

Vecteurs - 1

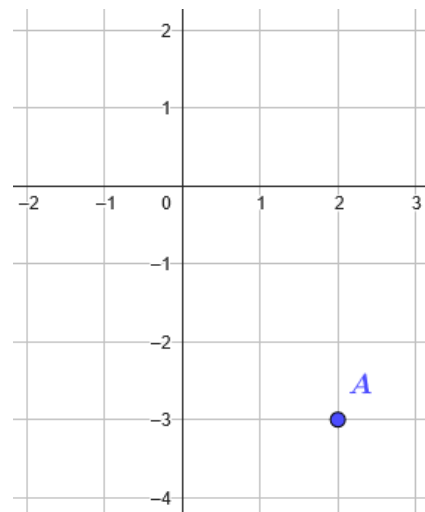
A. Lire un point graphiquement.

Méthode. Pour lire graphiquement un point A dans un repère :

- On repère sur l'**axe horizontal** le nombre correspondant à la *première coordonnée* de A appelée **abscisse** et notée x .
- On repère sur l'**axe vertical** le nombre correspondant à la *deuxième coordonnée* de A appelée **ordonnée** et notée y .
- On écrit : $A = (x ; y)$

Exercice A1. Sur le repère ci-contre, on lit

$A =$



B. Lire un vecteur graphiquement.

Définition. Le **vecteur** du plan $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ représente un déplacement **horizontal** de x unités et **vertical** de y unités.

- On représente un vecteur par une flèche.
- En maths, le mot **translation** signifie déplacement.

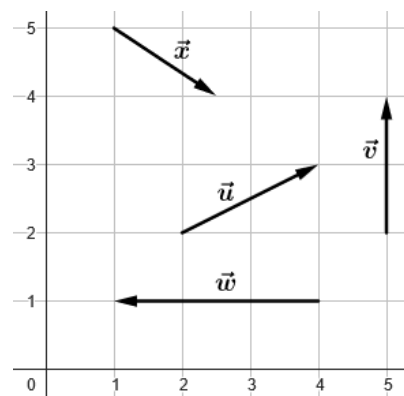
Exemples.

Le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ représente la translation de 2 pas à droite et 1 pas en haut.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$



Méthode. Pour lire graphiquement un vecteur \vec{u} dans un repère :

- On mesure l'étendue horizontale x de la flèche, **positive** si la flèche pointe vers la **droite**, **négative** si vers la **gauche**.
- On mesure l'étendue verticale y de la flèche, **positive** si la flèche pointe vers le **haut**, **négative** si vers le **bas**.
- On écrit : $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Exercice B1. Lire graphiquement les vecteurs suivants

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

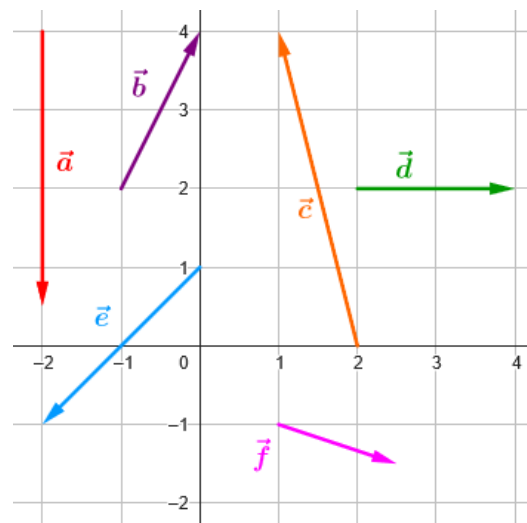
$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$



Définition. Le **vecteur nul** noté $\vec{0}$ est défini par $\vec{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- Le vecteur nul représente l'absence de déplacement. C'est une flèche de longueur 0 que l'on ne dessine pas.

Vecteurs - 2

C. Trouver l'image d'un point par la translation associée à un vecteur.

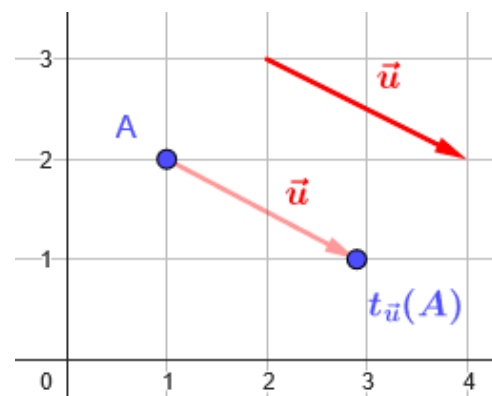
Définition. Soit $A = (x_A; y_A)$ un point. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$ un vecteur.

- On définit le point $t_{\vec{u}}(A) = (x_A + x_{\vec{u}}; y_A + y_{\vec{u}})$
- Le point noté $t_{\vec{u}}(A)$ est l'image du point A par la translation de vecteur \vec{u} .

i. Graphiquement :

Méthode. Pour trouver $t_{\vec{u}}(A)$ graphiquement :

- On peut dessiner une copie de la flèche \vec{u} partant du point A
- On place le point $t_{\vec{u}}(A)$ à la pointe de la flèche copiée.



ii. Par le calcul : On utilise la formule $t_{\vec{u}}(A) = (x_A + x_{\vec{u}}; y_A + y_{\vec{u}})$

Exemple. Calculer l'image du point $A = (1; 2)$ par la translation de vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$t_{\vec{u}}(A) =$

Exercice C1. Sachant $A = (-3; 2)$, $B = (-2; -1)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

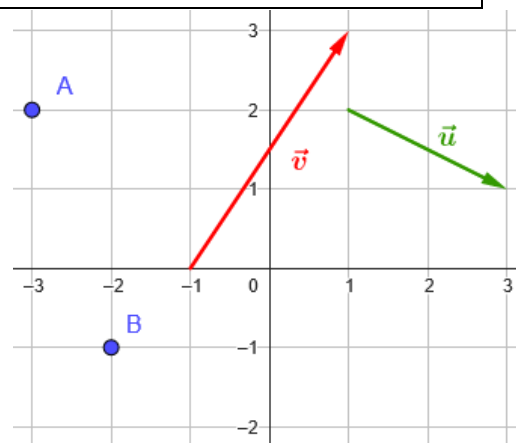
Déterminer :

$t_{\vec{u}}(A) =$

$t_{\vec{u}}(B) =$

$t_{\vec{v}}(A) =$

$t_{\vec{v}}(B) =$



Remarques.

- Deux vecteurs sont identiques s'ils ont même direction, même sens, même longueur.
- La position d'un vecteur n'a pas d'importance.

Vecteurs - 3

D. Additionner des vecteurs.

i. Par le calcul :

Définition. Pour tous $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

Exemple. Calculer $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + (-1) \\ -5 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Exercice D1. Calculer :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

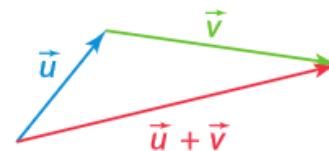
$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

ii. Additionner des vecteurs graphiquement :

Méthode. Pour additionner des vecteurs graphiquement :

- On place les flèches les unes à la suite des autres.
- On crée une nouvelle flèche qui :
 - part du début de la première flèche
 - arrive sur la pointe de la dernière flèche.



Remarque. Additionner des vecteurs, c'est appliquer des translations successivement car $t_{\vec{u}+\vec{v}}(A) = t_{\vec{v}}(t_{\vec{u}}(A))$

Exercice D2.

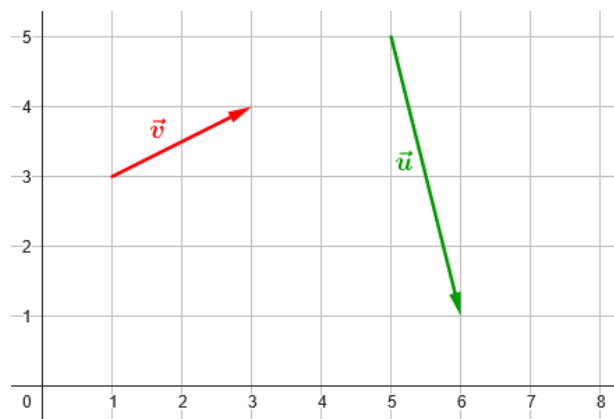
1) Tracer $\vec{u} + \vec{v}$ puis lire ses coordonnées :

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

2) Tracer $\vec{v} + \vec{u}$ puis lire ses coordonnées :

$$\vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

3) Que remarque-t-on ?

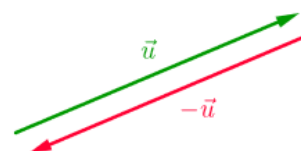


E. Calculer l'opposé d'un vecteur.

Définition. Pour tout $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $-\vec{u} = -\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$.

Le vecteur **opposé** a la même longueur mais son sens est inversé.

Exemples. $-\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $-\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix} =$



Vecteurs - 4

F. Soustraire des vecteurs.

i. Par le calcul :

Définition. Pour tous $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - x' \\ y - y' \end{pmatrix}$

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ donc soustraire un vecteur, c'est additionner son opposé.

Exemples. Calculer $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-1) \\ -5 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Exercice F1. Calculer :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} -10 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix} =$$

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

ii. Graphiquement :

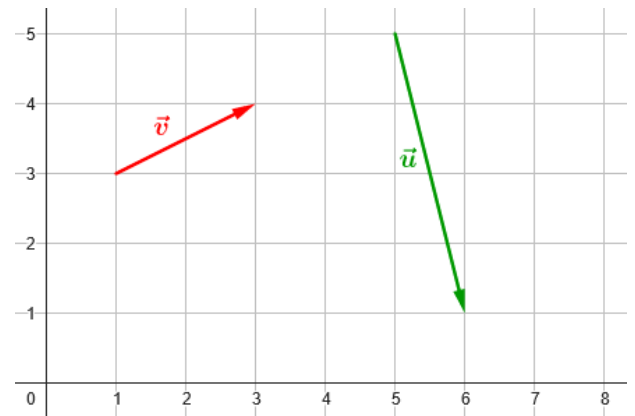
Méthode. Pour soustraire deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} graphiquement :

- On représente l'opposé $-\vec{v}$ du vecteur \vec{v} .
- On additionne graphiquement \vec{u} et $-\vec{v}$

Exemple.

1) Tracer $\vec{u} - \vec{v}$ puis lire graphiquement ses coordonnées :

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$



G. Redimensionner un vecteur.

i. Par le calcul :

Définition. Pour tout $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et tout nombre réel k , $k \vec{u} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$

Exemples. $3 \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} =$

$$-4 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

ii. Graphiquement :

Propriété.

- Multiplier un vecteur par $k \geq 0$, c'est multiplier sa longueur par k sans changer de sens.
- Multiplier un vecteur par $k < 0$, c'est multiplier sa longueur par $|k|$ et inverser son sens.

Exercice G1. Attribuer à chaque vecteur son représentant tracé ci-contre

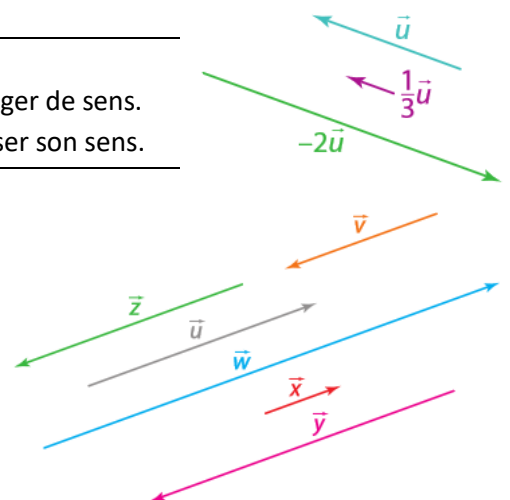
$$\frac{1}{3} \vec{u} =$$

$$-\vec{u} =$$

$$2\vec{u} =$$

$$-\frac{2}{3} \vec{u} =$$

$$-\frac{4}{3} \vec{u} =$$



H. Faire des calculs avec des vecteurs.

Exercice H1. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

$$\vec{u} + \vec{v} =$$

$$-7\vec{u} =$$

$$\vec{u} - \vec{v} =$$

$$3\vec{u} + 5\vec{v} =$$

$$2\vec{u} - 6\vec{v} =$$