Objectif. Connaitre les ensembles de nombres

Exercice 1. Vrai ou faux

$a3 \in \mathbb{Z}$	b. -3 ∈ \mathbb{N}
c. 3 ∈ N	$d. 3 \in \mathbb{Z}$
e. $10,5 \in \mathbb{Z}$	f. 10,5 ∈ D
g. $10,5 \in \mathbb{R}$	$h. \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$
i. $\frac{1}{9} \in \mathbb{Q}$	$j.\frac{1}{9} \in \mathbb{D}$
$k.\frac{1}{4} \in \mathbb{D}$	$I.\ \pi\in\mathbb{Q}$

Exercice 2. Pour chaque nombre, donner l'ensemble de nombre le plus petit le contenant.

a. 3 b.
$$-10,53$$
 c. $\frac{2}{3}$ d. -10,53 e. $-\frac{3}{2}$ f. 0 g. $\sqrt{2}$ h. $\sqrt{2}$

Objectif. Calculer avec des puissances

Exercice 3. Simplifier

a. $A = 5^2 \times 5^4$	b. $B = 6^5 \times 6^{-8}$
c. $C = 3^4 \times 5^4$	d. $D = 2.5^{-7} \times 4.2^{-7}$
e. $E = -4 \times (-4)^{-7}$	f. $F = (-2)^{-3} \times (-2)^{5}$

Exercice 4. Simplifier

a.
$$A = \frac{3^8}{3^{-4}}$$
 b. $B = \frac{6^5}{3^5}$ c. $C = \frac{4^6}{4^2}$ d. $D = \frac{(-4,5)^4}{3^4}$ e. $E = \frac{9^{-3}}{(-2,5)^{-3}}$ f. $F = \frac{3,2^{-5}}{3,2^{-2}}$

Exercice 5. Simplifier

a.
$$A = ((-3.7)^{-2})^5$$

c. $C = 10^7 \times 10^{-7}$
b. $B = ((5.6)^{-4})^{-2}$

Exercice 6. Simplifier

a.
$$A = 2^4 \times 2^{-3}$$

b. $B = \frac{3^4}{3^{-7}}$
c. $C = \frac{(-4)^2}{(-4)^6}$
d. $D = \frac{5^{-2} \times 5^{-7}}{5^6}$
e. $E = \frac{(5-2\times3)^4}{(2-3)^5}$
f. $F = \frac{12\times10^4\times5\times10^6}{15\times10^3\times2\times10^2}$

Exercice 7. Simplifier

Exercise 7. Simplifier
a.
$$A = 6^{12} \times 6^{-10}$$
b. $B = \frac{-5^4}{5^{-3}}$
c. $C = (8^3)^2$
d. $D = \frac{2^{-4} \times 2^9}{2^5 \times 2^{-7}}$
e. $E = \frac{((-3)^4)^{-2} \times (-3)}{(-3)^{-3}}$
f. $F = \left(\frac{7^{13} \times 7^{-9}}{7^{-14} \times 7^{-8}}\right)^2$

Exercice 8. Simplifier

a.
$$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$$

b. $B = 9,35 \times 10^{-12} + 0,047 \times 10^{-10} - 51,3 \times 10^{-14}$
c. $C = 25000000000^2$

d.
$$D = \frac{14 \times 10^7 \times 27 \times 10^{-3}}{21 \times 10^2}$$

e. $E = \frac{49 \times 10^{-7} \times 6 \times 10^5}{3 \times 10^4 \times 7 \times 10^{-2}}$

Objectif. Déterminer des valeurs approchées

Exercice 9.

a. Donner un encadrement au dixième du nombre D = 37.654391

 b. Donner la valeur approchée au dixième près par excès du nombre D.

c. Donner la valeur approchée au dixième près par défaut du nombre D.

d. Donner l'arrondi au dixième près du nombre D.

Exercice 10.

a. Donner un encadrement au millième près de

b. Donner la valeur approchée au millième par défaut du nombre 15,6278.

c. Donner l'arrondi au millième du nombre 15,6278

Objectif. Utiliser la notation scientifique

Exercice 11. Écrire chaque nombre en notation scientifique.

a.
$$A = 6540$$
 b. $B = 0,0032$ c. $C = -1475,2$ d. $D = 23,45$ e. $E = -34,3$ f. $F = -0,001$

Exercice 12. Écrire chaque nombre en notation scientifique.

a.
$$A = 645,3 \times 10^{-15}$$
 b. $B = 0,056 \times 10^{17}$ c. $C = -13,6 \times 10^{-8}$ d. $D = -523 \times 10^{7}$

Objectif. Calculer avec des quotients

Exercice 13. Simplifier

a.
$$A = -\frac{12}{7} + \frac{5}{14}$$

b. $B = \frac{8}{35} + \frac{6}{15}$
c. $C = \frac{23}{26} - \frac{12}{39}$

Exercice 14. Simplifier

Exercice 14. Simplifier

a.
$$A = -\frac{63}{30} \times \frac{60}{-4}$$

b. $B = \frac{10}{15} \times \frac{7}{20}$

c. $C = -\frac{5}{12} \times \frac{18}{13}$

Exercice 15. Simplifier

a.
$$A = \frac{\frac{21}{-24}}{\frac{14}{-32}}$$
 b. $B = \frac{\frac{45}{18}}{12}$ c. $C = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{1}{6}}$

Exercice 16. Simplifier

a.
$$A = -\frac{13}{8} - \frac{5}{24}$$

c. $C = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{21}{16}}$

b.
$$B = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$$

c.
$$C = \frac{\frac{15}{4}}{\frac{21}{16}}$$

b.
$$B = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$$

d. $D = \frac{5}{4} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{8}$

Exercice 17. Simplifier

a.
$$A = \frac{2}{3} - \frac{\frac{7}{3} \times 8}{21}$$

b.
$$B = \frac{\left(\frac{3-5}{4-6}\right) \times 3}{2}$$

d. $D = \frac{\frac{5-5}{6-4}}{\frac{1+2}{1+2}}$

a.
$$A = \frac{2}{3} - \frac{\frac{7}{3} \times 8}{21}$$

c. $C = \frac{\left(\frac{24}{15} + \frac{35}{25}\right) \times 20}{33}$

d.
$$D = \frac{\frac{5}{6} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}$$

Objectif. Calculer avec des racines carrées

Exercice 18. Simplifier

a.
$$A = \sqrt{3}^2$$

b.
$$B = \sqrt{3^2}$$

c.
$$C = \sqrt{(-3)^2}$$

b.
$$B = \sqrt{3^2}$$

d. $D = \sqrt{\sqrt{(-3)^2}}^2$

Exercice 19. Simplifier

a.
$$A = \sqrt{12} \times \sqrt{30}$$

b.
$$B = \sqrt{7} \times \sqrt{28}$$

c.
$$C = 5\sqrt{26} \times \sqrt{2}$$

b.
$$B = \sqrt{7} \times \sqrt{28}$$

d. $D = \frac{\sqrt{480}}{\sqrt{2} \times \sqrt{10}}$

Exercice 20. Ecrire sans radical au dénominateur

a.
$$A = \frac{2}{3\sqrt{6}}$$

b.
$$B = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

c.
$$C = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

Exercice 21. Simplifier

a.
$$A = \sqrt{\frac{15}{45}}$$

b.
$$B = \frac{50}{2\sqrt{5}}$$

c.
$$C = \sqrt{\frac{121}{49}}$$

Exercice 22. Simplifier

a.
$$A = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}}$$

b.
$$B = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{75}}$$

c.
$$C = \frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$$

Exercice 23. Soit *a* et *b* deux réels positifs.

a. Démontrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

b. Démontrer que
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

c. Démontrer que pour tout réel a, $\sqrt{a^2} = |a|$

Exercice 24. Un nombre x est décimal (dans \mathbb{D}) s'il peut s'écrire avec un nombre fini de décimales autrement dit s'il peut s'écrire comme un entier relatif (dans Z) divisé par une puissance positive de dix.

Le but de l'exercice est de démontrer que $\frac{1}{3}$ n'est

pas décimal.

On suppose que $\frac{1}{3}$ est décimal et on va montrer une contradiction.

a. Sous quelle forme peut-on écrire $\frac{1}{3}$?

$$\frac{1}{3} = -$$
 avec ... $\in \mathbb{Z}$ et ... $\in \mathbb{N}$.

- b. Multiplier cette égalité par 3, puis par l'autre dénominateur, pour se débarrasser des barres de fractions.
- c. Rappeler le critère de divisibilité par 3 d'un
- d. Dire pourquoi l'égalité obtenue est absurde.

Problèmes.

Exercice 25. La lumière est composée de photons qui se déplacent à la vitesse moyenne de 300 000 km par seconde. Une année-lumière correspond à la distance parcourue par un de ces photons en une année.

- a. À quelle distance, en km, correspond une année-lumière ? Écrire la réponse en notation scientifique.
- b. La distance du centre du Soleil au centre de la Terre est de 1.5×10^8 km. Exprimer cette distance en année-lumière.

Exercice 26. Une mole de carbone pèse 12 g et est composée de 6.02×10^{23} atomes. Quelle est la masse d'un atome de carbone ?

Exercice 27. Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2016 puis le tiers du reste en 2019. Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui?

Exercice 28. L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %. Sachant qu'une salle de classe a un volume de $125 m^3$, calculer le volume, en m^3 , de chacun des gaz présents dans cette salle.