Fonction exponentielle

**Propriété (admise).** Il existe une unique fonction dérivable sur ℝ telle que et

**Définition**. Cette fonction est appelée **fonction exponentielle**. On la note **.** Sa courbe représentative est représentée ci-contre

**Propriétés.**  est dérivable sur . La dérivée de l’exponentielle est elle-même.

**Notation exponentielle.** Les propriétés de l’exponentielle sont similaires à celles des puissances. Pour cette raison on préfère la notation plus compacte que .

|  |
| --- |
| **Définition.** Pour tout , on note |

**Définition.** Le nombre est l’image de 1 par la fonction exponentielle.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Hypothèse.** Soit .    **Propriété**.  **Exemple**. Simplifier   |  | | --- | | **Propriété**. |   **Exemple**. Simplifier    **Remarque**.   |  | | --- | | **Propriété**. |   **Exemple**. Simplifier   |  | | --- | | **Propriété**. |   **Exemple**. Simplifier | |  | | --- | | **Propriété.**  plus généralement |   **Exemple**. Simplifier   |  | | --- | | **Propriété.** |   **Preuve**. car un carré est . De plus, s’il existait tel que , on aurait . Absurde, donc .   |  | | --- | | **Propriété**. est strictement croissante sur ℝ. |  |  | | --- | | **Propriété**. |   **Exemple**. Résoudre l’équation   |  | | --- | | **Propriété**. |   **Exemple**. Résoudre l’inéquation |

**Propriété.**  Si est dérivable sur , alors est dérivable sur et :

**Exemple**. Soit définie sur par . Alors pour tout

**Propriétés.** Variations d’une fonction exponentielle paramétrée par

Si , est strictement décroissante sur .  
Si , est strictement croissante sur

**Remarque**. A quoi sert la fonction exponentielle ? C’est une solution particulière de l’équation différentielle "  ". Les solutions d’une équation différentielle plus générale de la forme "  " où sont des constantes, peuvent s’écrire à l’aide de la fonction exponentielle. On rencontre ce type d’équations différentielles en physique, en économie, en biologie, … Pour savoir manipuler leurs solutions, il suffit de savoir manipuler la fonction .