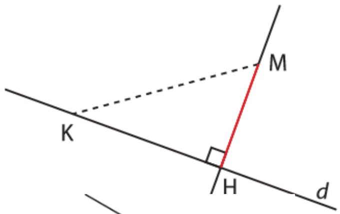
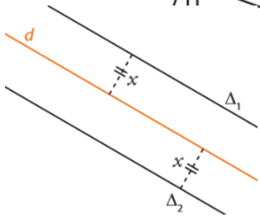
Repérages et problèmes de géométrie

Définition. On appelle **projeté orthogonal d'un point M sur une droite d**, le point H d'intersection de d avec la perpendiculaire à d passant par M, si $M \notin d$. Si $M \in d$, alors M est considéré comme son propre projeté orthogonal.



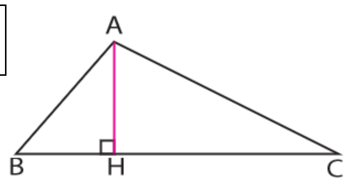
Définition. **La distance d'un point M à une droite d** est la longueur MH où H est le projeté orthogonal de M sur d. C'est la distance la plus courte entre le point M et un point de la droite d.



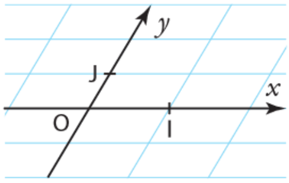
Propriété. L'ensemble des points à une distance fixée x d'une droite donnée d est composé des deux droites Δ_1 et Δ_2 parallèles à d situées de part et d'autre de d.

Définition. Dans un triangle ABC, **la hauteur issue de A** est la droite perpendiculaire à BC passant par A.

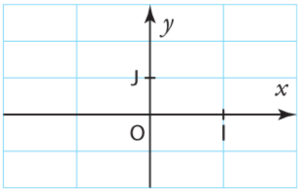
Propriété. La hauteur issue de A coupe le côté BC en H, le projeté orthogonal de A sur BC.



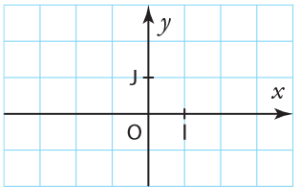
Définitions. On appelle **repère du plan** la donnée formée par trois points O, I, J distincts et non alignés.
O a pour coordonnées $(0;0)$, I a pour coordonnées $(1;0)$, J a pour coordonnées $(0;1)$.
O est **l'origine**, (OI) est **l'axe des abscisses**, (OJ) est **l'axe des ordonnées**.
Le plus souvent on considère un repère d'un des types suivants :



Si $(OI) \perp (OJ)$, le **repère est orthogonal**.



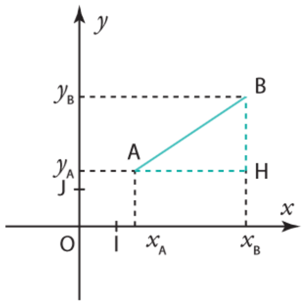
Si de plus $OI = OJ = 1$, le **repère est orthonormé**.



Propriété. (Distance). Dans un repère <u>orthonormé</u>, la longueur AB d'un segment $[AB]$ où $A = (x_A\,;y_A)$ et $B = (x_B\,;y_B)$ est donnée par $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple. Soit $A = (3;-2)$ et $B = (-1;-4)$ dans un repère orthonormé.

Alors $AB = \sqrt{\big((-1)-(3)\big)^2 + \big((-4)-(-2)\big)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$



Propriété (coordonnées du milieu d'un segment). Dans un repère, le milieu d'un segment $[AB]$ a pour coordonnées : $\left(\frac{x_A+y_A}{2};\frac{x_B+y_B}{2}\right)$

Exemple. Le milieu du segment $[AB]$ où $A = (3;-1)$ et $B = (-2;5)$ est le point $\left(\frac{(3)+(-2)}{2};\frac{(-1)+(5)}{2}\right)$ soit $\left(\frac{1}{2};2\right)$.