

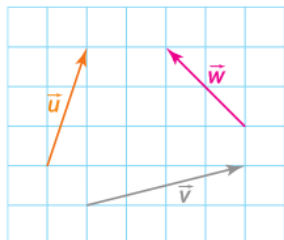
Objectif. Calculer avec des vecteurs.

Exercice 1. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

1. Calculer $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $-4\vec{v}$
2. Calculer $2\vec{u} - \vec{v}$
3. Calculer $-5\vec{u} + 3\vec{v}$

Exercice 2. Reproduire la figure et construire les vecteurs suivants.

- a) $\vec{u} + \vec{v}$
 - b) $\vec{u} + \vec{w}$
 - c) $\vec{v} + \vec{w}$
 - d) $-\vec{v}$
 - e) $\vec{w} - \vec{u}$
 - f) $\vec{u} - \vec{v}$
2. Lire leurs coordonnées.

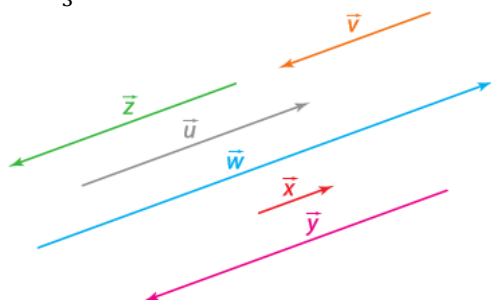


Exercice 3.

1. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tracer \vec{u} et \vec{v} .
2. Construire les vecteurs $2\vec{u}$, $-3\vec{v}$, $\frac{1}{3}\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{v}$
3. Calculer leurs coordonnées.
4. Les vérifier sur votre construction.

Exercice 4.

1. Attribuer à chaque vecteur $\frac{1}{3}\vec{u}$, $-\vec{u}$, $2\vec{u}$, $-\frac{2}{3}\vec{u}$, et $-\frac{4}{3}\vec{u}$ son représentant tracé ci-dessous.



Exercice 5.

1. Tracer \vec{u} et \vec{v} n'ayant pas la même direction.
2. Construire les vecteurs $2\vec{u}$, $2\vec{v}$, $\vec{u} + \vec{v}$.
3. Tracer $2(\vec{u} + \vec{v})$ et $2\vec{u} + 2\vec{v}$. Que voit-on ?

Exercice 6. Démontrer les formules suivantes :

1. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
2. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
3. $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
4. $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
5. $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

Objectif. Représenter des vecteurs.

Exercice 7.

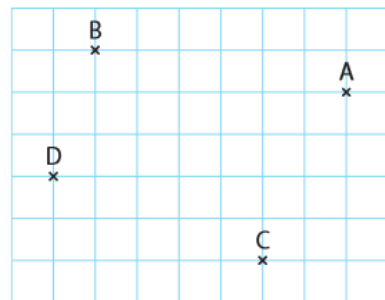
1. Construire un carré ABCD de centre O.
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

- a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$
- b) $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$
- c) $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

Exercice 8.

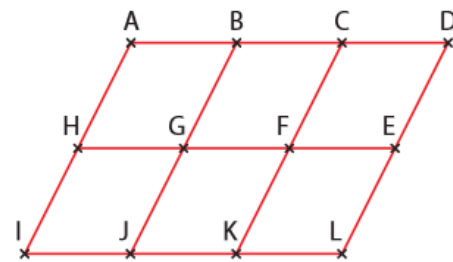
1. Reproduire la figure.
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants

- a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
- b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
- c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
- d) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}$
- e) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB}$



Exercice 9. La figure représente six parallélogrammes isométriques. En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{KL}$
- b) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HF}$
- c) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
- d) $\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{BD}$
- e) $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{CB}$
- f) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{HA}$



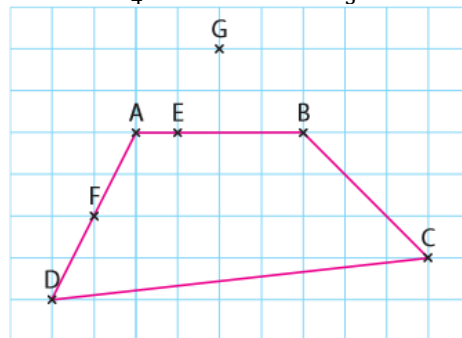
Exercice 10.

Soit $A = (1; 2)$, $B = (-2; 5)$, $C = (-3; -3)$.
Calculer les coordonnées des vecteurs
 $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

Exercice 11.

1. Reproduire la figure suivante et placer les points H, I et J tels que :

- a) $\overrightarrow{AH} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$
- b) $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
- c) $\overrightarrow{DJ} = \frac{5}{9}\overrightarrow{DC}$



2. Recopier et compléter

- a) $\overrightarrow{AE} = \dots \overrightarrow{AB}$
- b) $\overrightarrow{DF} = \dots \overrightarrow{DA}$
- c) $\overrightarrow{BG} = \dots \overrightarrow{BC}$

Objectif. Utiliser des égalités de vecteurs

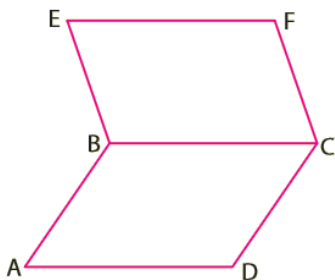
Exercice 12. $BCDA$ et $BCFE$ sont deux parallélogrammes.

1. Démontrer que $ADFE$ est un parallélogramme.

2. G est le symétrique de C par rapport à B .

a) Citer 3 vecteurs égaux à \overrightarrow{GB} .

b) Donner deux autres parallélogrammes à l'aide des points de la figure.



Exercice 13. DEF est un triangle. G et H sont les images respectives de D et E par la translation de vecteur \overrightarrow{FE} .

1. Citer deux vecteurs égaux à \overrightarrow{FE}

2. Que peut-on dire du quadrilatère $EHGD$?

3. Que peut-on dire de E pour le segment $[FH]$?

Exercice 14. $MNPQ$ est un trapèze tel que $\overrightarrow{QP} = 2\overrightarrow{MN}$. On note R le milieu de $[QP]$.

1. Citer trois vecteurs égaux

2. Trouver deux parallélogrammes

Exercice 15. Placer trois points A, B et C distincts et non alignés.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$

3. Que peut-on dire du point C ? Justifier.

Exercice 16. $ABCD$ est un rectangle. Soit I le point d'intersection de ses diagonales. K et J sont les symétriques respectifs de I et A par rapport à D .

1. Montrer que $AIIK$ est un parallélogramme

2. Citer tous les vecteurs égaux de cette figure

3. En déduire que $ICJK$ est un parallélogramme

4. Que peut-on dire des droites (KI) et (JC) ?

Exercice 17. Vrai ou faux. Donner un contre-exemple si c'est faux.

a) Si $ABCD$ est un parallélogramme, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

b) Si $AB = CD$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.

c) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ alors A, B et C sont alignés.

d) Si $AB = BC$ alors B est le milieu de $[AC]$.

e) Si $(AD) \parallel (BC)$ alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Objectif. Simplifier des expressions vectorielles

Exercice 18. Soit A, B, C trois points du plan.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

2. Démontrer que $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

3. Démontrer la relation de Chasles

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Exercice 19. Simplifier

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$

2. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$

3. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$

4. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$

5. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$

6. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

Exercice 20. Recopier et compléter en utilisant la relation de Chasles

1. $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}$

2. $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF}$

3. $\overrightarrow{D...} + \overrightarrow{C...} = \overrightarrow{B...}$

4. $\overrightarrow{E...} + \overrightarrow{...E} = \overrightarrow{...}$

5. $\overrightarrow{A...} = \overrightarrow{A...} + \overrightarrow{B...} + \overrightarrow{CM}$

6. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{...} = \vec{0}$

Exercice 21. Simplifier $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$

Exercice 22. $EFGH$ est un parallélogramme de centre O .

1. Construire les points S et T tels que $\overrightarrow{OT} =$

$$\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} \text{ et } \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$$

2. Démontrer que $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \vec{0}$

3. Que peut-on en déduire ?

Exercice 23. Simplifier

$$\vec{a} = -5\vec{u} + 2 \times 3\vec{u}$$

$$\vec{b} = 2\vec{u} - 5\vec{v} - 4\vec{u} + 2\vec{v}$$

$$\vec{c} = -12\vec{v} + \vec{u} - 3 \times 4\vec{v} - \vec{u}$$

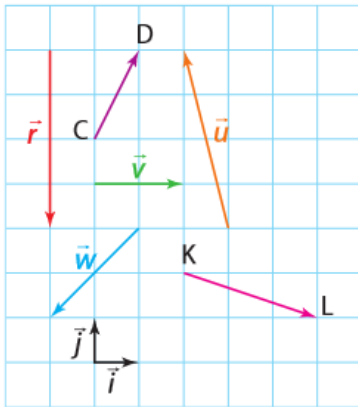
$$\vec{d} = 2\vec{u} + 3\vec{v} - 2(5\vec{u} - 2\vec{v})$$

Exercice 24.

Simplifier $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

Objectif. Déterminer les coordonnées d'un point ou d'un vecteur.

Exercice 25. Donner les coordonnées des vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} , \vec{r} , \overrightarrow{CD} et \overrightarrow{KL} .



Exercice 26. Soit $A = (-5; -2)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$
2. Calculer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{AN} = \vec{u} - \vec{v}$

Exercice 27. Soit $A = (1; 2)$, $B = (-2; 5)$, et $C = (-3; 3)$. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{BC} .

Exercice 28. Soit $B = (-4; 2)$, $C = (0; 3)$, $D = (1; -5)$. Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC} - 5\overrightarrow{CD}$

Exercice 29. Soit $E = (-3; 2)$, $F = (1; -2)$ et $G = (-1; -5)$. Déterminer les coordonnées du point H pour que $EFGH$ soit un parallélogramme.

Exercice 30. Soit $A = (3; 5)$, $B = (2; -1)$, $C = (-2; -4)$, et $D = (-1; 2)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC}
Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

Objectif. Déterminer le milieu d'un segment

Exercice 31. Déterminer les coordonnées du milieu de $A = (3; 7)$ et $B = (-5; -9)$

Exercice 32. Soit $A = (5; -6)$, $B = (-2; 6)$. On appelle C le milieu de $[AB]$.

Déterminer les coordonnées de \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CA} et \overrightarrow{BC} .

Exercice 33. On considère que M est le milieu du segment $[AB]$ ssi $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Soit A, B, M trois points du plan.

1. Montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$
2. Montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

Objectif. Déterminer la norme d'un vecteur.

Exercice 34. Calculer la norme des vecteurs suivants

- | | |
|--|---|
| a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ | b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$ |
| c) $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ | d) $\vec{m} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$ |

Exercice 35. Soit $M = (-2; -2)$, $N = (3; 1)$, $P = (0; 6)$ et $Q = (-5; 3)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{QP} , en déduire la nature du quadrilatère $MNPQ$.
2. Calculer la norme de \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{NP} et \overrightarrow{MP} .
3. Préciser la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Objectif. Etudier la colinéarité de vecteurs

Exercice 36. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$.

1. Calculer les déterminants des vecteurs suivants :

a) \vec{u} et \vec{v} b) \vec{v} et \vec{w} c) \vec{w} et \vec{r}

2. Quels sont les vecteurs colinéaires entre eux ?

Exercice 37.

1. Si $\vec{u} = 4\vec{v}$ et $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{w}$, montrer que \vec{u} et \vec{w} sont colinéaires.

2. Si $\vec{u} = 5\vec{v}$ et $\vec{v} = \frac{1}{3}\vec{w}$, montrer que \vec{u} et \vec{w} sont colinéaires.

Exercice 38. Soit $A = (1; 2)$, $B = (3; 1)$, $C = (-4; 4)$ et $D = (6; -1)$.

1. Montrer que (AB) et (CD) sont parallèles

2. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Exercice 39. Soit $K = (-3; 3)$, $L = (3; -6)$ et $M = (2; 0)$.

1. Calculer les coordonnées de \overrightarrow{KL} et \overrightarrow{KM} .

2. Calculer leur déterminant.

3. Le point K appartient-il à la droite (LM) ?

Exercice 40. Soit $P = (-3; -1)$, $N = (0; 1)$ et $R = (3; 3)$. Les points P, N , et R sont-ils alignés ?

Exercice 41. Dans chaque cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1. $A = (-2; 1)$, $B = (3; 4)$, $C = (2; 2)$, $D = (5; 4)$

2. $A = (2; 2)$, $B = (5; 4)$, $C = (1; 4)$, $D = (-2; 2)$

3. $A = (3; 4)$, $B = (5; 0)$, $C = (0; 5)$, $D = (3; 0)$

Exercice 42. Dans chaque cas, dire si le point C appartient à la droite (AB)

1. $A = (2; 3)$, $B = (2; -1)$, $C = (2; 7)$

2. $A = (1; 4)$, $B = (-5; -4)$, $C = (4; 8)$

3. $A = (-3; 0)$, $B = (2; 3)$, $C = (4; 4)$

Exercice 43. Soit trois points A, B, C distincts et non alignés. Les points M et N sont tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

1. A l'aide d'un repère judicieusement choisi, montrer que \overrightarrow{AM} et \overrightarrow{AN} sont colinéaires.

2. Que peut-on en déduire sur A, M et N ?

Exercice 44. Dans un repère orthonormé, soit deux vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

1. Montrer que l'aire du parallélogramme formé par \vec{u} et \vec{v} est $|\det(\vec{u}; \vec{v})|$

2. Montrer que \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$