Puissances - 1

Simplifier des puissances A.

$$\mathbf{u}^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{}$$

On dit « a puissance n ».

Par exemple
$$a^3 = a \times a \times a = aaa$$

$$a^{n} = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{\substack{n \text{ fois} \\ \frac{1}{a \times a \times ... \times a}}} = \frac{1}{a^{n}}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Propriété.

$$\overline{a^n a^m = a^{n+m}}$$

• Pour simplifier le *produit* de puissances d'un *même* réel, on *ajoute* les exposants.

Exemples.

Simplifier
$$3^2 \times 3^4$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

Simplifier
$$3^2 \times 3^4$$
. $3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
Simplifier $5^2 \times 5^3 \times 5^{-1}$. $5^2 \times 5^3 \times 5^{-1} =$

$$5^2 \times 5^3 \times 5^{-1} =$$

Simplifier
$$x^3 \times x^6$$

Propriétés.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

• Pour simplifier un signe – dans l'exposant d'une puissance, on prend l'inverse.

Simplifier
$$5^{-7}$$
.

$$5^{-7} = \frac{1}{5^7}$$

Simplifier $\frac{1}{r-3}$.

$$\frac{1}{5^{-3}} = 5^3$$

Simplifier
$$7^{-3}$$
.

Propriété.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

• Pour simplifier le quotient de puissances d'un même réel, on soustrait les exposants.

Exemples.

Simplifier
$$\frac{3^5}{3^7}$$
.

$$\frac{3^5}{3^7} = 3^{5-7} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{6^5}{6^{-3}} =$$

Simplifier
$$\frac{6^5}{6^{-3}}$$
.

$$\frac{6^5}{6^{-3}} =$$

Simplifier
$$\frac{x^3x^5}{x^{-2}}$$

Propriété.

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

• Pour simplifier la *puissance* d'une puissance, on *multiplie* les exposants. **Exemples.** Simplifier $(4^3)^{-5}$. $(4^3)^{-5} = 4^{3 \times (-5)} = 4^{-15} = \frac{1}{4^{15}}$

Simplifier
$$(4^3)^{-5}$$

$$(4^3)^{-5} = 4^{3 \times (-5)} = 4^{-15} = \frac{1}{12}$$

Simplifier
$$(3^5)^4 =$$

Propriété.

$$(ab)^n = a^n b^n$$

• Pour simplifier la puissance d'un produit, on distribue la puissance sur chaque terme.

Exemples.

Simplifier
$$(5 \times 2)^3$$
.

$$(5 \times 2)^3 = 5^3 2^3$$

Simplifier
$$(3 \times 7)^4$$
. $(3 \times 7)^4 =$

$$(3 \times 7)^4 =$$

Simplifier
$$\frac{(3a)^2}{a^4}$$

Propriété.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n} \qquad (\operatorname{car} 1^n = 1)$$

• Pour simplifier la puissance d'un quotient, on distribue la puissance en haut et en bas.

Exemples.

Simplifier
$$\left(\frac{5}{2}\right)^3$$
.

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3}$$

Simplifier
$$\left(\frac{2\times 3}{5}\right)^5$$
. $\left(\frac{2\times 3}{5}\right)^5 =$

$$\left(\frac{2\times3}{2}\right)^5 =$$

Simplifier
$$\left(\frac{2x}{y}\right)^3 \times \left(\frac{y}{2x}\right)^4$$

Propriété.

$$(-a)^n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \text{ est pair} \\ -a^n & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Exemple.

$$(-5)^6 =$$

$$(-2x)^3 =$$

Puissances - 2

Exercice A1. Simplifier

$$A = 5^2 \times 5^4 =$$

$$B = 6^5 \times 6^{-8} =$$

$$C = (5 \times x)^4 =$$

$$D = (-4) \times (-4)^{-7} =$$

Exercice A2. Simplifier

$$A = \frac{3^8}{3^{-4}} =$$

$$B = \frac{4^6}{4^2} =$$

$$C = \left(\frac{-4}{3b}\right)^4 =$$

$$D = \frac{(5 \times 2 \times x)^{-3}}{(-2)^4} =$$

Exercice A3. Simplifier

$$A = ((-3,7)^{-2})^5 =$$

$$B = ((5,6)^{-4})^{-2} =$$

$$C = (-a)^{10} =$$

$$D = (-3x)^{11} =$$

Exercice A4. Simplifier

$$A = 6^{12} \times 6^{-10} =$$

$$B = \left(\frac{-5}{5^3}\right)^4 =$$

$$C = (7^{13} \times 7^{-9})^2 =$$

$$D = \frac{\left((-3)^4\right)^{-2} \times (-3)}{(-3)^{-3}} =$$