

Développer et factoriser – 1

A. Développer une expression littérale

i. Développer un terme sur une parenthèse

Méthode. Quand un terme est multiplié par une parenthèse contenant des + ou –, on peut distribuer sur chaque terme dans la parenthèse.

Exemple. Développer $A = 5(a + b)$

$$A = 5(a + b) = (5 \times a + 5 \times b) = 5a + 5b \quad \text{5 fois (un abricot et un brugnon), c'est (5 abricots et 5 brugnon)}$$

Exemple. Développer $B = -3a(b + 2a - 2)$

$$B = (-3a \times b - 3a \times 2a - 3a \times -2) = -3ab - 6a^2 + 6a$$

Exemple. Développer $C = -5x(-y + 2x - 4)$

$$C =$$

Méthode. Un – seul devant une parenthèse, est synonyme de –1. Il faut inverser tous les signes dans la parenthèse.

Exemple. Développer $D = -(-y^2 + 5y - 3)$

$$D =$$

Exercice A1. Développer et simplifier :

$$A = 3x(x + 5) =$$

$$B = -(4 - 5x + 7y) =$$

$$C = 5x(3 - 2x) + 6x^2 =$$

$$D = 2x^2(x + 6) - 3x(x + 4) =$$

ii. Développer une double parenthèse.

Méthode. Quand on multiplie 2 parenthèses contenant des + ou –, on peut distribuer chaque terme sur chaque terme.

Exemple. Développer $A = (2 - 5b)(b - 3a + 4)$

$$\begin{aligned} A &= (2 \times b + 2 \times -3a + 2 \times 4 - 5b \times b - 5b \times -3a - 5b \times 4) = 2b - 6a + 8 - 5b^2 + 15ba - 20b \\ &= -5b^2 + 15ab - 6a - 18b + 8 \end{aligned}$$

Exemple. Développer $B = (-2x + 3y)(-5x + y)$

$$B =$$

Exemple. Développer $C = -(3x + 4)(2x - 3)$

$$C =$$

Développer et factoriser – 2

Exercice A2. Développer et simplifier :

$$A = (7x - 3)(-2x + 5) =$$

$$B = (x^2 - 2)(5x - 1) =$$

$$C = (x - y)(y - x - 2) =$$

iii. **Développer avec une identité remarquable.**

Propriété. Certains cas fréquents se simplifient toujours, il est bon de les connaître pour développer plus rapidement.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Attention à ne pas oublier les parenthèses quand on calcule a^2 ou b^2

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exercice A3. Développer et simplifier :

$$A = (6 - x)^2 =$$

$$B = (4x + 3)^2 =$$

$$C = (2x + 1)(2x - 1) =$$

$$D = (5 + 3x)^2 - (3x - 2)^2 =$$

Exercice A4.

1) Démontrer que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) Démontrer que : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2) Démontrer que : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

B. Factoriser une expression littérale

Méthode. Pour factoriser un terme commun à plusieurs produits séparés par des + ou – :

- On identifie le **terme commun** à chaque produit. (On peut souligner)
- On entoure l'expression avec des parenthèses et on met le terme commun devant ; puis on divise chaque produit de l'expression par le terme commun.
- On simplifie chaque terme dans la parenthèse.

Factoriser x dans $A = 3x + 8bx - 9xy$

$$\begin{aligned} A &= 3\underline{x} + 8b\underline{x} - 9\underline{x}y \\ &= \underline{x} \left(\frac{3\underline{x}}{\underline{x}} + \frac{8b\underline{x}}{\underline{x}} - \frac{9\underline{x}y}{\underline{x}} \right) \\ &= \underline{x}(3 + 8b - 9y) \end{aligned}$$

Remarque.

- Après factorisation, on peut vérifier mentalement que si on redéveloppait, on retrouverait bien l'expression de départ.

Exemple. Factoriser $3y$ dans $B = 3yz - 6xy + 12y^2$

$$B =$$

Exemple. Factoriser $(2x - 3)$ dans $C = (2x - 3)(x + 1) + (4x - 6) + (2x^2 - 3x)$

$$C =$$

Exercice B2. Identifier un facteur commun, puis factoriser par ce facteur.

$$A(x) = 4x^2 - 7x =$$

$$B(y) = 3y^3 - 5y^2 + 8y =$$

$$C(z) = 2z + 6z^3 =$$

$$D(a) = 3a - 15 =$$

Exercice B3. Souligner un facteur commun, puis factoriser par ce facteur.

$$A(x) = (2x + 3)(24x - 3) + (2x + 3)(-22x + 5) =$$

$$B(x) = (15x + 7)(3 - x) + (12x + 5)(15x + 7) =$$

$$C(x) = (7x - 26)(11x + 8) - (7x - 26)(12x + 4) =$$

$$D(t) = (13t + 5)(-5t + 2) - (8t - 15)(13t + 5) =$$

Exercice B4. Factoriser en utilisant la troisième identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$A(x) = x^2 - 16 =$$

$$B(x) = (x + 1)^2 - 9 =$$

$$C(x) = (3y + 1)^2 - 4y^2 =$$