**Géométrie repérée**

**Hypothèse**. Dans tout ce qui suit, on se place dans un repère .

|  |
| --- |
| **Définition**. Soit un vecteur du plan. On représente le vecteur par une flèche.  représente la translation « se déplacer de unités vers la droite/gauche et de unités vers le haut/bas ». Visuellement, deux vecteurs sont égaux s’ils pointent dans la même direction, et ont la même longueur. |

Une image contenant ligne, Police, diagramme, pente

Description générée automatiquementUne image contenant texte, périphérique, jauge

Description générée automatiquementUne image contenant ligne, diagramme, Tracé, pente

Description générée automatiquement**Une image contenant ligne, Police, pente

Description générée automatiquementDéfinition**. Soit et . On pose .  
Additionner des vecteurs, c’est appliquer des translations successivement.  
**Définition**. Soit et . On pose   
 donc soustraire un vecteur, c’est additionner son opposé.  
**Définition.** Soit et un réel. On pose   
Multiplier un vecteur par , c’est multiplier sa longueur par .  
Multiplier un vecteur par , c’est multiplier sa longueur par et inverser son sens.

|  |
| --- |
| **Définition**. Etant donnés deux points et on note . Le vecteur représente la translation qui déplace notamment le point au point |

**Exemple.** Si et , alors .  
**Propriété**. **Relation de Chasles.**   
Soit trois points. Alors . Attention, .  
**Définition.** La **longueur d’un vecteur** , notée et lue « **norme de  »** est  .  
**Définition.** La **longueur d’un segment** est .  
**Exemple.** Soit , alors . est de longueur .

|  |
| --- |
| **Définition.** est le **milieu d’un segment** ssi  **Propriété.** Les coordonnées du milieu d’un segment sont  et |

**Exemple.** Si et alors le milieu de est le point

|  |
| --- |
| **Définition**. Une **équation** est l’expression d’une égalité, par exemple «  ». **Définition par l’exemple**. Un point  **vérifie l’équation** «  » car |

**Exemples.** Le point vérifie aussi l’équation car   
Le point ne vérifie pas l’équation car .  
**Remarque**. Une équation à *deux* variables réelles, correspond donc toujours à un ensemble de points du *plan* : L’ensemble de tous les points qui rendent l’équation vraie.

|  |
| --- |
| **Propriété**. Toute droite du plan peut être décrite comme l’ensemble des points du plan vérifiant une équation de la forme «  » où et et ne sont pas tous les deux nuls. **Définition**. L’expression «  » est **une équation cartésienne de la droite .** |

**Remarque**. Un point du plan vérifie :

|  |
| --- |
| **Idée.** 2 vecteurs non nuls sont colinéaires s’ils sont alignés dans le même sens ou dans des sens opposés **Définition.** Deux vecteurs non nuls et sont **colinéaires** ssi il existe un réel tel que . |

**Exemple.**  et sont colinéaires car . ( ou ce qui revient au même )

|  |
| --- |
| **Idée**. Un vecteur directeur d’une droite, est un vecteur aligné avec la droite dans un sens ou l’autre. **Définition**. est un **vecteur directeur de la droite**  ssi est colinéaire à . |
| **Définition**. Le **déterminant** de deux vecteurs et est . | |

**Exemple.** Si et , alors .   
**Propriété.** Dans un repère orthonormé, l’aire du parallélogramme formé par et vaut

|  |
| --- |
| **Propriété**. Deux vecteurs sont colinéaires ssi leur déterminant est nul. (dans n’importe quel repère) |

**Exemple.**  donc et sont bien colinéaires.  
**Propriété**. Trois points distincts et sont alignés ssi et sont colinéaires ssi .  
**Exemple.** Les points , et sont-ils alignés ?  
. Donc et sont alignés.

|  |
| --- |
| **Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne «  » est . |

**Exemple**. La droite d’équation cartésienne «  » admet comme vecteur directeur .

|  |
| --- |
| **Propriété**. Deux droites d’équations cartésiennes «  » et «  » sont parallèles ssi (Leurs vecteurs directeurs sont colinéaires) |

**Exemple**. Les droites et sont parallèles car   
**Remarque**. Deux droites et sont parallèles ssi et sont colinéaires ssi .

|  |
| --- |
| **Propriété**. Etant donnés un point et un vecteur non nul, il existe une unique droite passant par le point et ayant pour vecteur directeur . |

**Exemple**. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par et de vecteur directeur . Soit un point du plan.  
 colinéaire à   
. Donc une équation de est  .

**Déf**. «  » est un **système linéaire de 2 équations à 2 inconnues.**

|  |
| --- |
| **Théorème**. Un tel système a : soit une seule solution, soit aucune solution, soit une infinité de solutions. Résoudre un tel système revient à chercher les coordonnées du point d’intersection, s’il y en a un, des deux droites dont les équations sont celles du système. On le résout par substitution ou par combinaison. - Le système admet un seul couple solution ssi les deux droites sont sécantes ( ) - Le système admet aucune solution ssi les deux droites sont parallèles non confondues. - Le système admet une infinité de solutions ssi les deux droites sont parallèles confondues. |

|  |
| --- |
| **Propriété**. Equation cartésienne d’un cercle. Le cercle de centre le point de rayon admet pour équation «  » |

**Exemple**. Une équation du cercle de centre et de rayon est .  
**Exemple**. n’est pas un cercle. L’équation n’est jamais vérifiée car un carré est 0  
**Exemple**. Déterminer l’ensemble des points du plan vérifiant l’équation : .  
On met sous forme canonique . De même . Ainsi :  
   
Donc l’ensemble cherché est un cercle de centre et de rayon