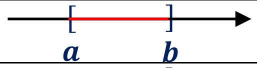
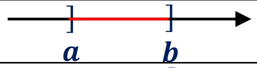
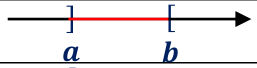
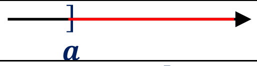
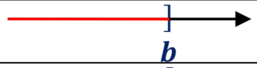
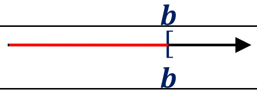
# Intervalles et droite réelle

**Définition d'un intervalle**. L'ensemble des nombres réels compris entre $a$ (inclus) et $b$ (inclus) est appelé **intervalle** et se note $[\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}]$. $a$ et $b$ sont **les bornes de l'intervalle**. Les autres types d'intervalles sont :

| Ensemble des réels $x$ tels que | Signification | Notation | Représentation |
|---|---|---|---|
| $a \leq x \leq b$ | $x$ est entre $a$ inclus et $b$ inclus | $x \in [a; b]$ |   |
| $a < x \leq b$ | $x$ est entre $a$ exclus et $b$ inclus | $x \in ]a; b]$ |   |
| $a \leq x < b$ | $x$ est entre $a$ inclus et $b$ exclus | $x \in [a; b[$ |   |
| $a < x < b$ | $x$ est entre $a$ exclus et $b$ exclus | $x \in ]a; b[$ |   |
| $x \geq a$ (ou $a \leq x$) | $x$ est supérieur ou égal à $a$ | $x \in [a; +\infty[$ |   |
| $x > a$ (ou $a < x$) | $x$ est (strictement) supérieur à $a$ | $x \in ]a; +\infty[$ |   |
| $x \leq b$ (ou $b \geq x$) | $x$ est inférieur ou égal à $a$ | $x \in ]-\infty; b]$ |   |
| $x < b$ (ou $b > x$) | $x$ est (strictement) inférieur ou égal à $a$ | $x \in ]-\infty; b[$ |   |

**Définition**. $-\infty$ et $+\infty$ se disent respectivement « **moins l'infini** » et « **plus l'infini** ». Le crochet est toujours vers l'extérieur en $+\infty$ et $-\infty$.

**Définition**. **L'ensemble des nombres réels** $\mathbb{R}$ est $]-\infty; +\infty[$. L'ensemble des nombres réels <u>positifs</u> s'écrit $\mathbb{R}_+$ ou $[0; +\infty[$ et l'ensemble des nombres réels <u>négatifs</u> s'écrit $\mathbb{R}_-$ ou $]-\infty; 0]$.

**Définition**. **L'intersection de deux intervalles** $I$ et $J$ est l'ensemble noté $I \cap J$ qui contient les nombres qui appartiennent à $I$ <u>et</u> à $J$.

**Définition**. **L'union de deux intervalles** $I$ et $J$ est l'ensemble noté $I \cup J$ qui contient les nombres qui appartiennent à $I$ <u>ou</u> à $J$.

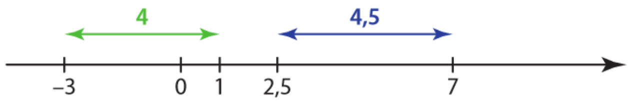

**Exemple**. Si $I = [0; 12]$ et $J = [3; 20]$, $I \cap J = [3; 12]$ et $I \cup J = [0; 20]$.

**Définition**. L'ensemble des réels <u>non nuls</u> s'écrit $\mathbb{R}^*$ ou $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ou $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

**Définition de la valeur absolue.** Etant donné un réel $a$, on définit $|a| = a$ si $a \geq 0$, $|a| = -a$ si $a \leq 0$.

**Exemple**. $|3| = 3$ ; $|-4| = 4$ ; $|-1{,}5| = 1{,}5$ ; $|5{,}6| = 5{,}6$. La valeur absolue « enlève » le signe $-$.

**Définition**. **La distance entre deux réels $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$** quelconques est $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{a}; \boldsymbol{b}) = |a - b|$
( Car si $a > b$ c'est $a - b$, et si $a < b$ c'est $b - a$ ).




**Exemples.** $d(2{,}5; 7) = |2{,}5 - 7| = |-4{,}5| = 4{,}5$.
$d(1; -3) = |1 - (-3)| = |4| = 4$.

**Propriété.** Pour $x, a \in \mathbb{R}$ et $r \in \mathbb{R}_+$ on a : $|x - a| \leq r \Leftrightarrow x \in [a - r; a + r]$