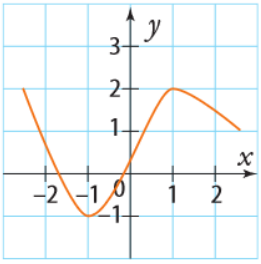
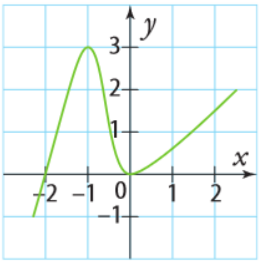
Objectif. Tableau de variation d'une fonction

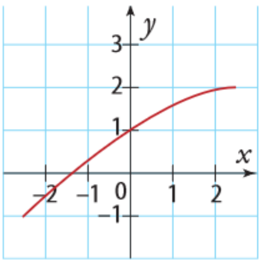
Exercice 1. Vrai ou Faux

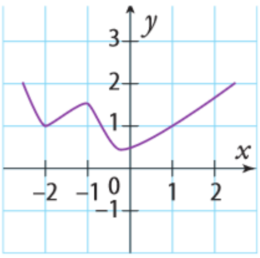
a. $3 \in [1 ; 5]$
b. $2 \in [4 ; 6]$
c. $1 \in]-2 ; 5[$
d. $5 \in [5 ; 6]$
e. $5 \in]5 ; 6]$
f. $2 \in [3 ; \infty[$
g. $4 \in [3 ; \infty[$

Exercice 2. Pour chaque fonction, donner l'ensemble de définition D_f (l'ensemble sur lequel la fonction f est définie), et établir le tableau de variations :

a)


b)


c)


d)


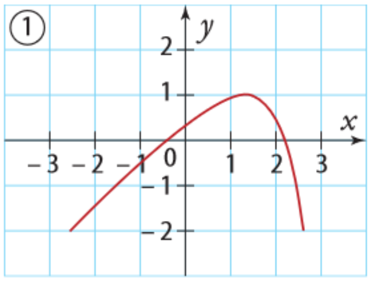
Exercice 3. Une fonction f est décroissante sur $]-\infty ; 4]$ et croissante sur $[4 ; +\infty[$. On sait de plus que $f(4) = -3$.
Dresser le tableau de variations de f.

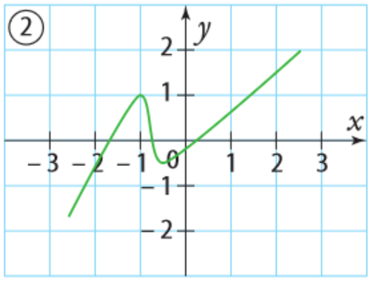
Exercice 4. g est une fonction dont le tableau de variations est le suivant :

x	-3		1		2		5
g	4	↘	3	↗	5	↘	-3

a. Donner le sens de variations de g sur $[2 ; 5]$.
b. En déduire quel est le nombre le plus grand entre $g(3)$ et $g(4)$.
c. Indiquer sur quel intervalle g est croissante.
d. Donner la liste des intervalles sur lesquels la fonction est décroissante.
e. g admet-elle un maximum ? Quelle est sa valeur et où est-il atteint ?
f. g admet-elle un minimum ? Quelle est sa valeur et où est-il atteint ?

Exercice 5. Pour chacune des courbes :
a. Déterminer la valeur du maximum.
b. Dresser le tableau de variations correspondant.





Objectif. Lire le maximum ou le minimum d'une fonction.

Exercice 6. Pour chaque tableau de variations :
a. Donner la liste des intervalles sur lesquels la fonction est croissante.
b. Donner la liste des intervalles sur lesquels la fonction est décroissante.
c. Déterminer si la fonction représentée admet un maximum et/ou un minimum avec les informations disponibles.

a)

x	$-\infty$		0		9
f		↘	8	↗	

b)

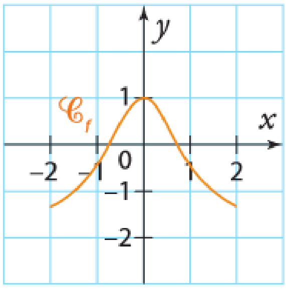
x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
g		↘	-10	↗	8	↘	

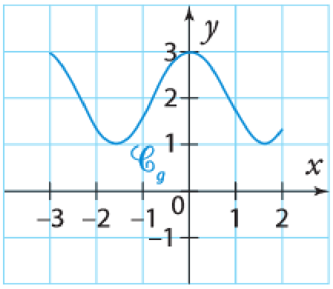
c)

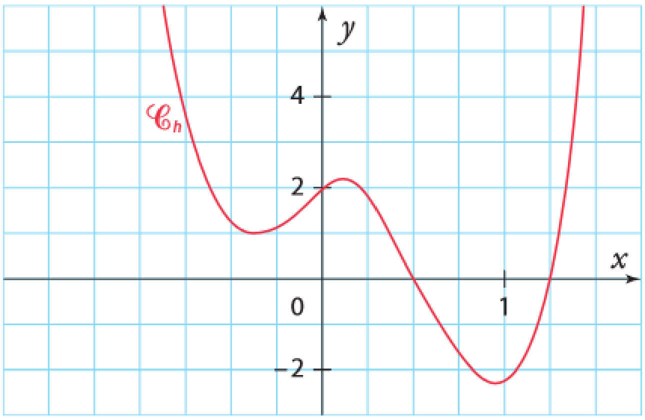
x	$-\infty$		-2		7		10
h		↗	0	↘	-30	↗	7

Objectif. Lire le signe d'une fonction

Exercice 7. Voici les courbes représentatives de trois fonctions f, g, h.







a. Dresser le tableau de signes de chaque fonction.

Exercice 8. Une fonction h est définie sur $[-5;8]$. Elle s'annule en -2 ; 0 ; et 5 et est positive pour tout x appartenant à $[-2;5]$. Elle est négative sinon. Dresser le tableau de signes de cette fonction.

Exercice 9. A partir du tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

a. Donner les signes des nombres suivants : $f(5)$; $f(-2)$; $f(-7)$

b. Résoudre les inéquations suivantes

(A) $f(x) > 0$ (B) $f(x) \geq 0$

(C) $f(x) < 0$

c. Dans un repère, tracer une courbe pouvant représenter la fonction f

Objectif. Déterminer le signe d'une fonction affine.

Exercice 10.

Pour chaque fonction, donner le tableau de variations, et le tableau de signes.

a. $A(x) = 2x + 4$ b. $B(x) = 8x - 5$

c. $C(x) = -3x + 12$ d. $D(x) = -7x - 2$

e. $E(x) = -2x$ f. $F(x) = \frac{1}{2}x + 4$

g. $G(x) = x - \sqrt{2}$ h. $H(x) = \frac{5}{6}x + \frac{12}{7}$

Exercice 11.

a. Donner une expression possible pour la fonction f de tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

b. Même consigne

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Objectif. Déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient.

Exercice 12. Etudier le signe des fonctions suivantes.

a. $A(x) = x$ b. $B(x) = x^2$

c. $C(x) = x^4 + 1$ d. $D(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 13. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x-4)(x+2)$.

a. Etudier le signe de $3x - 4$ et de $x + 2$ pour $x \in \mathbb{R}$.

b. Dresser le tableau de signes de la fonction f

c. Représenter graphiquement f sur la calculatrice et vérifier le résultat précédent.

Exercice 14. Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.

a. $A(x) = (-2x+3)(-3x-5)$

b. $B(x) = (2x+14)(6x+24)$

c. $C(x) = (5x-65)(7-2x)$

d. $D(x) = (-3x-72)(-4x-96)$

e. $E(x) = 3(x-7)$

f. $F(x) = -2(2+x)(3-x)$

Exercice 15. Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.

a. $A(x) = \frac{x+2}{-x^3}$ b. $B(x) = \frac{2x+3}{6x-4}$

c. $C(x) = \frac{-3x-9}{-2x+7}$ d. $D(x) = \frac{x}{8-x}$

e. $E(x) = \frac{6}{-2x+1}$ f. $F(x) = \frac{x}{6-3x}$

Exercice 16. Étudier le signe des fonctions :

a. $A(x) = (x+6)^2 - 25$

b. $B(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$

c. $C(x) = \frac{x}{(x-6)(7x+8)}$

Objectif. Résoudre une équation ou une inéquation à l'aide d'une étude de signe

Exercice 17. f est une fonction dont voici le tableau de signes.

x	$-\infty$		-5		1		2
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(A) $f(x) = 0$ (B) $f(x) > 0$
(C) $f(x) \leq 0$ (D) $f(x) < 0$

Exercice 18.
a. Etudier le signe de $(x-2)(-2x+3)$ pour $x \in \mathbb{R}$
b. En déduire les solutions de l'inéquation :
(I): $(x-2)(-2x+3) > 0$

Exercice 19. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $3x+5 > -2x+10$ (C) $10x-10 < x+4$
(B) $(9x-1)(4-x) < 0$ (D) $x^2-9 < 0$
(E) $(3x+2)(4x-8) \geq 0$ (F) $3x^2-6x > 0$

Exercice 20. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $\frac{1}{4x+1} > 0$ (B) $-\frac{2x}{x+8} \leq 0$
(C) $\frac{x}{x+2} > 1$ (D) $\frac{x+2}{x-1} > \frac{x+1}{x}$

Exercice 21. Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$.

(A) $x^2 > 16$ (B) $-2x^2+1 < 11$
(C) $\frac{1}{x} < 3$ (D) $\frac{1}{x} \geq \frac{2}{3}$

Exercice 22. Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a. $a(x) = \frac{1}{x^2-4}$ b. $b(x) = \sqrt{5-x}$
c. $c(x) = \sqrt{x^2+1}$ d. $d(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$
e. $e(x) = \sqrt{-x^2+9}$ f. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

Objectif. Etudier la position relative de courbes

Exercice 23. On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2$ et $g(x) = -4x-1$. Soit C_f et C_g leurs courbes représentatives dans un repère.
a. Exprimer $f(x) - g(x)$ en fonction de $x \in \mathbb{R}$.
b. Factoriser $f(x) - g(x)$
c. En déduire que $f(x) \geq g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
d. Que peut-on en déduire concernant C_f et C_g ?

Exercice 24.
a. Démontrer que $x^2-6x-7 = (x-3)^2-16$
b. Déterminer le signe de $T(x) = x^2-6x-7$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 25. Déterminer la position relative des courbes des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :
$f(x) = x^3+x^2+x+1$ et $g(x) = x^3-3x^2+5x$.