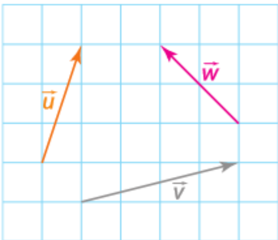
**Objectif.** Calculer avec des vecteurs.

**Exercice 1.** Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

1. Calculer $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $3\vec{u}$, $-4\vec{v}$
2. Calculer $2\vec{u} - \vec{v}$
3. Calculer $-5\vec{u} + 3\vec{v}$

**Exercice 2.** Reproduire la figure et construire les vecteurs suivants.



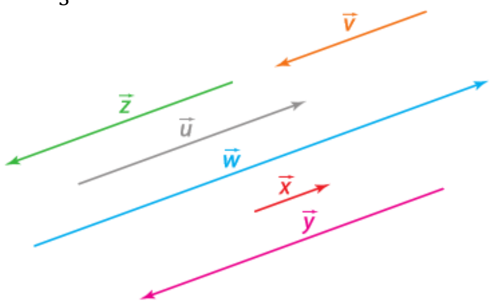

a) $\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} + \vec{w}$
c) $\vec{v} + \vec{w}$ d) $-\vec{v}$
e) $\vec{w} - \vec{u}$ f) $\vec{u} - \vec{v}$
2. Lire leurs coordonnées.

**Exercice 3.**

1. Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tracer $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2. Construire les vecteurs $2\vec{u}$, $-3\vec{v}$, $\frac{1}{3}\vec{u}$ et $\frac{3}{2}\vec{v}$
3. Calculer leurs coordonnées.
4. Les vérifier sur votre construction.

**Exercice 4.**

1. Attribuer à chaque vecteur $\frac{1}{3}\vec{u}$, $-\vec{u}$, $2\vec{u}$, $-\frac{2}{3}\vec{u}$, et $-\frac{4}{3}\vec{u}$ son représentant tracé ci-dessous.




**Exercice 5.**

1. Tracer $\vec{u}$ et $\vec{v}$ n'ayant pas la même direction.
2. Construire les vecteurs $2\vec{u}$, $2\vec{v}$, $\vec{u} + \vec{v}$.
3. Tracer $2(\vec{u} + \vec{v})$ et $2\vec{u} + 2\vec{v}$. Que voit-on ?

**Exercice 6.** Démontrer les formules suivantes :

1. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
2. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$
3. $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
4. $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
5. $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

**Objectif.** Représenter des vecteurs.

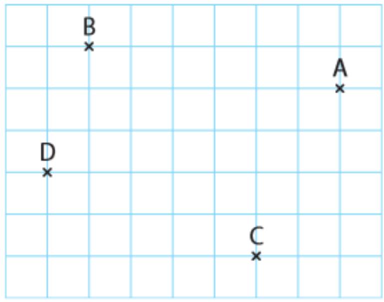
**Exercice 7.**

1. Construire un carré ABCD de centre O.
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$ b) $\vec{v} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}$
c) $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$

**Exercice 8.**

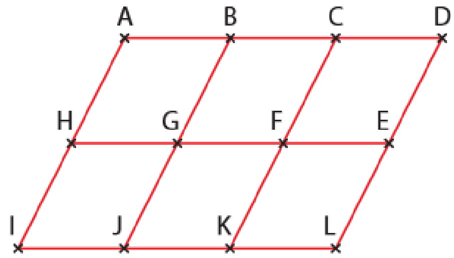
1. Reproduire la figure.
2. Construire un représentant de chacun des vecteurs suivants




a) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$
b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$
d) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}$
e) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB}$

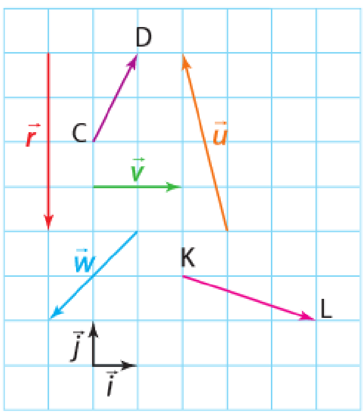
**Exercice 9.** La figure représente six parallélogrammes isométriques. En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

**a)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{KL}$
**b)** $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HF}$
**c)** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
**d)** $\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{BD}$
**e)** $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{CB}$
**f)** $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{HA}$



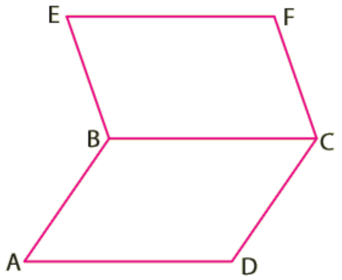

**Exercice 10.**
Soit $A = (1; 2)$, $B = (-2; 5)$, $C = (-3; -3)$.
Calculer les coordonnées des vecteurs
$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA}$ et $\vec{v} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

**Exercice 11.** Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{r}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{KL}$.



**Objectif.** Utiliser des égalités de vecteurs

**Exercice 12.** $BCDA$ et $BCFE$ sont deux parallélogrammes.




1. Démontrer que $ADFE$ est un parallélogramme.
2. G est le symétrique de C par rapport à B.

a) Citer 3 vecteurs égaux à $\overrightarrow{GB}$.

b) Donner deux autres parallélogrammes à l'aide des points de la figure.

**Exercice 13.** DEF est un triangle. G et H sont les images respectives de D et E par la translation de vecteur $\overrightarrow{FE}$.

1. Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{FE}$
2. Que peut-on dire du quadrilatère $EHGD$ ?
3. Que peut-on dire de $E$ pour le segment $[FH]$ ?

**Exercice 14.** $MNPQ$ est un trapèze tel que $\overrightarrow{QP} = 2\overrightarrow{MN}$. On note $R$ le milieu de $[QP]$.

1. Citer trois vecteurs égaux
2. Trouver deux parallélogrammes

**Exercice 15.** Placer trois points $A, B$ et $C$ distincts et non alignés.

1. Construire le point $D$ tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
2. Construire le point $E$ tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$
3. Que peut-on dire du point $C$ ? Justifier.

**Exercice 16.** $ABCD$ est un rectangle. Soit $I$ le point d'intersection de ses diagonales. $K$ et $J$ sont les symétriques respectifs de $I$ et $A$ par rapport à $D$.

1. Montrer que $AIJK$ est un parallélogramme
2. Citer tous les vecteurs égaux de cette figure
3. En déduire que $ICJK$ est un parallélogramme
4. Que peut-on dire des droites $(KI)$ et $(JC)$ ?

**Exercice 17.** Vrai ou faux. Donner un contre-exemple si c'est faux.

a) Si $ABCD$ est un parallélogramme, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

b) Si $AB = CD$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.

c) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ alors $A, B$ et $C$ sont alignés.

d) Si $AB = BC$ alors $B$ est le milieu de $[AC]$.

e) Si $(AD)$ // $(BC)$ alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

**Objectif.** Simplifier des expressions vectorielles

**Exercice 18.** Soit $A, B, C$ trois points du plan.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$
2. Démontrer que $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$
3. Démontrer la relation de Chasles

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

**Exercice 19.** Simplifier

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$
2. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$
3. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$
4. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$
5. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
6. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

**Exercice 20.** Recopier et compléter en utilisant la relation de Chasles

1. $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{...A} + \overrightarrow{A...}$
2. $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{...}$
3. $\overrightarrow{D...} + \overrightarrow{C...} = \overrightarrow{...B}$
4. $\overrightarrow{E...} + \overrightarrow{...E} = \overrightarrow{...}$
5. $\overrightarrow{A...} = \overrightarrow{A...} + \overrightarrow{B...} + \overrightarrow{CM}$
6. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{...} = \vec{0}$

**Exercice 21.** Simplifier $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$

**Exercice 22.** $EFGH$ est un parallélogramme de centre $O$.

1. Construire les points $S$ et $T$ tels que $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$ et $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OH}$
2. Démontrer que $\overrightarrow{OT} + \overrightarrow{OS} = \vec{0}$
3. Que peut-on en déduire ?

**Exercice 23.** Simplifier

$\vec{a} = -5\vec{u} + 2 \times 3\vec{u}$

$\vec{b} = 2\vec{u} - 5\vec{v} - 4\vec{u} + 2\vec{v}$

$\vec{c} = -12\vec{v} + \vec{u} - 3 \times 4\vec{v} - \vec{u}$

$\vec{d} = 2\vec{u} + 3\vec{v} - 2(5\vec{u} - 2\vec{v})$

**Exercice 24.**

Simplifier $\vec{u} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

**Objectif.** Déterminer la norme d'un vecteur.

**Exercice 25.** Calculer la norme des vecteurs suivants

a) $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

c) $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$ d) $\vec{m} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$

**Exercice 26.** Soit $M = (-2; -2)$, $N = (3; 1)$, $P = (0; 6)$ et $Q = (-5; 3)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$, en déduire la nature du quadrilatère $MNPQ$.
2. On note $c$ le côté du quadrilatère $MNPQ$
Calculer $c$ avec la norme d'un vecteur.
3. On note $d$ la diagonale du quadrilatère $MNPQ$
Calculer $d$ avec la norme d'un vecteur.
4. On remarque que $d = c\sqrt{2}$
Préciser la nature du quadrilatère $MNPQ$.

**Objectif.** Déterminer le milieu d'un segment

**Exercice 27.** Déterminer les coordonnées du milieu de $A = (3; 7)$ et $B = (-5; -9)$

**Exercice 28.** Soit $A = (5; -6)$, $B = (-2; 6)$. On appelle $C$ le milieu de $[AB]$.
Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

**Exercice 29.** On considère que $M$ est le milieu du segment $[AB]$ ssi $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
Soit $A, B, M$ trois points du plan.

1. Montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$
2. Montrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

**Objectif.** Résoudre des équations vectorielles.

**Exercice 30.** Soit $A = (-5; -2)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

1. Calculer les coordonnées du point $M$ tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$
2. Calculer les coordonnées du point $N$ tel que $\overrightarrow{AN} = \vec{u} - \vec{v}$

**Exercice 31.** Soit $B = (-4; 2)$, $C = (0; 3)$, $D = (1; -5)$. Calculer les coordonnées du point $E$ tel que $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC} - 5\overrightarrow{CD}$

**Exercice 32.** Soit $E = (-3; 2)$, $F = (1; -2)$ et $G = (-1; -5)$. Déterminer les coordonnées du point $H$ pour que $EFGH$ soit un parallélogramme.

**Objectif.** Etudier la colinéarité de vecteurs

**Exercice 33.** Soit $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$.

1. Calculer les déterminants des vecteurs suivants :

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ b) $\vec{v}$ et $\vec{w}$ c) $\vec{w}$ et $\vec{r}$

2. Quels sont les vecteurs colinéaires entre eux ?

**Exercice 34.**

1. Si $\vec{u} = 4\vec{v}$ et $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{w}$, montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.
2. Si $\vec{u} = 5\vec{v}$ et $\vec{v} = \frac{1}{3}\vec{w}$, montrer que $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires.

**Exercice 35.** Soit $A = (1; 2)$, $B = (3; 1)$, $C = (-4; 4)$ et $D = (6; -1)$.

1. Montrer que $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles
2. Les points $A, B$ et $C$ sont ils alignés ?

**Exercice 36.** Soit $K = (-3; 3)$, $L = (3; -6)$ et $M = (2; 0)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$.
2. Calculer leur déterminant.
3. Le point $K$ appartient-il à la droite $(LM)$ ?

**Exercice 37.** Soit $P = (-3; -1)$, $N = (0; 1)$ et $R = (3; 3)$. Les points $P$, $N$, et $R$ sont-ils alignés ?

**Exercice 38.** Dans chaque cas, dire si les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles.

1. $A = (-2; 1), B = (3; 4), C = (2; 2), D = (5; 4)$
2. $A = (2; 2), B = (5; 4), C = (1; 4), D = (-2; 2)$
3. $A = (3; 4), B = (5; 0), C = (0; 5), D = (3; 0)$

**Exercice 39.** Dans chaque cas, dire si le point $C$ appartient à la droite $(AB)$

1. $A = (2; 3)$, $B = (2; -1)$, $C = (2; 7)$
2. $A = (1; 4)$, $B = (-5; -4)$, $C = (4; 8)$
3. $A = (-3; 0)$, $B = (2; 3)$, $C = (4; 4)$

**Exercice 40.** Soit trois points $A, B, C$ distincts et non alignés. Les points $M$ et $N$ sont tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

1. A l'aide d'un repère judicieusement choisi, montrer que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.
2. Que peut-on en déduire sur $A, M$ et $N$ ?

**Exercice 41.** Dans un repère orthonormé, soit deux vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

1. Montrer que l'aire du parallélogramme formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est $|\det(\vec{u}\,; \vec{v})|$
2. Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}; \vec{v}) = 0$