

- 44 Simplifier les expressions suivantes, puis calculer leurs valeurs.

$$A = (0,3^{0,4})^5; \quad B = 1,25^{\frac{2}{3}} \times 1,25^{-\frac{8}{3}}$$

$$C = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{3}{5}} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}}; \quad D = 3,5^{0,6} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{0,4}$$

- 45 Simplifier les expressions suivantes.

$$A = (a^{2,1}b)^3 \times \left(\frac{a^{1,1}}{b^{0,2}}\right)^2; \quad B = \frac{a^{2,8} \times (b^{1,3})^4}{(a^{1,1}b^{2,2})^2}$$

$$C = (a^{0,8} + b^{0,2})^2 + (a^{0,8} - b^{0,2})^2$$

- 46 Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :
 $f(x) = x^{3,5} - x^{2,5}$.

1. Montrer que : $f(x) = x^{2,5}(x - 1)$.
2. En déduire le tableau de signe de la fonction f .

- 53 On modélise l'évolution de la population de la ville de Nohouaire depuis 2010 par la fonction p , avec : $p(x) = 12 \times 2^{\frac{x}{18}}$. $p(x)$ est la population en milliers d'habitants en $(2010 + x)$.

1. Quelle était la population en 2010 et en 2020 ?
2. En quelle année, selon ce modèle, la population dépassera-t-elle 20 000 habitants ?
3. Montrer que : $p(x + 18) = 2 \times p(x)$. Interpréter ce résultat.

Seconde partie (calculatrice autorisée)

76 Dérivées & Fonctions exponentielles

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 15]$ par :

$$f(x) = -0,16x^3 + 2,22x^2 - 3,7848x + 30.$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Déterminer $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[0; 15]$.
2. Vérifier que :

$$f'(x) = (x - 8,3)(-0,48x + 0,456).$$
3. Étudier le signe de la dérivée f' puis les variations de f .
4. Donner le maximum de la fonction f sur $[0; 15]$ (arrondi à l'unité) et la valeur pour laquelle il est atteint.


Partie B

On s'intéresse à l'évolution de la quantité d'antigènes, d'une part, et de la quantité d'anticorps, d'autre part, présents dans le sang d'une personne infectée par des bactéries pathogènes, dans les jours qui suivent la contamination. On admet que :

- la quantité d'antigènes présents dans le sang en UA (unité arbitraire) en fonction du temps (en jour) écoulé depuis la contamination est représentée par la fonction f , étudiée dans la partie A ;
- la quantité d'anticorps dans le sang en UA en fonction du temps (en jour) écoulé depuis la contamination est représentée par la fonction g définie sur $[3; 15]$ par : $g(x) = 0,009 \times 1,89^x$.

La personne est considérée comme guérie lorsque la quantité d'anticorps présents dans le sang est supérieure à la quantité d'antigènes présents dans le sang.

- 1.a. Quelles quantités d'antigènes et d'anticorps sont présentes dans le corps 6,5 jours après la contamination ? Arrondir à l'unité.
- b. Au bout de combien de temps la quantité d'antigènes est-elle maximale ? Quelle est alors cette quantité en UA ?

2.  On décide d'utiliser un programme Python pour déterminer le temps de guérison.

- a. Écrire les fonctions `antigene(x)` et `anticorps(x)` renvoyant les quantités d'antigènes et d'anticorps présentes dans le corps au bout de x jours.
- b. Compléter la fonction `estgueri`, qui détermine, par balayage, au bout de combien de jours la personne est guérie.

```
def estgueri(h):
    x = 3
    while ..... :
        x = x + h
    return x
```

- c. Quelle valeur peut-on prendre pour h afin de déterminer au bout de combien de temps, à une heure près, la personne sera considérée comme guérie ? Justifier ce choix.
- d. Déterminer le temps de guérison, à une heure près.