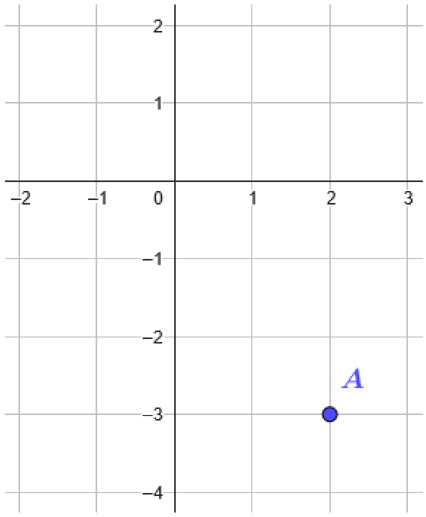
Vecteurs - 1

A. Lire un point graphiquement.

Définition. On note $(x; y)$ l'unique point du plan de coordonnées x et y.
(x et y sont des nombres réels)



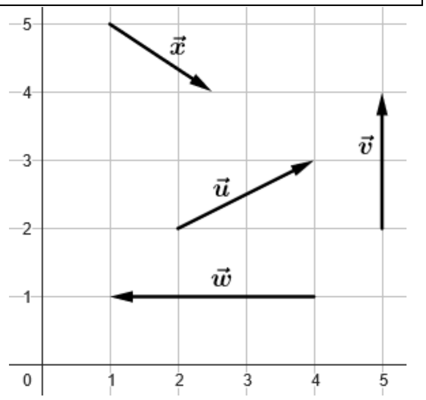
Méthode. Pour lire graphiquement un point A dans un repère :
- On repère sur l'*axe horizontal* le nombre correspondant à la *première coordonnée* de A appelée **abscisse** et notée x.
- On repère sur l'*axe vertical* le nombre correspondant à la *deuxième coordonnée* de A appelée **ordonnée** et notée y.
- On écrit : $A = (x\,;y)$

Exemple. Sur le repère ci-contre, on lit $A =$

B. Lire un vecteur graphiquement.

Définition. Le **vecteur** du plan $\binom{x}{y}$ représente un *déplacement* horizontal de x unités et vertical de y unités.
- On représente un vecteur par une flèche.

Méthode. Pour lire graphiquement un vecteur $\vec{u}$ dans un repère :
- On mesure l'étendue horizontale x de la flèche, positive si la flèche pointe vers la droite, négative si vers la gauche.
- On mesure l'étendue verticale y de la flèche, positive si la flèche pointe vers le haut, négative si vers le bas.
- On écrit : $\vec{u} = \binom{x}{y}$

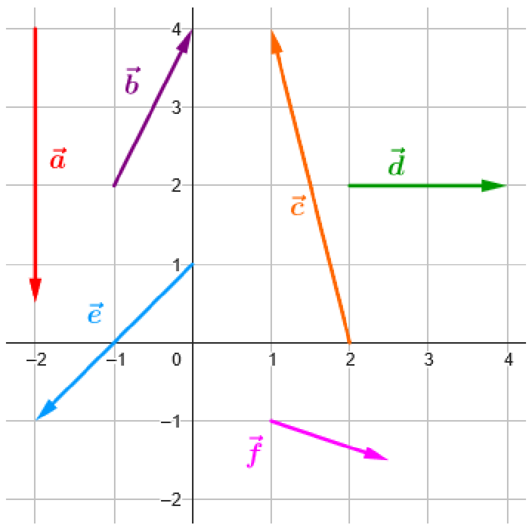


Exemples. Lire graphiquement les vecteurs représentés.

$\vec{u} = \big(\quad \big)$ $\qquad \vec{v} = \big(\quad \big)$

$\vec{w} = \big(\quad \big)$ $\qquad \vec{x} = \big(\quad \big)$

Exercice B1. Lire graphiquement les vecteurs suivants



$\vec{a} = \big(\quad \big)$ $\qquad \vec{b} = \big(\quad \big)$

$\vec{c} = \big(\quad \big)$ $\qquad \vec{d} = \big(\quad \big)$

$\vec{e} = \big(\quad \big)$ $\qquad \vec{f} = \big(\quad \big)$

Définition. Le **vecteur nul** noté $\vec{\mathbf{0}}$ est défini par $\vec{\mathbf{0}} = \binom{0}{0}$

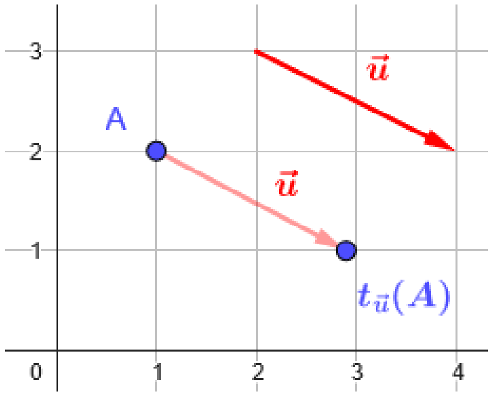
- Le vecteur nul représente l'absence de déplacement. C'est une flèche de longueur 0 que l'on ne dessine pas.

Vecteurs - 2

C. Trouver l'image d'un point par la translation associée à un vecteur.

Définition. Soit $\vec{u} = \binom{x}{y}$ un *vecteur*.

- Pour tout *point* $A = (x_A; y_A)$, on définit *le point* $\boldsymbol{t_{\vec{u}}(A)} = (x_A + x\,; y_A + y)$
- Le point noté $\boldsymbol{t_{\vec{u}}(A)}$ est l'**image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$**.



i. Graphiquement :

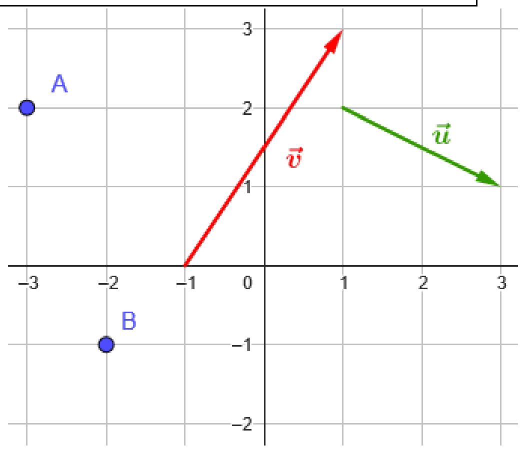
Méthode. Pour trouver $t_{\vec{u}}(A)$ graphiquement :
- On peut dessiner une copie de la flèche $\vec{u}$ *partant du point A*
- On place le point $t_{\vec{u}}(A)$ à la pointe de la flèche copiée.

ii. Par le calcul : On utilise la formule $\boxed{t_{\vec{u}}(A) = (x_A + x_{\vec{u}}\,; y_A + y_{\vec{u}})}$

Exemple. Calculer l'image du point $A = (1; 2)$ par la translation de vecteur $\vec{u} = \binom{2}{-1}$

$t_{\vec{u}}(A) =$

Exercice C1. Sachant $A = (-3; 2)$, $B = (-2; -1)$, $\vec{u} = \binom{2}{-1}$ et $\vec{v} = \binom{2}{3}$.



Déterminer :

$t_{\vec{u}}(A) =$

$t_{\vec{u}}(B) =$

$t_{\vec{v}}(A) =$

$t_{\vec{v}}(B) =$

Remarques.
- Deux vecteurs sont identiques s'ils ont même direction, même sens, même longueur.
- La position d'un vecteur n'a pas d'importance.

D. Additionner des vecteurs.

i. Par le calcul :

Définition. Pour tous $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\quad \vec{\boldsymbol{u}} + \vec{\boldsymbol{v}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

Exemple. Calculer $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + -1 \\ -5 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

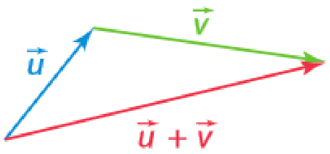
Exercice D1. Calculer :

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$ $\qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} =$

$\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix} =$

ii. Additionner des vecteurs graphiquement :

Méthode. Pour additionner des vecteurs graphiquement :
- On place les flèches les unes à la suite des autres.
- On crée une nouvelle flèche qui :
    - part du début de la première flèche
    - arrive sur la pointe de la dernière flèche.



Remarque. Additionner des vecteurs, c'est appliquer des translations successivement car $t_{\vec{u}+\vec{v}}(A) = t_{\vec{v}}\left(t_{\vec{u}}(A)\right)$

Exercice D2.

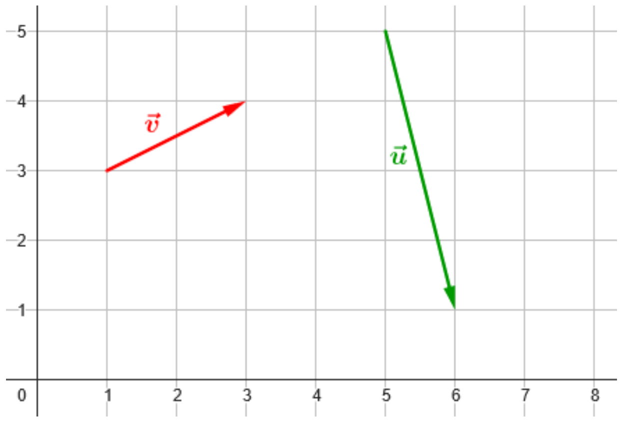
1) Tracer $\vec{u} + \vec{v}$ puis lire ses coordonnées :

$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

2) Tracer $\vec{v} + \vec{u}$ puis lire ses coordonnées :

$\vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

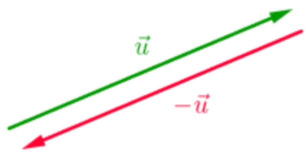
3) Que remarque-t-on ?



E. Calculer l'opposé d'un vecteur.

Définition. Pour tout $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\quad -\vec{\boldsymbol{u}} = -\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$.

Le vecteur **opposé** a la même longueur mais son sens est inversé.



Exemples. $-\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad -\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix} =$

F. Soustraire des vecteurs.

i. Par le calcul :

Définition. Pour tous $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\qquad \boldsymbol{\vec{u} - \vec{v}} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ donc soustraire un vecteur, c'est additionner son opposé.

Exemples. Calculer $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\qquad \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - -1 \\ -5 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Exercice F1. Calculer :

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$ $\qquad \vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} =$

$\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix} =$

ii. Graphiquement :

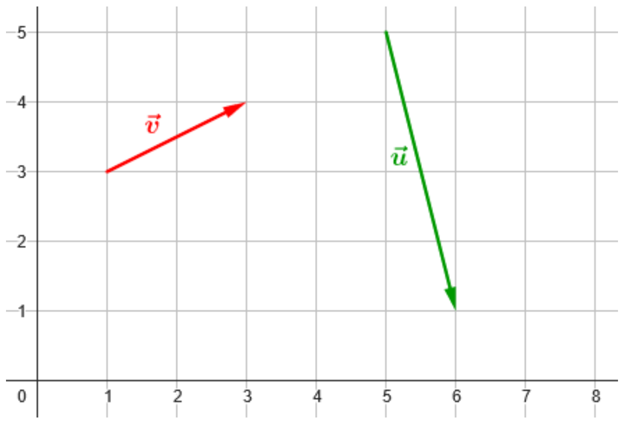
Méthode. Pour soustraire *deux* vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ graphiquement :

- On représente l'opposé $-\vec{v}$ du vecteur $\vec{v}$.
- On additionne graphiquement $\vec{u}$ et $-\vec{v}$

Exemple.

1) Tracer $\vec{u} - \vec{v}$ puis lire graphiquement ses coordonnées :

$\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$



G. Redimensionner un vecteur.

i. Par le calcul :

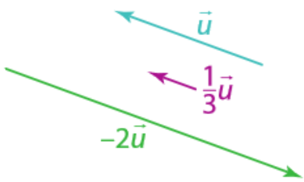
Définition. Pour tout $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et tout nombre réel k, $\qquad \boldsymbol{k\,\vec{u}} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

Exemples. $3 \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} =$ $\qquad -4 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$

ii. Graphiquement :

Propriété.

- Multiplier un vecteur par $k \geq 0$, c'est multiplier sa longueur par k sans changer de sens.
- Multiplier un vecteur par $k < 0$, c'est multiplier sa longueur par $|k|$ et inverser son sens.

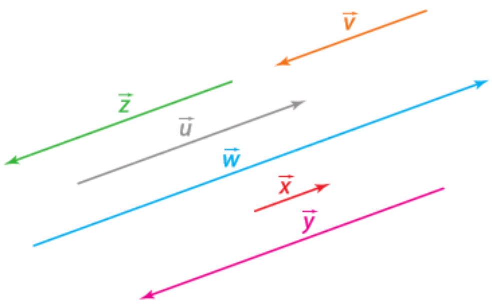


Exercice G1. Attribuer à chaque vecteur son représentant tracé ci-contre

$\frac{1}{3}\vec{u} =$ $\qquad -\vec{u} =$

$2\vec{u} =$ $\qquad -\frac{2}{3}\vec{u} =$

$-\frac{4}{3}\vec{u} =$



H. <u>Faire des calculs avec des vecteurs.</u>

Exercice H1. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\vec{u} + \vec{v} =$

$-7\vec{u} =$

$\vec{u} - \vec{v} =$

$3\vec{u} + 5\vec{v} =$

$2\vec{u} - 6\vec{v} =$