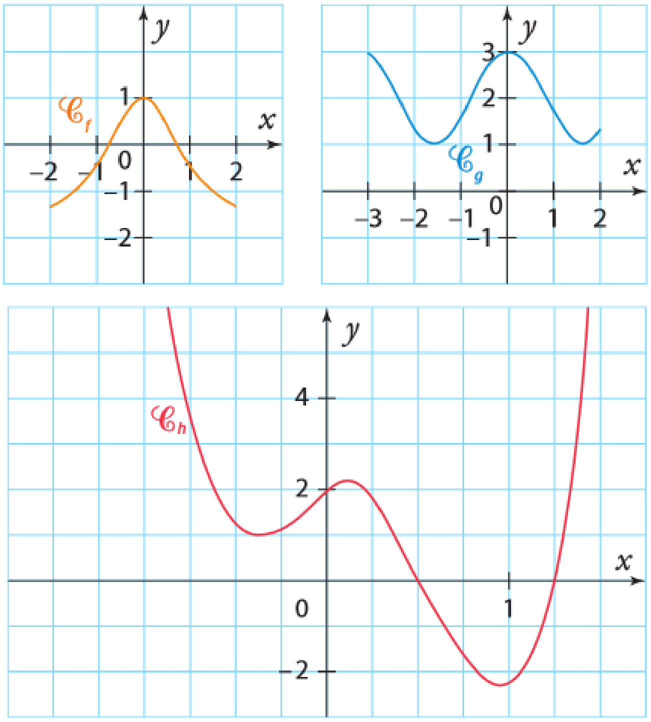
Objectif. Lire le signe d'une fonction

Exercice 1. Voici les courbes représentatives de trois fonctions f, g, h.



a. Dresser le tableau de variations de chaque fonction
b. Dresser le tableau de signes de chaque fonction
c. Quel est le maximum de f ? En quel valeur est-il atteint ?
d. Quel est le minimum de g ?

Exercice 2. Une fonction h est définie sur $[-5; 8]$. Elle s'annule en -2 ; 0 ; et 5 et est positive pour tout x appartenant à $[-2; 5]$. Elle est négative sinon. Dresser le tableau de signes de cette fonction.

Exercice 3. A partir du tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

a. Donner les signes des nombres suivants : $f(5)$; $f(-2)$; $f(-7)$
b. Résoudre les inéquations suivantes
(A) $f(x) > 0$ (B) $f(x) \geq 0$
(C) $f(x) < 0$
c. Dans un repère, tracer une courbe pouvant représenter la fonction f

Objectif. Déterminer le signe d'une fonction affine.

Exercice 4.
Pour chaque fonction, donner le tableau de variations, et le tableau de signes.
a. $A(x) = 2x + 4$ b. $B(x) = 8x - 5$
c. $C(x) = -3x + 12$ d. $D(x) = -7x - 2$
e. $E(x) = -2x$ f. $F(x) = \frac{1}{2}x + 4$
g. $G(x) = x - \sqrt{2}$ h. $H(x) = \frac{5}{6}x + \frac{12}{7}$

Exercice 5.
a. Donner une expression possible pour la fonction f de tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

b. Même consigne

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Objectif. Déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient.

Exercice 6. Etudier le signe des fonctions suivantes.
a. $A(x) = x$ b. $B(x) = x^2$
c. $C(x) = x^4 + 1$ d. $D(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 7. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 4)(x + 2)$.
a. Etudier le signe de $3x - 4$ et de $x + 2$ pour $x \in \mathbb{R}$.
b. Dresser le tableau de signes de la fonction f
c. Représenter graphiquement f sur la calculatrice et vérifier le résultat précédent.

Exercice 8. Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.
a. $A(x) = (-2x + 3)(-3x - 5)$
b. $B(x) = (2x + 14)(6x + 24)$
c. $C(x) = (5x - 65)(7 - 2x)$
d. $D(x) = (-3x - 72)(-4x - 96)$
e. $E(x) = 3(x - 7)$
f. $F(x) = -2(2 + x)(3 - x)$

Exercice 9. Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.
a. $A(x) = \frac{x+2}{-x^3}$ b. $B(x) = \frac{2x+3}{6x-4}$
c. $C(x) = \frac{-3x-9}{-2x+7}$ d. $D(x) = \frac{x}{8-x}$
e. $E(x) = \frac{6}{-2x+1}$ f. $F(x) = \frac{x}{6-3x}$

Exercice 10. Étudier le signe des fonctions :

a. $A(x) = (x+6)^2 - 25$

b. $B(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$

c. $C(x) = \frac{x}{(x-6)(7x+8)}$

Objectif. Résoudre une équation ou une inéquation à l'aide d'une étude de signe

Exercice 11. f est une fonction dont voici le tableau de signes.

x	$-\infty$		-5		1		2
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(A) $f(x) = 0$ (B) $f(x) > 0$

(C) $f(x) \leq 0$ (D) $f(x) < 0$

Exercice 12.

a. Etudier le signe de $(x-2)(-2x+3)$ pour $x \in \mathbb{R}$

b. En déduire les solutions de l'inéquation :

(I): $(x-2)(-2x+3) > 0$

Exercice 13. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $3x + 5 > -2x + 10$ (C) $10x - 10 < x + 4$

(B) $(9x-1)(4-x) < 0$ (D) $x^2 - 9 < 0$

(E) $(3x+2)(4x-8) \geq 0$ (F) $3x^2 - 6x > 0$

Exercice 14. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $\frac{1}{4x+1} > 0$ (B) $-\frac{2x}{x+8} \leq 0$

(C) $\frac{x}{x+2} > 1$ (D) $\frac{x+2}{x-1} > \frac{x+1}{x}$

Exercice 15. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $x^2 > 16$ (B) $-2x^2 + 1 < 11$

(C) $\frac{1}{x} < 3$ (D) $\frac{1}{x} \geq \frac{2}{3}$

Exercice 16. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a. $a(x) = \frac{1}{x^2-4}$ b. $b(x) = \sqrt{5-x}$

c. $c(x) = \sqrt{x^2+1}$ d. $d(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$

e. $e(x) = \sqrt{-x^2+9}$ f. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

Objectif. Etudier la position relative de courbes

Exercice 17. On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2$ et $g(x) = -4x - 1$.

Soit C_f et C_g leurs courbes représentatives dans un repère.

a. Exprimer $f(x) - g(x)$ en fonction de $x \in \mathbb{R}$.

b. Factoriser $f(x) - g(x)$

c. En déduire que $f(x) \geq g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

d. Que peut-on en déduire concernant C_f et C_g ?

Exercice 18.

a. Démontrer que $x^2 - 6x - 7 = (x-3)^2 - 16$

b. Déterminer le signe de $T(x) = x^2 - 6x - 7$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 19. Déterminer la position relative des courbes des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ et $g(x) = x^3 - 3x^2 + 5x$.