

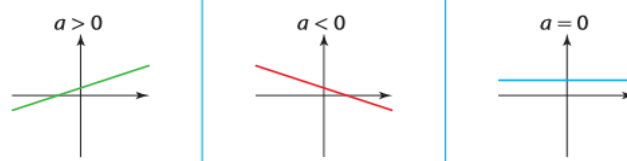
Etudes de signe - 1

A. Décrire les variations d'une fonction affine.

Définition. Une fonction **affine** est de la forme $f(x) = ax + b$. (où a et b sont des constantes).

Propriétés.

- La courbe d'une fonction affine est une droite.
- Si $a > 0$ alors f est croissante sur \mathbb{R} .
- Si $a < 0$ alors f est décroissante sur \mathbb{R} .
- Si $a = 0$ alors f est constante sur \mathbb{R} .



Exemple. Déterminer le sens de variations de la fonction $f(x) = 4x - 3$.

f est une fonction affine avec $a = 4 > 0$. Donc f est croissante.

Exercice A1. Donner les variations des fonctions suivantes :

$$A(x) = 2x + 4$$

$$B(x) = 8x - 5$$

$$C(x) = -3x + 12$$

$$D(x) = -7x$$

B. Dresser le tableau de signes d'une fonction affine.

Méthode 1. Pour étudier le signe d'une fonction affine

• On peut faire une étude de signe générale comme en A.

Méthode 2. Pour étudier le signe d'une fonction affine

- On calcule la valeur où $A(x) = 0$ avec la formule $-\frac{b}{a}$
- On dresse le tableau de signes :

En 1^{ère} ligne on a $| x | -\infty \quad -\frac{b}{a} \quad +\infty |$

En 2^{ème} ligne : • Si $a > 0$ les signes sont $| - \quad 0 \quad + |$
 • Si $a < 0$ les signes sont $| + \quad 0 \quad - |$

(Pour se rappeler des signes penser aux variations)

Exemple. Etudier le signe de $A(x) = -2x - 6$.

$$A(x) \text{ s'annule en } -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{-2} = -3$$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$A(x)$	$+$	0	$-$

$$a = -2 < 0$$

(La pente a est négative, donc la droite descend en allant vers la droite, donc $+$ d'abord, et $-$ ensuite.)

Exercice B1. Etudier le signe des fonctions suivantes :

$$A(x) = -3x + 9$$

$$B(x) = 5x - 15$$

$$C(x) = -10x - 30$$

$$D(x) = \frac{1}{2}x + 4$$

Etudes de signe - 2

C. Dresser le tableau de signes d'un produit de fonctions.

Méthode. Pour déterminer le tableau de signes d'une *fonction produit* :

- On commence par faire la première ligne pour les valeurs de x
- On détermine le tableau de signes de chaque facteur du produit, dans une nouvelle ligne à chaque fois.
- Les valeurs limites pour x sont toutes écrites sur la première ligne, dans l'ordre croissant.
- On prolonge toutes les séparations verticalement avec des pointillés.
- On ajoute une dernière ligne pour représenter la fonction produit.
- On obtient les signes de cette dernière ligne en appliquant la règle des signes aux lignes des facteurs.

Exemple. Etudier le signe de $h(x) = (3x + 4)(-2x + 6)$.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	3	$+\infty$	
$3x+4$	$-$	0	$+$	$+$	
$-2x+6$	$+$		0	$-$	
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Exercice C1. Etudier le signe des fonctions suivantes

$$A(x) = (-2x + 4)(-3x - 9)$$

$$B(x) = (2x + 14)(6x - 24)$$

$$C(x) = (5x - 65)(7 - 2x)$$

$$D(x) = (-3x - 72)(-4x - 96)$$

D. Résoudre une inéquation à partir d'un tableau de signes

Méthode. Pour résoudre une inéquation dont un côté est zéro, par exemple $C(x) > 0$

- On établit le tableau de signes de $C(x)$
- On se sert des signes de la dernière ligne, pour déterminer le(s) intervalle(s) solutions sur la première ligne.

Exercice C2. Résoudre les inéquations suivantes :

$$(A) : (9x - 1)(4 - x) \leq 0$$

$$(B) : (3x + 2)(4x - 8) > 0$$