Développer et factoriser — 1

A. Développer une expression littérale

i. Développer un terme sur une parenthèse

Méthode. Quand un terme est *multiplié* par une parenthèse contenant des $+$ ou $-$, on peut distribuer sur chaque terme dans la parenthèse.

Exemple. Développer $A = 5(a + b)$

$A = 5(a + b) = (5 \times a + 5 \times +b) = 5a + 5b$ 5 fois (un abricot et un brugnon), c'est (5 abricots et 5 brugnons)

Exemple. Développer $B = -3a(b + 2c - 2)$

$B = (-3a \times b - 3a \times +2c - 3a \times -2) = -3ab - 6ac + 6a$

Exemple. Développer $C = -5x(-y + 2x - 4)$

$C =$

Méthode. Un $-$ seul devant une parenthèse, est synonyme de -1. Il faut inverser tous les signes dans la parenthèse.

Exemple. Développer $D = -(-y^2 + 5y - 3)$

$D =$

Exercice A1. Développer et simplifier :

$A = 3x(x + 5) =$

$B = -(4 - 5x + 7y) =$

$C = 5x(3 - 2x) + 6x^2 =$

$D = 2x^2(x + 6) - 3x(x + 4) =$

ii. Développer une double parenthèse.

Méthode. Quand on multiplie 2 parenthèses contenant des $+$ ou $-$, on peut distribuer chaque terme sur chaque terme.

Exemple. Développer $A = (a - 5b)(b - 3c + 4)$

$A = (a \times b + a \times -3c + a \times +4 - 5b \times b - 5b \times -3c - 5b \times +4) = ab - 3ac + 4a - 5b^2 + 15bc - 20b$

Exemple. Développer $B = (-2x + 3y)(-5x + y)$

$B =$

Exemple. Développer $C = -(3x + 4)(2x - 3)$

$C =$

Développer et factoriser – 2

Exercice A2. Développer et simplifier :

$A = (7x - 3)(-2x + 5) =$

$B = (x^2 - 2)(5x - 1) =$

$C = (x - y)(y - x - 2) =$

iii. Développer avec une identité remarquable.

Propriété. Certains cas fréquents se simplifient toujours, il est bon de les connaitre pour développer plus rapidement.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Attention à ne pas oublier les parenthèses quand on calcule a^2 ou b^2

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Exercice A3. Développer et simplifier :

$A = (6 - x)^2 =$

$B = (3x + 4)^2 =$

$C = (3x + 1)(3x - 1) =$

$D = (5 + 3x)^2 - (3x - 2)^2 =$

Exercice A4.

1) Démontrer que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) Démontrer que : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2) Démontrer que : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

B. Factoriser une expression littérale

Méthode. Pour factoriser un terme commun à plusieurs produits séparés par des $+$ ou $-$: • On identifie le terme commun à chaque produit. (On peut souligner) • On entoure l'expression avec des parenthèses et on met le terme commun devant ; puis on divise chaque produit de l'expression par le terme commun. • On simplifie chaque terme dans la parenthèse.	Factoriser x dans $A = 3x + 8bx - 9xy$ $A = 3\underline{x} + 8b\underline{x} - 9\underline{x}y$ $\quad = x\left(\frac{3x}{x} + \frac{8bx}{x} - \frac{9xy}{x}\right)$ $\quad = x(3 + 8b - 9y)$

Remarque.
• Après factorisation, on peut vérifier mentalement que si on redéveloppait, on retrouverait bien l'expression de départ.

Exemple. Factoriser $3y$ dans $B = 3yz - 6xy + 12y^2$

$B =$

Exemple. Factoriser $(2x - 3)$ dans $C = (2x - 3)(x + 1) + (4x - 6) + (2x^2 - 3x)$

$C =$

Exercice B2. Identifier un facteur commun, puis factoriser par ce facteur.

$A(x) = 4x^2 - 7x =$

$B(y) = 3y^3 - 5y^2 + 8y =$

$C(z) = 2z + 6z^3 =$

$D(a) = 3a - 15 =$

Exercice B3. Souligner un facteur commun, puis factoriser par ce facteur.

$A(x) = (2x + 3)(24x - 3) + (2x + 3)(-22x + 5) =$

$B(x) = (15x + 7)(3 - x) + (12x + 5)(15x + 7) =$

$C(x) = (7x - 26)(11x + 8) - (7x - 26)(12x + 4) =$

$D(t) = (13t + 5)(-5t + 2) - (8t - 15)(13t + 5) =$

Exercice B4. Factoriser en utilisant la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$A(x) = x^2 - 16 =$

$B(x) = (x + 1)^2 - 9 =$

$C(x) = (3y + 1)^2 - 4y^2 =$