1. **Développer une fonction polynomiale.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode**. Pour développer et ordonner une fonction  • On développe ce qui peut l’être. • On simplifie les termes du même ordre • On ordonne les termes par puissances *décroissantes* de | **Rappels.** |

**Exemple.** Développer et ordonner

* + 1. Développer et ordonner les fonctions suivantes :

1. **Déterminer si une fonction est un trinôme, et trouver ses coefficients**

**Définitions**. Un **polynôme de degré**  ou **trinôme** est une fonction qui peut s’écrire pour tout nombre réel , où sont des constantes, et où .   
 est le **coefficient dominant**, est le **coefficient médian**, et est le **coefficient constant** du trinôme .

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode**. Pour déterminer si une fonction est un polynôme de degré 2, et trouver ses coefficients :  • On développe et on ordonne si nécessaire. • On vérifie que est bien de la forme    Sinon ce n’est pas un polynôme de degré . • On lit les valeurs de  • On vérifie que le coefficient dominant n’est pas zéro.  Si ce n’est pas un polynôme de degré . | **Exemple**. La fonction est-elle un polynôme de degré 2 ?  Si oui, préciser ses coefficients. |
|  |

* + 1. Pour chaque fonction, déterminer si c’est un trinôme, et le cas échéant trouver ses coefficients .

1. **Mettre un trinôme sous forme canonique, et trouver ses coefficients**

**Propriété**. Un trinôme peut toujours s’écrire sous la **forme canonique** :

où sont des constantes, avec .

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode sans formule.**  • On repère le coefficient dominant . • On factorise par  en divisant chaque terme par dans la parenthèse. On simplifie l’intérieur de la parenthèse. • On introduit un «  » juste devant le terme en dans la parenthèse en divisant par le coefficient médian. • Une fois simplifié, le nombre entre et , est mis au carré puis ajouté et retranché juste derrière . • Le début de la parenthèse permet alors d’utiliser l’identité remarquable • On simplifie les constantes derrière. • On développe le sur la constante. • On peut lire , et directement dans l’expression. | **Exemple**. Mettre sous forme canonique et déterminer les coefficients et |
|  |

* + 1. Mettre chaque trinôme sous forme canonique et déterminer les coefficients et .
    2. Mettre sous forme canonique . Exprimer et en fonction de et .

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode avec formule.**  • On détermine les coefficients du trinôme . • On calcule d’abord puis   • On peut écrire la forme canonique | **Exemple**. Mettre sous forme canonique |
|  |

* + 1. Pour chaque trinôme, déterminer les coefficients puis donner la forme canonique.

1. **Déterminer les variations d’un trinôme**

**Définition**. La courbe représentative d’un trinôme est appelée **parabole**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Méthode**. Pour déterminer les variations d’un trinôme  :  • On détermine les coefficients de la forme canonique.   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |   • *Si est positif*  Le trinôme a le tableau de variations suivant : | **Remarques**. Si : • La parabole a l’allure suivante : • Elle est **tournée vers le haut**. • Son **sommet** est le point le plus bas, et a pour coordonnées . • L’axe d’équation est un axe de symétrie. | | |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  |   • *Si est négatif*  Le trinôme a le tableau de variations suivant : | **Remarques**. Si : • La parabole a l’allure suivante : • Elle est **tournée vers le bas**. • Son **sommet** est le point le plus haut, et a pour coordonnées .  • L’axe d’équation est un axe de symétrie. | |

* + 1. Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

       Description générée automatiquementDonner le tableau de variations de chaque trinôme :
    2. Sur les graphes ci-contre, déterminer les coordonnées du sommet, l’axe de symétrie et le signe de .

1. **Déterminer la position du sommet de la courbe d’un trinôme**

**Méthode**. Pour trouver la position du sommet de la courbe d’un trinôme .  
• On détermine les coefficients de la forme canonique.   
• Le sommet a pour coordonnées .

* + 1. Déterminer les coordonnées du sommet de chaque trinôme :

1. **Déterminer le discriminant d’un trinôme**

**Définition**. Le **discriminant** d’un trinôme est

|  |  |
| --- | --- |
| **Méthode**. Pour déterminer le discriminant d’un trinôme : • On détermine les coefficients du trinôme. • On calcule | **Exemple**. Trouver le discriminant de |
|  |

* + 1. Déterminer le discriminant de chaque trinôme :

1. **Résoudre une équation de degré 2.**

**Définition**. Une **racine d’une fonction**  est un nombre tel que .   
C’est une solution de l’équation .

**Théorème**. Pour déterminer les racines d’un trinôme   
• On détermine les coefficients puis le discriminant du trinôme.  
• Si , alors le trinôme a deux racines : et   
• Si , alors le trinôme a une seule racine :   
• Si , alors le trinôme n’a pas de racine.

**Exemple**. Trouver, si elles existent, les racines de .   
On a On note le discriminant de .  
  
 donc a deux racines et

* + 1. Déterminer, si elles existent, les racines de chaque trinôme :

* + 1. Pour chaque trinôme représenté graphiquement, déterminer le signe de

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**Remarque.** Résoudre une équation de degré 2 de la forme , c’est déterminer les racines de .

* + 1. Résoudre les équations suivantes :

**Méthode**. Pour résoudre une équation de degré de la forme   
• On soustrait des deux côtés pour se ramener à une équation de la forme .  
• On détermine les racines du trinôme .

* + 1. Résoudre les équations suivantes :

**Méthode**. On n’a pas toujours besoin d’utiliser le théorème général pour trouver les racines. Par exemple :  
• Si le trinôme est déjà factorisé, on utilise simplement le fait que ou .  
• Si le trinôme n’a pas de terme constant, on peut factoriser par   
• Si le trinôme n’a pas de terme médian, on peut utiliser l’identité remarquable

* + 1. Résoudre les équations suivantes

**Problèmes**.

1. On considère la parabole d’équation
   1. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole.
   2. Déterminer l’équation de l’axe de symétrie de la parabole.
   3. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la parabole avec l’axe des ordonnées.
   4. Déterminer les coordonnées des points d’intersection de la parabole avec l’axe des abscisses.
   5. Déterminer le nombre de points d’intersection de la parabole avec la droite d’équation  
       . Préciser leurs coordonnées.
2. Une personne s’est pesée toutes les semaines pendant un an. Sa courbe de poids peut être modélisée par une fonction polynôme de degré 2 dont l’expression est où correspond au temps en semaines à partir du premier janvier.   
   .
   1. Dresser le tableau de variations de
   2. En utilisant cette modélisation, répondre aux questions suivantes
      1. Quel était son poids maximal sur l’année ? Quand a-t-il été atteint ?
      2. Quel était son poids minimal sur l’année ?

Quand a-t-il été atteint ?

1. Déterminer deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 4141

Une image contenant conception

Description générée automatiquement

1. On considère un parallélépipède rectangle à base carrée, de côté et de hauteur 3 cm.
   1. Exprimer la surface totale du parallélépipède en fonction de .
   2. Quelle est la valeur de cette surface lorsque ?
   3. Pour quelle valeur de cette aire est-elle égale à  ?
2. Un groupe d’amis décide de fêter Noël. Chacun offre un cadeau à toutes les personnes présentes sauf à elle-même. On compte 210 cadeaux. Combien y a-t-il de personnes ?
3. Une entreprise produit entre 0 et 50 balançoires par jour. Le coût de fabrication de x balançoires, en euros, est donné par la fonction suivante : . Chaque balançoire est vendue , et toute la production est vendue.
   1. Exprimer le bénéfice réalisé par l’entreprise en fonction de .
   2. Étudier les variations de la fonction .
   3. En déduire le bénéfice maximal réalisé par l’entreprise.
   4. Combien de balançoires l’entreprise doit-elle produire et vendre pour être rentable ?
4. Un parachutiste saute d’un avion sans vitesse initiale. Dans cet exercice, nous négligerons les frottements de l’air. Avant de déployer son parachute, son altitude en mètres

est donnée par la fonction suivante :

où désigne le temps en secondes.

* 1. À quelle altitude était l’avion au moment du saut ?
  2. Le parachute doit être déployé à une altitude de 1500 m. Au bout de combien de temps le parachutiste doit-il déployer son parachute ?