10 x

x est maintenant isolé. On a résolu l'inéquation.  $(I) \Leftrightarrow x \geq -11$ 

L'ensemble des solutions de (I) est  $[-11; +\infty[$ .

**Exemple**. Résoudre  $(I) \Leftrightarrow 3x + 2 < 5x - 3$ 

(*J*)  $\Leftrightarrow$  3x + 2 < 5x - 3 On soustrait 5x pour faire passer tous les x à gauche de <

 $(J) \Leftrightarrow 3x + 2 - 5x < -3$ On simplifie à gauche de <

On soustrait 2 pour faire passer toutes les constantes à droite de <

 $(J) \Leftrightarrow -2x + 2 < -3$   $(J) \Leftrightarrow -2x < -3 - 2$ On simplifie à droite de <

 $(J) \Leftrightarrow -2 \times x < -5$ Pour isoler x, on doit diviser par -2 or -2 est négatif, on doit inverser <

 $(J) \Leftrightarrow x > \frac{-5}{-2}$ 

 $(I) \Leftrightarrow x > 2.5$ x est maintenant isolé. On a résolu l'inéquation.

L'ensemble des solutions de (J) est  $]2,5; +\infty[$ .