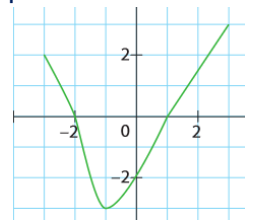


# signe d'une fonction

**Définition.** Étudier le signe d'une fonction ou d'une expression  $f(x)$  revient à déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $f(x)$  est strictement positif, nul ou strictement négatif. Le signe est souvent présenté sous la forme d'un **tableau de signes**.

**Exemples.** La fonction  $f$  définie sur  $[-3; 3]$  par le graphe ci-contre admet le tableau de signes suivant :

$x$	-3	-2	1	3	
$f(x)$	+	0	-	0	+



La fonction définie par  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto x^2$  vérifie : Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) \geq 0$ . Donc son tableau de signe est :

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$x^2$	+	0	+

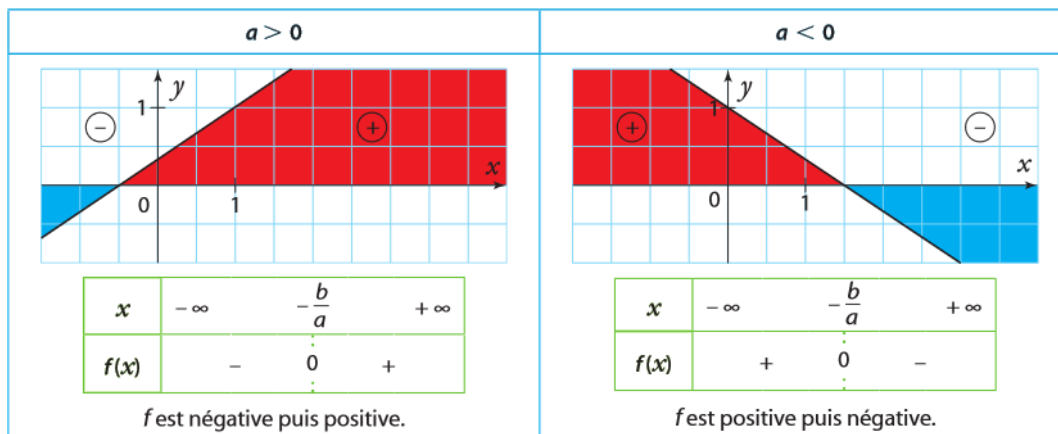
Soit la fonction définie par  $h: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{1}{x}$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\frac{1}{x}$  a le même signe que  $x$ . Donc :

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	-		+

**Remarque.** Résoudre l'inéquation «  $f(x) \geq 0$  » revient à étudier le signe du terme «  $f(x)$  ».

**Propriété.** Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels avec  $a \neq 0$ . La fonction affine  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto ax + b$  s'annule et change de signe exactement une fois sur  $\mathbb{R}$  en  $x = -\frac{b}{a}$ .



**Exemple.** Dresser le tableau de signes de la fonction  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto -3x + 4$ .

$g$  est une fonction affine avec  $a = -3$  et  $b = 4$ .  $a$  est négatif donc  $g$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

$g$  s'annule en  $\frac{4}{3}$ ,  $g$  est positive sur  $] -\infty; \frac{4}{3}]$  et  $g$  est négative sur  $[\frac{4}{3}; +\infty[$ .

**Règle.** Pour déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient on étudie le signe de chacun des facteurs séparément, puis on compose les tableaux en utilisant la règle des signes.

**Exemple.** Déterminer le signe de  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto (3x + 4)(-2x + 6)$

$x$	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$3$	$+\infty$	
$3x+4$	$-$	$0$	$+$	$+$	
$-2x+6$	$+$	$+$	$0$	$-$	
$h(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

**Exemple.** Déterminer le signe de

$$k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{3x-5}{2x+7}$$

$x$	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$	
$3x-5$	-	-	0	+	
$2x+7$	-	0	+	+	
$k(x)$	+		-	0	+

**Remarque.** Une double barre symbolise une valeur interdite (Pour un quotient, un zéro au dénominateur devient une valeur interdite puisqu'on ne peut pas diviser par zéro).