**Exercices. Fonction exponentielle**

**Objectif.** Calculer avec la fonction exponentielle

1. Simplifier les expressions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Simplifier les expressions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Simplifier les expressions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Développer les expressions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Factoriser les expressions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Objectif.** Résoudre des équations ou inéquations avec la fonction exponentielle

1. Résoudre dans les équations suivantes

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Résoudre dans les équations suivantes

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Résoudre dans les inéquations suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Résoudre dans les inéquations suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Etudier le signe des expressions suivantes sur .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Objectif.** Calcul de dérivées et étude de variations.

1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Etudier les variations des fonctions suivantes sur .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Etudier les variations des fonctions suivantes sur .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. On considère la fonction définie sur par et sa courbe représentative dans un repère.
   1. Déterminer une expression de
   2. Déterminer les variations de
2. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de avec les axes du repère.
3. Etudier le sens de variations de dans chaque cas suivant :
   1. pour tout
   2. pour tout
   3. et pour tout
   4. et pour tout
4. Simplifier les sommes suivantes
   1. où
   2. où   
       **Objectif.** Modéliser avec la fonction exponentielle
5. Après administration d’un médicament à un patient, on modélise la concentration (en microgramme par litre) de son principe actif dans le sang par une fonction f définie par : où correspond au temps en heure après  
   l’administration.
   1. Déterminer la concentration initiale.
   2. Déterminer la concentration au bout de deux heures.
   3. Estimer au bout de combien de temps la concentration aura diminué de moitié.
6. Le tableau suivant indique la population de la Belgique en 1831 et en 1866

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Année |  |  |
| Population (en milliers) |  |  |

Manquant de données, on souhaite estimer la population de la Belgique au XIXe siècle en s’appuyant sur ces deux dates. On souhaite modéliser la population (en milliers) de la Belgique l’année par une suite de la forme où et sont deux constantes réelles.

* 1. Donner les deux équations que doivent vérifier et .
  2. En déduire la valeur de .
  3. Déterminer à l’aide de la calculatrice une valeur approchée de à près.
  4. Dans la suite de l’exercice, on prendra
     1. Déterminer une estimation de la population en selon ce modèle
     2. Toujours selon ce modèle, déterminer en quelle année la population de la Belgique dépasserait les 10 millions d’habitants.
     3. Une étude statistique estime la population de la Belgique en 1900 à milliers. Déterminer l’erreur en pourcentage de l’estimation obtenue avec ce modèle.

1. Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 300 et 1 300. On suppose que toute la production est commercialisée. Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d’euros, réalisé pour la production et la vente de centaines de toboggans est modélisé sur l’intervalle par la fonction définie par
   1. Déterminer le nombre de toboggans que l’usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l’euro.
   2. Pour être rentable, l’usine doit avoir un bénéfice positif. Déterminer le nombre minimum et le nombre maximum de toboggans que l’usine doit fabriquer en un mois pour qu’elle soit rentable. Justifier la réponse.

**Objectif.** Démonstrations

1. But : Montrer que pour tout   
   On pose pour tout .
   1. Calculer pour tout .
   2. En déduire que est constante sur .
   3. Calculer
   4. En déduire que pour tout
   5. Conclure.
2. L’exponentielle ne s’annule jamais.

Supposons qu’il existe , tel que .

* 1. Montrer que
  2. Montrer que . Conclure.

1. Unicité de l’exponentielle  
   Soit dérivable t.q. et   
   Soit dérivable t.q. et   
   Le but est de montrer que
   1. On pose (possible car ne s’annule jamais d’après les exercices précédents)
   2. Calculer et montrer que est constante.
   3. Calculer et conclure.