

NOM :

Prénom :

Classe :

La calculatrice est autorisée.

Les sacs au niveau du tableau.

Les téléphones portables éteints dans le sac.

Sur la table, juste leurs stylos, leurs copies et du brouillon.

Au bout de 2 heures :

- **Tous** les élèves arrêtent d'écrire.
- Les copies sont ramassées.

Le sujet comporte 4 exercices. La calculatrice est autorisée.

Le barème est donné à titre indicatif et pourra subir de légères modifications.

Dans chaque exercice, il est possible d'admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie. Le candidat est invité à faire figurer sur sa copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

Exercice 1 : QCM

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse, ne rapporte ni n'enlève de point.

Le candidat indiquera sa réponse (a, b c ou d) pour chaque question dans le tableau fourni ci-dessous.

Question	1	2	3	4
Réponse				

1. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f définie pour x réel par $f(x) = 4x^3 - 7x^2 - 5x + 2023$ alors :

a. $f'(x) = 4x^3 - 7x + 2023$	b. $f'(x) = 4x^2 + 2x - 5$
c. $f'(x) = 12x^2 - 14x - 5$	d. $f'(x) = 12x^2 - 7x - 5$

2. Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_{n+1} = 2U_n - 3$ et $U_0 = 4$. Alors :

a. $U_7 = 131$	b. $U_7 = 41$
c. $U_7 = 83$	d. $U_7 = 122$

3. Une personne dans la rue répond à un sondage. Deux questions sont posées et, à chacune, on donne le choix entre les réponses suivantes : “favorable”, “opposé” et “sans opinion”. La personne étant pressée, elle répond au hasard. Quelle est la probabilité d’avoir deux fois la même réponse :

a. $-\frac{1}{3}$	b. $\frac{1}{3}$
c. $\frac{2}{3}$	d. 0,23

4. Une paire de chaussure voit son prix augmenter de 25%, puis baisser de 25% l’année suivante. Le prix initial de cette paire de chaussure :

a. n’a pas été modifié	b. a augmenté de 24%
c. a augmenté de 2,25%	d. a diminué de 6,25%

Exercice 2 : Suites

6 points

Jean et Michèle ont été embauchés au même moment dans une entreprise et ont négocié leur contrat à des conditions différentes :

- Jean a commencé en 2010 avec un salaire annuel de 14 400 euros, alors que le salaire de Michèle était, cette même année, de 13 200 euros.
- Le salaire de Jean augmente de 600 euros par an alors que celui de Michèle augmente de 4% par an.

1. Quels étaient les salaires annuels de Jean et Michèle en 2012 ?

2. On modélise les salaires de Jean et de Michèle à l’aide de suites.

- a) On note u_n le salaire de Jean en l’année 2010+ n . On a donc $u_0 = 14\,400$. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .

- b) Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de (u_n) en fonction de n .
- c) En déduire le salaire de Jean en 2017.
- d) On note v_n le salaire de Michèle en l'année $2010+n$. On a donc $v_0 = 13\,200$.
Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de (v_n) en fonction de n .
- e) Calculer le salaire de Michèle en 2017. On arrondira le résultat à l'euro.
3. En quelle année le salaire de Michèle dépassera-t-il celui de Jean ? On justifiera le résultat.

Exercice 3 : Probabilités

5 points

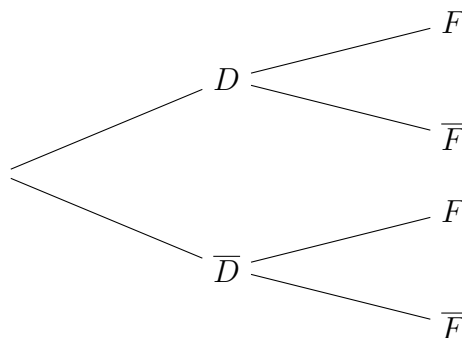
Lors de la sortie d'un nouveau film, un cinéma remarque que 20% des spectateurs choisissent les séances en 3D. Parmi eux, 25% visionnent le film en version française, et non en version originale. Enfin, parmi les spectateurs qui ne prennent pas les séances en 3D, seulement 10% visionnent le film en version française.

On interroge au hasard un spectateur à la sortie du cinéma, et on considère les événements suivants :

- D : « Le spectateur a choisi une séance en 3D ».
- F : « Le spectateur a choisi une séance en version française ».

1. Déterminer les probabilités $P(D)$, $P_D(F)$ et $P_{\overline{D}}(F)$.

2. Compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. Décrire par une phrase l'événement $\overline{D} \cap F$, puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité que le spectateur ait choisi une séance en version française est de 0,13.

5. Le spectateur révèle qu'il a vu le film en version française. Déterminer alors la probabilité qu'il ne l'ait pas vu en 3D. On donnera le résultat arrondi à 10^{-3} près.

Exercice 4 : Fonctions

5 points

Une entreprise fabrique des ordinateurs. Chaque mois, elle en fabrique une quantité x , comprise entre 10 et 80.

Le coût total de production est donné en euros pour tout $x \in [10; 80]$ par :

$$C(x) = 2x^2 + 1200x + 450$$

Soit $C_m(x)$ le coût moyen unitaire après la production de x ordinateurs. On rappelle que le coût moyen unitaire est donné par :

$$C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$$

- Vérifier que, pour tout $x \in [10; 80]$, $C_m(x) = 2x + 1200 + \frac{450}{x}$.
- On désigne par C_m' la fonction dérivée de C_m . Montrer que pour tout $x \in [10; 80]$,

$$C_m'(x) = \frac{2(x - 15)(x + 15)}{x^2}$$

- Dresser le tableau de signes de $C_m'(x)$ sur $[10; 80]$. En déduire les variations de C_m .

x	
2	
$x - 15$	
$x + 15$	
x^2	
$C_m'(x)$	
Variations de C_m	

- Déterminer le nombre d'ordinateurs que l'entreprise doit fabriquer par mois pour que le coût moyen unitaire soit minimal. Quelle est alors la valeur de ce coût moyen unitaire minimal ?