A. Comprendre la définition d'une fonction.

Exemple.

$$f: [-5; 7] \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto 3x + 5$$

• f est la **fonction** qui à chaque nombre x associe le nombre $3x + 5$. On écrit : $f(x) = 3x + 5$

  • Par exemple f envoie le nombre 1 sur le nombre $3(1) + 5 = 8$. On écrit : $f(1) = 8$

  • Par exemple f envoie le nombre -2 sur le nombre $3(-2) + 5 = -6 + 5 = -1$. On écrit : $f(-2) = -1$

• Le nombre x choisi est la **variable** (ou l'**entrée**). La variable doit être choisie dans **l'ensemble de définition** $[-5; 7]$.

• $f(x)$ c'est-à-dire $3x + 5$, est **l'image** de x par f (ou la **sortie**). L'image doit se situer dans **l'ensemble d'arrivée** $\mathbb{R}$.

Exemple. Soit la fonction définie sur $[3; 5]$ par $g(x) = 5x + 8$. Donner la définition formelle de g.

$g: [3\,; 5] \to \mathbb{R}$
$x \mapsto 5x + 8$

Exemple. Soit la fonction h qui à tout nombre réel x associe $x^2 + 2x - 1$. Donner la définition formelle de h.

Exemple. Soit la fonction f qui envoie tout nombre réel positif sur son triple. Donner la définition formelle de f.

B. Déterminer l'image, par le calcul.

Méthode. Il suffit de remplacer la variable par la valeur souhaitée dans la définition. (Ne pas oublier les parenthèses)

Exemple. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -8x + 3$. Déterminer l'image de -5 par la fonction f.

$f(-5) = -8(-5) + 3 = 40 + 3 = 43.$ $f(-5) = 43.$ L'image de -5 par f est 43.

• Chercher l'image d'un nombre, c'est chercher la sortie connaissant l'entrée.

Exemple. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (2 - 3x)^2$. Déterminer l'image de 4 par la fonction g.

• L'image d'un certain nombre par une fonction est toujours unique.

Exemple. Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 2x^2 - 10$. Calculer $h(-3)$.

Exercice B1. Calculer

1) Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 3$. Calculer $f(0) =$

2) Soit g définie sur $]0\,; \infty[$ par $g(x) = 5 + \frac{3}{x}$. Déterminer l'image de -2 par g : $g(-2) =$

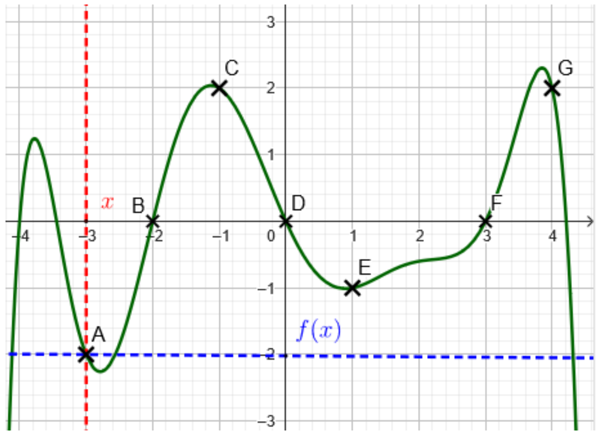
3) Soit h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x^2 - x)^2$. Calculer $h(3) =$

4) Soit i définie sur $\mathbb{R}$ par $i(x) = (2 - x)^3$. Calculer $i(-1) =$

C. Interpréter un point situé sur la courbe d'une fonction.

Définition. La **courbe représentative d'une fonction** f est l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;f(x))$.
x varie dans l'ensemble de définition.

Pour chaque point *situé sur la courbe* :
- L'abscisse souvent notée x, lue sur l'axe horizontal, représente l'entrée
- L'ordonnée y, lue sur l'axe vertical, est l'image correspondante $f(x)$.
- On a $y = f(x)$



Exemple. Quelle égalité peut-on écrire en regardant le point A ?

A a pour coordonnées $(-3; -2)$ donc $f(-3) = -2$.

Exemples. Quelle égalité peut-on écrire en regardant :
Le point C :
Le point D :
Le point E :
Le point G :

Méthode. Pour tester si un point $(x; y)$ est sur la courbe d'une fonction f, on vérifie si $f(x) = y$.

Exemple. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{4}{x} - 2x$. Le point $A = (-1; 2)$ est-il sur la courbe de g ?

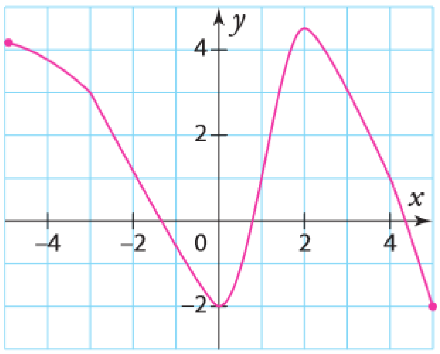
$g(-1) = \frac{4}{(-1)} - 2(-1) = -4 + 2 = -2$. Donc $g(-1) \neq 2$. Donc A n'appartient pas à la courbe de g.

Exercice C1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 2$. Déterminer si les points suivants appartiennent à la courbe de f.
$A = (0; 2)$:
$B = (1; 2)$:
$C = (-2; 16)$:

D. Déterminer l'image, par lecture graphique.

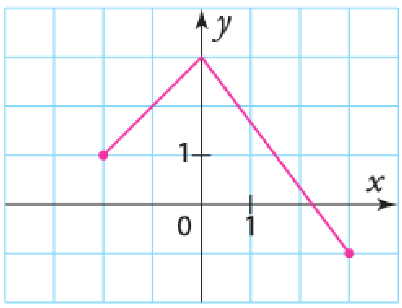
Méthode. Pour trouver graphiquement l'image $f(k)$ d'un nombre k par une fonction f dont la courbe est tracée :
- On se place à l'abscisse $x = k$ sur l'axe horizontal.
- Par balayage visuel vertical, on repère <u>le</u> point de la courbe de f qui correspond à cette abscisse.
- Par balayage horizontal, on repère l'ordonnée y de ce point, sur l'axe vertical. Cette ordonnée est <u>l'</u>image $f(k)$.

Exemple. Voici la courbe d'une fonction f définie sur $[-5; 5]$.
Déterminer graphiquement les images suivantes :



$f(3) =$
$f(-2) =$
$f(4) =$
$f(0) =$

Exercice D1. Voici la courbe d'une fonction g définie sur $[-2; 3]$.
Déterminer graphiquement $g(0)$:
Déterminer graphiquement l'image de -2 par g :
Déterminer graphiquement l'image de 3 par g :
Déterminer graphiquement $g(1)$:

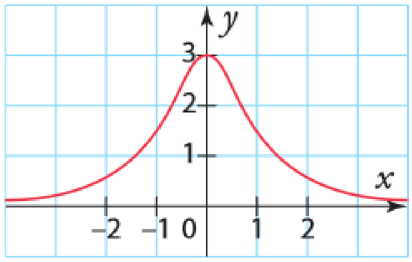


E. Trouver les antécédents, par lecture graphique.

Méthode. Pour trouver graphiquement les antécédents d'un nombre k par une fonction f dont la courbe est tracée :

- On se place à l'ordonnée $y = k$ sur l'axe vertical.
- Par balayage visuel horizontal, on repère le ou les point(s) de la courbe de f à cette ordonnée y.
- On repère l'abscisse de chaque point trouvé, sur l'axe horizontal. Chaque abscisse est un antécédent.

Exercice E1. Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:



Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 1 par f :

Par lecture graphique, les antécédents de 1 par f sont   et

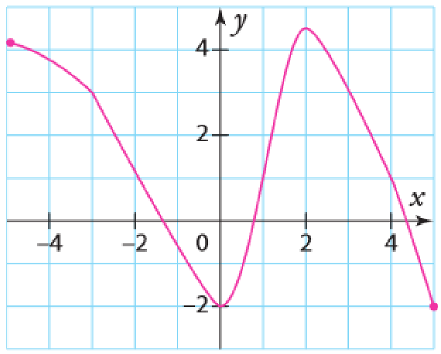
Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 0,5 par f :

Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de 3 par f :

F. Résoudre une équation simple, de la forme $f(x) = k$ par lecture graphique.

Méthode. Résoudre une équation de la forme $f(x) = k$ d'inconnue x, revient à chercher les antécédents de k par f.

Exercice F1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les équations :



(A) : $f(x) = 1$

Par lecture graphique, les antécédents de 1 par f sont $-2; 1; 4$.
L'ensemble des solutions de (A) est $\{-2; 1; 4\}$.

(B) : $f(x) = 4$

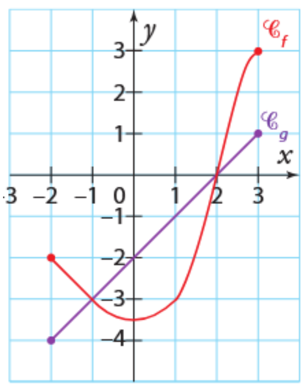
(C) : $f(x) = -3$

(D) : $f(x) = -2$

G. Résoudre une équation entre deux fonctions, de la forme $f(x) = g(x)$ par lecture graphique.

Méthode. Pour résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = g(x)$ où les courbes de f et g sont tracées :

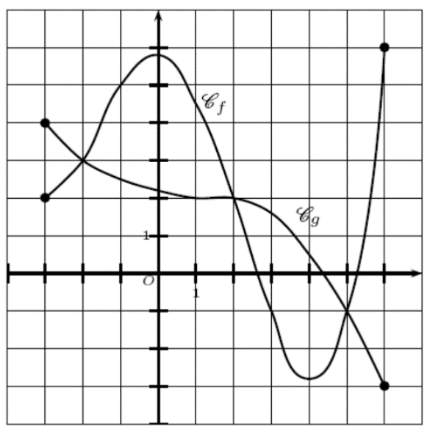
- On cherche le ou les points d'intersection entre les courbes de f et g.
- On repère l'abscisse de chaque point d'intersection, sur l'axe horizontal. Chaque abscisse est une solution.



Exercice G1. Résoudre l'équation (E) : $f(x) = g(x)$ à partir du graphe à gauche :

Les points d'intersection entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont $(2; 0)$ et $(-1; -3)$.
Les abscisses de ces points d'intersection sont $x =$ et $x =$
L'ensemble des solutions de (E) est $S_E = \{$

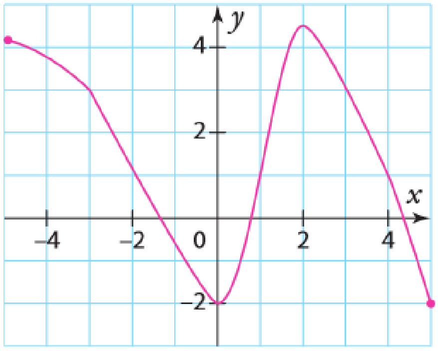
Exercice G2. Résoudre l'équation (F) : $f(x) = g(x)$ à partir du graphe à droite :



H. Résoudre une inéquation simple par lecture graphique.

Méthode. Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple $f(x) < k$
- On trace la droite horizontale Δ à l'ordonnée $y = k$ sur l'axe vertical.
- On repère les points d'intersections entre la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite Δ.
- On repère les abscisses des points qui délimitent chaque zone où C_f est en dessous de Δ.
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union (∪) d'intervalles.

Exercice H1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les inéquations :



(A) : $f(x) < 1$

Par lecture graphique, C_f intersecte la droite $y = 1$ en $x =$

C_f est en dessous de la droite entre $x =$ et $x =$, puis entre $x =$ et $x =$

Puisque l'inégalité $<$ est stricte, les intervalles ont des crochets ouverts.

C_f est en dessous de la droite $y = 1$ sur] ; [puis sur] ;].

L'ensemble des solutions de (A) est $S_A =$

(B) : $f(x) \geq 4$

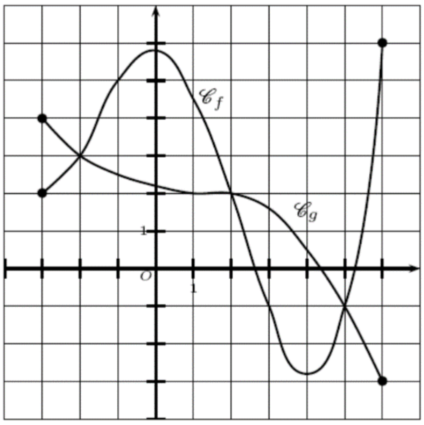
(C) : $f(x) < -3$

(D) : $f(x) \geq -2$

I. Résoudre une inéquation entre deux fonctions par lecture graphique.

Méthode. Pour résoudre graphiquement une inéquation simple, par exemple $f(x) \geq g(x)$
- On repère les points d'intersections entre la courbe $\mathcal{C}_f$ et la droite C_g.
- On repère les abscisses des points qui délimitent chaque zone où C_f est au-dessus de C_g.
- On donne la solution sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles.

Exercice I1. A partir de la courbe de f ci-contre, résoudre les inéquations



(A) : $f(x) > g(x)$

(B) : $f(x) \leq g(x)$

J. <u>Problèmes.</u>