1. **Déterminer les coefficients d’une équation cartésienne**

**Définition**. Une **équation cartésienne** est une équation à 2 variables de la forme

**Exemple**. Mettre l’équation sous forme cartésienne et préciser ses coefficients .

Donc   ;   ;

* + 1. Mettre chaque équation sous forme cartésienne et préciser ses coefficients .

1. **Identifier le type d’une droite à partir d’une équation cartésienne**

**Propriété**. Une équation à deux variables, représente *une droite* si et seulement si :   
Elle peut être simplifiée en une équation cartésienne de la forme avec *ou*

**Méthode**. Pour identifier le lieu géométrique d’une équation linéaire :  
• On la simplifie sous forme cartésienne , puis on détermine les coefficients .  
• Si  et  : (l’équation contient et ) Alors : L’équation représente une droite oblique.  
• Si  et  : (l’équation contient mais pas ) Alors : L’équation représente une droite horizontale.  
• Si  et  : (l’équation contient mais pas ) Alors : L’équation représente une droite verticale.

• Si  et  : (l’équation ne contient ni , ni ) Alors : L’équation ne représente pas une droite.

* + 1. Identifier le type de droite associé à chaque équation :

1. **Déterminer l’équation réduite d’une droite par lecture graphique**

**Méthode**. Pour trouver *la pente*  d’une droite *non verticale* par lecture graphique :  
• On choisit deux points et de la droite, si possible sur des graduations.

• On mesure le déplacement horizontal, et le déplacement vertical entre les deux points choisis.  
• On calcule la pente   
• Si la droite descend en allant vers la droite, la pente est négative, on vérifie que a un signe

**Méthode**. Pour trouver *l’ordonnée à l’origine* d’une droite *non verticale* par lecture graphique :  
• On regarde le point d’intersection entre la droite et l’axe vertical des ordonnées.  
• On lit son ordonnée

**Méthode**. Pour trouver *l’équation réduite* d’une droite *non verticale* par lecture graphique :  
• On détermine sa pente graphiquement.  
• On détermine son ordonnée à l’origine graphiquement.  
• L’équation réduite de la droite est

* + 1. Une image contenant ligne, Tracé, diagramme, Parallèle

       Description générée automatiquementDéterminer l’équation réduite de chaque droite :

Pour  : donc

* + 1. Déterminer l’équation réduite de chaque droite :

Une image contenant ligne, texte, diagramme, Tracé

Description générée automatiquement

**Une image contenant texte, ligne, nombre, Tracé

Description générée automatiquementMéthode**. Pour trouver *l’équation réduite* d’une droite *verticale* par lecture graphique  
• On regarde le point d’intersection entre la droite et l’axe horizontal des abscisses.  
• On lit son abscisse   
• L’équation réduite de la droite est

* + 1. Déterminer l’équation réduite de chaque droite verticale :

1. **Réduire une équation de droite.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Méthode**. Pour réduire une équation cartésienne   : • Si  : Si l’équation contient .   • On isole pour trouver l’équation réduite   • On simplifie l’équation sous la forme |  |  |
|  | **Exemple.** Réduire l’équation |
|  |  |
| • Si  et  : Si l’équation contient mais pas .  • On isole pour trouver l’équation réduite   • On simplifie l’équation sous la forme |  | **Exemple.** Réduire l’équation . |
|  |  |

Déterminer l’équation réduite de chaque équation :

1. Une image contenant texte, antenne

   Description générée automatiquement**Trouver un vecteur directeur d’une droite et un point de la droite, à partir d’une équation.  
   Définition.** Un **vecteur directeur d’une droite** est un vecteur aligné avec la droite dans un sens ou l’autre.

**Remarque**. est un **vecteur directeur de la droite** si est colinéaire à .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation réduite est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite passant par deux points et est

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite passant par les points et

**Méthode**. Pour trouver un point appartenant à une droite d’équation donnée   
• Si  : Si l’équation contient   
 Par exemple, on remplace par puis on résout l’équation en . On trouve   
• Si  : Si l’équation contient   
 Par exemple, on remplace par puis on résout l’équation en . On trouve

**Exemple**. Trouver un point appartenant à la droite .

1. **Trouver une équation d’une droite à partir d’un vecteur directeur et d’un point de la droite.**

Une image contenant ligne, capture d’écran, diagramme

Description générée automatiquement**Exemple**. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par et de vecteur directeur .

**Méthode 1**. Soit un point du plan. On simplifie d’abord l’expression .  
   
  
   
 Donc une équation de est

**Méthode 2**.   
 est un vecteur directeur de donc, admet une équation de la forme   
Autrement dit . Il reste à déterminer la valeur de .  
On sait que , donc les coordonnées de vérifie l’équation.  
 donc donc .  
Une équation de est donc .

**Remarque**. Pour déterminer l’équation d’une droite passant par deux points il suffit de déterminer l’équation de la droite passant par et de vecteur directeur

* + 1. a) Trouver une équation de la droite passant par et de vecteur directeur .

b) Trouver une équation de la droite passant par les points et

1. **Déterminer si des droites sont parallèles, si des points sont alignés**

**Définition**. Dans un repère, le **déterminant** de deux vecteurs et est le nombre

**Exemple.** Soit et . Calculer .

**Propriété**. Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est zéro. (Dans n’importe quel repère)

**Exemple**. Les vecteurs et sont-ils colinéaires ?

**Méthode**. Pour tester si deux droites sont parallèles :  
• On détermine un vecteur directeur pour chaque droite.  
• On teste la colinéarité des vecteurs directeurs, en comparant leur déterminant à zéro.

**Exemple**. Soit , , , .   
Les droites et sont-elles parallèles ou sécantes ?

Donc et sont

1. Soit . Les droites et sont-elles parallèles ?

1. Pour quelle valeur de la droite d’équation est-elle parallèle à la droite d’équation ?

**Méthode**. Pour tester si trois points sont alignés :  
• On détermine deux vecteurs faisant intervenir ces trois points.  
• On teste la colinéarité de ces vecteurs, en comparant leur déterminant à zéro.

1. Soit , , . Les points sont-ils alignés ?

1. Soit , , . Le point appartient-il à la droite  ?
2. **Trouver l’intersection de deux droites en résolvant un système**

**Méthode**. Pour résoudre un système linéaire   
• On calcule le déterminant   
• Si • Le système a un seul couple solution (les droites sont sécantes).  
 On peut résoudre le système par substitution :  
 • On isole une inconnue dans une équation.  
 • On remplace l’inconnue isolée dans l’autre équation afin d’obtenir une nouvelle équation à une inconnue.   
 • On résout cette nouvelle équation.  
 • On remplace l’inconnue trouvée dans la première équation afin de trouver la seconde inconnue.  
  
 On peut aussi résoudre le système par combinaison :  
 • On multiplie la ligne 1 par le coefficient de la ligne 2 et on multiplie la ligne 2 par le coefficient de la L1.  
 • On remplace la ligne par : ligne moins ligne . La ligne 2 n’a alors plus qu’une seule inconnue   
 • On résout la ligne en .  
 • On remplace l’inconnue trouvée dans la première équation afin de trouver la seconde inconnue .  
• Si  et • Le système n’a aucune solution. (Les droites sont strictement parallèles)  
• Si  et • Le système a une infinité de solutions. (Les droites sont confondues).

**Exemple**. Résoudre   
. Donc admet une seule solution.

Exemple de résolution par substitution :  
 (On isole dans la 2è équation)  
 (On remplace dans la 1ère équation)  
 (On isole dans la 1ère équation)  
 (On remplace la valeur de dans la 2ème équation).  
L’ensemble des solutions de est : .

Exemple de résolution par combinaison :  
   
   
   
   
L’ensemble des solutions de est : .

* + 1. Résoudre les systèmes suivants :

1. **Donner une équation d’un cercle à partir de son centre et de son rayon**

**Propriété**. Un cercle de centre et de rayon admet pour équation :

* + - * 1. Donner une équation du cercle de centre et de rayon 2
        2. Donner une équation du cercle de centre et de rayon
        3. Donner une équation du cercle de centre et de rayon
        4. Avec , donner une équation de l’ensemble des points tels que .
    1. Pour chaque équation, donner le centre et le rayon du cercle :
    2. Soit et
       - 1. Déterminer les coordonnées du milieu de .
         2. Calculer la longueur .
         3. Donner une équation du cercle de diamètre .

1. **Réduire une équation de cercle et trouver le centre et le rayon**

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode.** Pour réduire une équation et déterminer s’il s’agit d’un cercle : | **Exemple**. Que représente l’équation : |
| • On simplifie sous la forme : Si ce n’est pas possible l’équation ne représente pas un cercle • Si le coefficient en n’est pas égal au coefficient en , l’équation ne représente pas un cercle. • Sinon, on divise par ce coefficient, et l’équation est de la forme :  • On considère les termes en comme un trinôme et les termes en comme un trinôme . • On met et sous forme canonique, à gauche du signe  • On simplifie les constantes, à droite du signe  • L’équation est alors de la forme   • Si , l’équation est celle d’un cercle de rayon de centre . • Si , l’équation représente un unique point : le point . • Si , l’équation n’a pas de solutions. | représente un cercle de centre et de rayon . |

* + 1. Pour chacune des équations, déterminer si c’est un cercle et le cas échéant son rayon et son centre.

1. **Déterminer par calcul, l’intersection d’une droite et d’un cercle**

**Méthode.** En général on résout en s’inspirant de la méthode par substitution.  
On réduit l’équation de la droite par exemple sous la forme … puis on remplace ce dans l’équation du cercle, pour trouver une équation ne contenant que du . Puis on trouve , pour chaque valeur de possible.

* + 1. Dans chacun des cas suivants, on donne les équations d’un cercle et d’une droite. Déterminer les coordonnées de leurs points d’intersection quand ils existent.
       1. Le cercle d’équation et la droite d’équation
       2. Le cercle de centre , de rayon et la droite d’équation
       3. Le cercle de centre , de rayon et la droite d’équation
       4. Le cercle d’équation et la droite d’équation
       5. Le cercle d’équation et la droite d’équation

1. **Déterminer par calcul, l’intersection de deux cercles**

**Méthode.** En général on résout en s’inspirant de la méthode par substitution.  
Par exemple, on peut mettre les deux équations sous la forme   
 et   
De sorte que par soustraction on obtienne :   
Cette équation peut être réduite puis injectée dans une des deux équations. On obtient une équation à une seule inconnue, qui peut ensuite être résolue, et permet de trouver dans un deuxième temps l’autre inconnue.

* + 1. Trouver par calcul, l’intersection du cercle de centre de rayon et du cercle de centre de rayon .