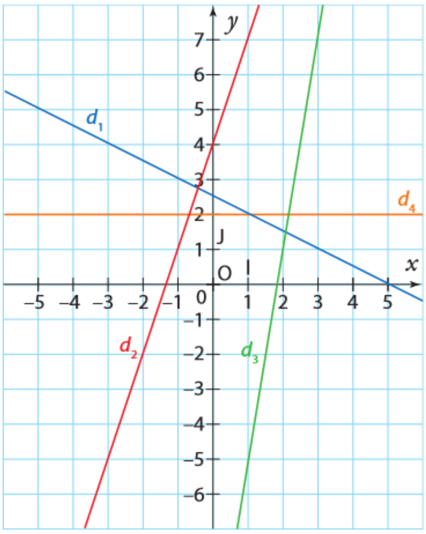
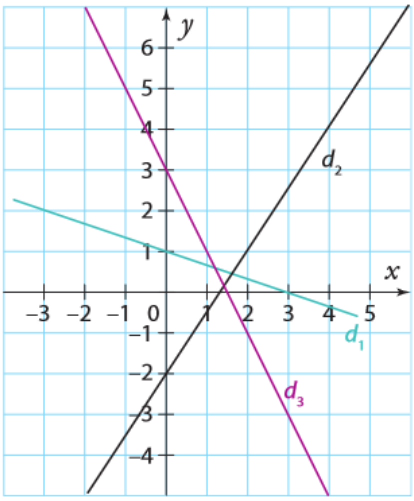
Objectif. Lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite.

Exercice 1. Pour chacune des droites représentées ci-dessous, donner à l'aide du graphique, son coefficient directeur.



Exercice 2. Même consigne.



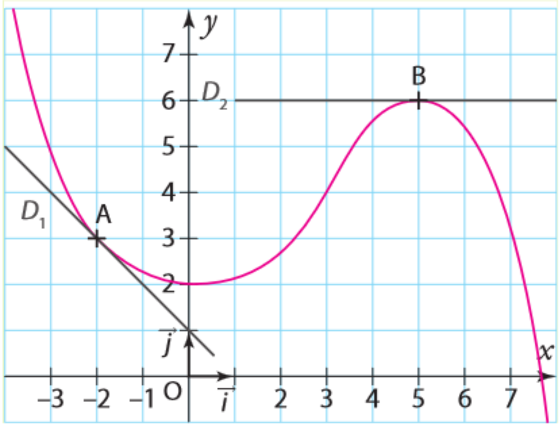
Objectif. Calculer le coefficient directeur d'une droite.

Exercice 3.

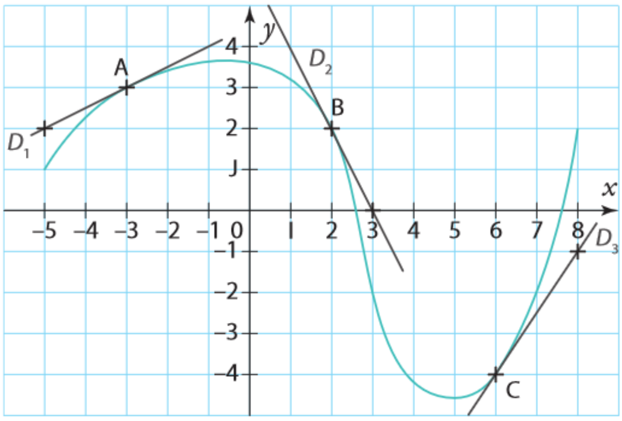
1. Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) passant par les points $A=(-2;1)$ et $B=(4;-2)$
2. Calculer le coefficient directeur de la droite (CD) passant par les points $C=(3;-4)$ et $D=(-1;-2)$
3. Calculer le coefficient directeur de la droite (EF) passant par les points $E=(0;-5)$ et $F=(-3;2)$.

Objectif. Déterminer un nombre dérivé par lecture graphique.

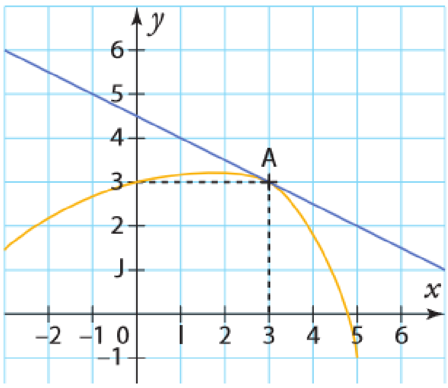
Exercice 4. Lire sur le graphique $f(-2)$, $f(5)$, $f'(-2)$ et $f'(5)$.



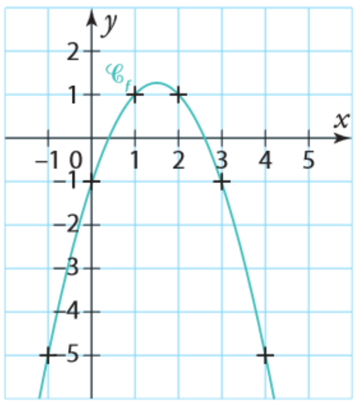
Exercice 5. Lire sur le graphique les valeurs de $f(-3)$, $f(2)$, $f(6)$ et $f'(-3)$, $f'(2)$, $f'(6)$.



Exercice 6. La courbe d'une fonction g définie sur $[-3;5]$ est représentée ci-contre. La tangente à cette courbe au point A d'abscisse 3 passe par le point de coordonnées $(-3;6)$. Que vaut $g(3)$? Que vaut $g'(3)$?



Exercice 7. Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(2)=-1$ et $f'(0)=2$. Soit C_f sa courbe dans le repère ci-dessous. Reproduire la courbe C_f (en plaçant quelques points importants et en respectant l'allure) et tracer la tangente à C_f au point d'abscisse 2 et la tangente à C_f au point d'abscisse 0.



Objectif. Calculer un taux de variation.

Exercice 8. Soit f la fonction définie par $f(x) = 32x^3 - 90x^2 + 100x$.
Un automobiliste a pu modéliser la distance parcourue (en kilomètres) en fonction du temps écoulé (en heures) d'un trajet de deux heures, par la fonction f.

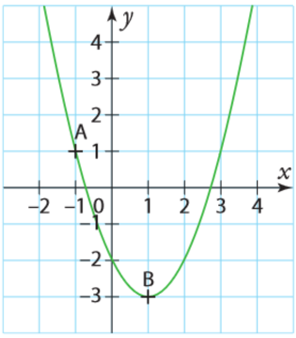
1. Quelle est la distance parcourue au bout des deux heures ?
2. Calculer sa vitesse moyenne.
3. Calculer la vitesse moyenne pour chaque demi-heure. Recopier et compléter le tableau.

	$[0; 0{,}5]$	$[0{,}5; 1]$	$[1; 1{,}5]$	$[1{,}5; 2]$
Vitesse moyenne				

Peut-on affirmer que l'automobiliste n'a jamais dépassé les 90 km/h ?

4. L'automobiliste a démarré son trajet à 10 h. On cherche à savoir à quelle vitesse roulait la voiture à 10 h 30 (c'est-à-dire une demi-heure après son départ). Pour cela, on va calculer la vitesse moyenne de la voiture entre l'instant 0,5 (correspondant à 10 h 30) et l'instant 0,5 + h (où h est un petit nombre positif), c'est-à-dire $\frac{f(0{,}5+h)-f(0{,}5)}{h}$
Calculer cette vitesse moyenne lorsque h = 0,01, puis lorsque h = 0,001. Vers quelle valeur semble tendre la vitesse moyenne lorsque h tend vers 0 ?

Exercice 9. La courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ passe par les points A et B. Quel est le taux de variation de f entre -1 et 1 ?



Exercice 10. Déterminer le taux de variation de f entre a et b pour où f, a, b sont définis par :

1. $f(x) = -5x + 8$; $a = 4$ et $b = 7$
2. $f(x) = x^3 - 3x$; $a = 1$ et $b = -\frac{1}{2}$
3. $f(x) = \frac{1}{x+1}$; $a = 1$ et $b = 3$
4. $f(x) = x^2 + 1$; $a = 2$ et $b = 2 + \sqrt{3}$

Objectif. Déterminer l'équation réduite d'une tangente.

Exercice 11. Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(2) = 5$ et $f'(2) = -1$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à sa courbe représentative C_f au point d'abscisse 2.

Exercice 12. Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(4) = -1$ et $f'(4) = 2$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 4.

Exercice 13. Soit une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-3) = 7$ et $f'(-3) = -4$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse -3.

Exercice 14. La courbe représentative d'une fonction f admet une tangente au point d'abscisse 1. Cette tangente a pour équation $y = -7x + 9$. Que vaut $f'(1)$? Que vaut $f(1)$?

Objectif. Déterminer un ensemble de définition

Exercice 15. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^2 + 3x + 1$
2. $f(x) = 5 + \frac{1}{x}$
3. $f(x) = x^2 - \frac{1}{x-3}$
4. $f(x) = \frac{1}{x^2+x-6}$
5. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$
6. $f(x) = \sqrt{x-3}$
7. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+6}}$

Objectif. Déterminer une fonction dérivée.

Exercice 16. Pour chaque fonction, déterminer l'ensemble de définition D_f, l'ensemble de dérivabilité $D_{f'}$, et la fonction dérivée f'.

1. $f(x) = x^4$
2. $f(x) = x^{12}$
3. $f(x) = x^{-1}$
4. $f(x) = x^{-3}$
5. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
6. $f(x) = \frac{1}{x^5}$
7. $f(x) = \sqrt{x}$
8. $f(x) = 5$

Exercice 17. Même consigne

1. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$
2. $f(x) = \frac{2}{7}x$
3. $f(x) = \frac{4}{x}$
4. $f(x) = 7x^3$
5. $f(x) = 3x + 5$
6. $f(x) = 8x^2 - 9$

Exercice 18. Même consigne

1. $f(x) = -2x^2 + 3x - 5$
2. $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{7}{9}x^3$
3. $f(x) = x^2\sqrt{x}$
4. $f(x) = \frac{1}{x}(9 - 6x)$
5. $f(x) = (x^5 + x^3)(x^2 - 4)$

Exercice 19. Même consigne

1. $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$
2. $f(x) = \frac{1}{2x+8}$
3. $f(x) = \frac{1-2x}{3x+3}$
4. $f(x) = \frac{3x-11}{x+1}$

Exercice 20. Même consigne

1. $f(x) = (3x-2)^{10}$
2. $f(x) = (-x+1)^{-3}$
3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{7x-1}}$

Exercice 21. Même consigne

a) $f(x) = 9x^4$
b) $f(x) = \frac{3}{4}x - 7$
c) $f(x) = \frac{x^3}{1-x}$
d) $f(x) = \frac{1}{x^2+10}$
e) $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$
f) $f(x) = 100 + \frac{1}{x}$
g) $f(x) = \frac{12-5x}{9x+2}$
h) $f(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{9}x^3 - \frac{11}{2}$
i) $f(x) = x^3(11 - 6x)$
j) $f(x) = -x^4 + 7x^3 - x$
k) $f(x) = \frac{25}{-10x+9}$
l) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x^4}$
m) $f(x) = \frac{9-6x}{x}$
n) $f(x) = \frac{2}{1-x}$
o) $f(x) = x\sqrt{x}$

Exercice 22. On appelle « dérivée seconde » et on note f'' la fonction dérivée de la fonction f' qui est elle-même la fonction dérivée de la fonction f. Calculer la dérivée seconde des fonctions suivantes.

a) $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 15x - 50$
b) $f(x) = \frac{3x-4}{-5x+7}$

Problèmes.

Exercice 23. Une entreprise produit chaque jour entre 1 tonne et 20 tonnes de peinture. Le coût de production de x tonnes de peinture, en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[1;20]$
par $C(x)=0{,}05x^2-0{,}1x+2{,}45$.
En 2018, elle a produit quotidiennement 10 tonnes de peinture. En économie, le coût marginal C_m représente l'augmentation du coût engendrée par la production d'une tonne supplémentaire. Ainsi pour x tonnes produites on a $C_m(x)=C(x+1)-C(x)$.
1. Calculer le coût marginal $C_m(10)$ pour une production de 10 tonnes, puis $C_m(11)$.
2. Les économistes considèrent que $C'(x)$ est une bonne approximation du coût marginal.
a) Justifier que la fonction C est dérivable sur $[1;20]$ et déterminer la fonction dérivée C'.
b) En déduire $C'(10)$ et $C'(11)$.
c) Comparer aux résultats de la question 1.

Exercice 24.
Un mobile se déplace sur un axe $[Ox)$ gradué en cm. On observe son déplacement pendant une durée de 6 secondes. Sa position sur l'axe est donnée, en fonction du temps t (en s), par la relation $x(t)=\frac{1}{3}t^3-3t^2+9t+2$. La vitesse du mobile sera exprimée en cm/s.
1. En quelle abscisse est positionné le mobile à l'instant t = 0 ? On l'appellera position initiale.
2. Au bout de 6 secondes, quelle est sa position finale ?
3. Quelle est la vitesse moyenne du mobile sur l'ensemble de son parcours ?
4. La vitesse instantanée $v(t)$ du mobile à un instant t donné correspond à la vitesse moyenne « limite » entre l'instant t et l'instant t + h lorsque h tend vers 0. Justifier que, pour tout réel t, $v(t)=x'(t)$. Quelle est sa vitesse instantanée à l'instant t = 4 ?
5. Le mobile s'est-il arrêté un court instant lors de son parcours ?

Exercice 25.
1. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de la forme $f: x\mapsto ax^3+bx^2+cx$.
a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a,b,c.
b) Sachant que la fonction dérivée f' est définie pour tout réel x par : $f'(x)=6x^2-5x+1$, en déduire les réels a,b,c.
2. Soit g une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, de la forme $g: x\mapsto ax^2+bx+c$.
a) Exprimer $g'(x)$ en fonction de a,b,c.
b) Sachant que la fonction dérivée g' est définie pour tout réel x par : $g'(x)=-4x+\frac{1}{2}$, en déduire les réels a et b.
c) Sachant que la courbe représentative de g passe par le point de coordonnées $(2;-9)$ en déduire la valeur de c.