1. **Calculer le produit scalaire de deux vecteurs**

**Définition.** Dans un repère orthonormé, si et , alors on appelle **produit scalaire de et**  et on note le *nombre* défini par

**Exemple**. Le produit scalaire de et est    
Attention le produit scalaire n’est pas une multiplication. et sont des *vecteurs* et pas des nombres.

* 1. Calculer les produits scalaires suivants :  
     a) Si et alors   
       
     b) c)   
       
     d) e)

1. **Développer un produit scalaire**

**Propriété**. Le produit scalaire est commutatif.

**Exemple.**

**Propriété**. Le produit scalaire est distributif sur .

**Exemple.**

**Propriété**. Dans un produit scalaire, les constantes peuvent être sorties devant

**Exemple.**

* 1. Développer les produits scalaires suivants :  
     1)   
       
     2)   
       
     3)   
       
     4)

1. **Calculer la norme d’un vecteur**

**Rappel.** La **norme** (ou longueur) d’un vecteur , est définie par

**Exemple.** Soit , alors . est de longueur .

* 1. Calculer la norme de chacun des vecteurs suivants :
  2. Calculer :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. **Développer un carré scalaire ou le carré d’une norme**

**Propriété**. Le carré scalaire est égal au carré de la norme.

**Exemple**. . Aussi    
Attention : est un nombre donc . Mais dans il s’agit du produit scalaire et pas de .

**Corollaire**. La norme d’un vecteur est la racine de son carré scalaire.

* 1. Soit et . Calculer

**Propriétés**.   
• 1ère identité remarquable vectorielle. • 2ème identité remarquable vectorielle.   
• 3ème identité remarquable vectorielle.

**Démonstration**.

1. **Déterminer l’ensemble des points tels que**

**Méthode**. On note le milieu du segment .   
   
Donc   
• Si alors . est le cercle de centre de rayon   
• Si alors . est l’ensemble constitué uniquement du point .  
• Si alors n’a pas de solutions. L’ensemble est vide.

* 1. Soit et deux points du plan distants de .  
     1) Déterminer l’ensemble des points tels que   
       
     2) Déterminer l’ensemble des points tels que   
       
     3) Déterminer l’ensemble des points tels que

1. **Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires par calcul**

**Propriété**. Dans un repère quelconque,   
deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

* 1. Déterminer si les vecteurs sont colinéaires ou non :  
     1) et    
       
     2) et   
       
     3) et

1. Une image contenant ligne, diagramme

   Description générée automatiquement**Déterminer si deux vecteurs sont orthogonaux par calcul**

**Propriété**. Dans un repère orthonormé,   
deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul.

et orthogonaux .

**Exemple.** Montrer que et sont orthogonaux.  
 donc les vecteurs et sont orthogonaux.

* 1. Déterminer si les vecteurs sont orthogonaux ou non :  
     1) et    
       
     2) et   
       
     3) et

1. Une image contenant texte, antenne

   Description générée automatiquement**Déterminer un vecteur directeur d’une droite**

**Définition.** Un **vecteur directeur d’une droite** est un vecteur aligné avec la droite dans un sens ou l’autre.

**Remarque**. est un **vecteur directeur de la droite** si est colinéaire à .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite passant par deux points et est

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite passant par les points et

1. **Déterminer un vecteur normal à une droite**

**Définition.** Un **vecteur normal à une droite** est un vecteur de direction perpendiculaire à la droite.

**Remarque**. est un **vecteur normal à la droite** si est orthogonal à .

**Propriété**. Un vecteur normal à une droite d’équation cartésienne est .

**Exemple**. Donner un vecteur normal à la droite .

**Propriété**. Un vecteur normal à une droite passant par deux points et est   
Plus généralement un vecteur normal à un vecteur est

**Exemple**. Donner un vecteur normal à la droite passant par les points et

1. **Déterminer si deux droites sont parallèles par calcul**

**Méthodes**. On peut utiliser au choix l’une des méthodes suivantes :  
• On détermine un vecteur directeur de chaque droite et on compare leur déterminant à .  
• On détermine un vecteur normal à chaque droite et on compare leur déterminant à 0.  
• On détermine un vecteur directeur de l’une, un vecteur normal à l’autre, et on compare leur *produit scalaire* à 0.

* 1. Déterminer si les droites sont parallèles :  
     Soit . Les droites et sont-elles parallèles ?  
       
       
       
       
     Soit , , , . Les droites et sont-elles parallèles ?

1. **Déterminer si deux droites sont perpendiculaires par calcul**

**Méthodes**. On peut utiliser au choix l’une des méthodes suivantes :  
• On détermine un vecteur directeur de chaque droite et on compare leur produit scalaire à .  
• On détermine un vecteur normal à chaque droite et on compare leur produit scalaire à 0.  
• On détermine un vecteur directeur de l’une, un vecteur normal à l’autre, et on compare leur *déterminant* à 0.

* 1. Déterminer si les droites sont perpendiculaires :  
     Soit , , , . Les droites et sont-elles perpendiculaires ?  
       
       
       
       
     Soit , , , . Les droites et sont-elles perpendiculaires ?

1. **Calculer le projeté orthogonal d’un point sur une droite**

**Définition**. Le **projeté orthogonal** **d’un point sur une droite** est le point tel que .  
Si on connait deux points et de la droite , c’est le point tel que   
  
Si on connait l’équation de , c’est le point t.q.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, Parallèle

Description générée automatiquement**Exemple.** Déterminer le projeté orthogonal du point sur la droite où et .   
   
   
   
   
On résout   
Le projeté orthogonal de sur est .

* 1. Calculer les projetés orthogonaux suivants :

1) Soit , , et . Déterminer le projeté orthogonal du point sur la droite