Suites numériques

|  |
| --- |
| **Idée.** Une suite est une liste infinie de nombres, par exemple . **Définition.** Une **suite** est une fonction : . |

est définie sur (entiers positifs) ou plus généralement, sur tous les entiers à partir d’un entier initial . **Exemple.** La liste des entiers naturels ) est une suite.   
**Exemple.** La liste des multiples de 3 supérieurs à  : est une suite.   
**Contre-Exemple.** n’est pas une suite car c’est une liste finie.

|  |
| --- |
| **Notations**. Le -ième nombre d’une suite est noté |

est **le** **terme de rang .** Une suite est aussi notée ou plus précisément .   
Attention : Ne pas confondre qui est un nombre et qui désigne la suite .  
**Exemple.** Si est la suite des entiers impairs, alors ; ; ; ; …  
Le rang initial est très souvent . Mais on peut aussi définir une suite avec un rang initial .

|  |
| --- |
| **Vocabulaire. Définir une suite par une formule explicite**, c’est donner en fonction de directement. |

**Exemples.**   
Soit la suite définie par pour tout . On a   
Soit la suite définie à partir du rang par . On a

|  |
| --- |
| **Vocabulaire.** **Définir une suite par récurrence**, c’est : donner une relation permettant de calculer un terme à partir d’un ou plusieurs termes précédents ET donner un ou plusieurs premiers termes. |

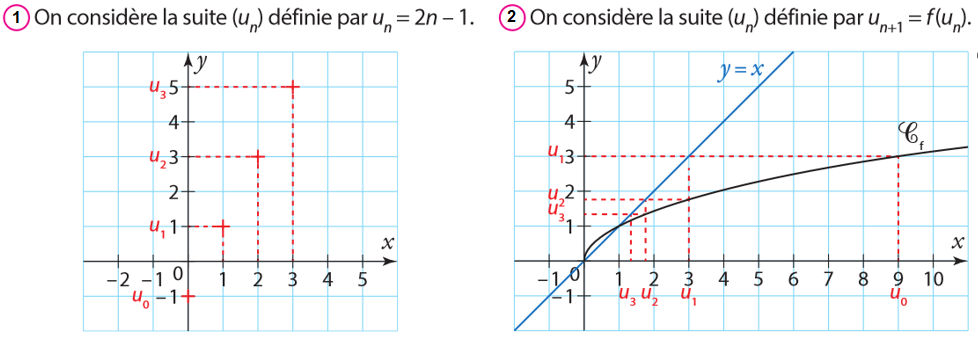
**Exemple.** Soit la suite définie par (suivant = 3 courant + 15)   
 ( autrement dit, on a remplacé par  : )  
 ( autrement dit, on a remplacé par  : )  
   
Etc… Pour calculer chaque terme, on doit connaître le précédent.

|  |
| --- |
| **Vocabulaire.** Si le terme **courant** est alors est le terme **suivant**. est le terme **précédent**. **Remarque**. *Attention* à ne pas confondre (le terme suivant) et (le terme courant + 1) |

**Exemple.** Soit la suite définie par pour tout .  
Alors mais

|  |
| --- |
| **Méthode.** Pour représenter une suite dans un repère (voir 1.), on place les points de coordonnées . |

**Méthode.** Si la suite est *définie par récurrence*, ( et ), alors (voir 2.) on peut construire les termes à l’aide de la courbe représentative de la fonction et de la droite d’équation



|  |
| --- |
| **Définition.** Une suite est **croissante** ssi, pour tout entier ,  **Définition.** Une suite est **décroissante** ssi, pour tout entier  **Définition.** Une suite est **constante**  ssi, pour tout entier , |

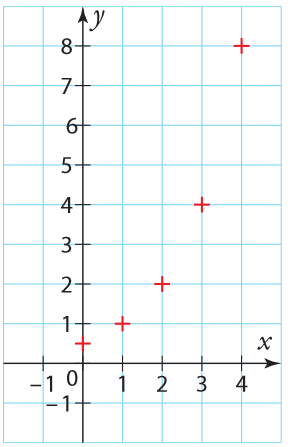
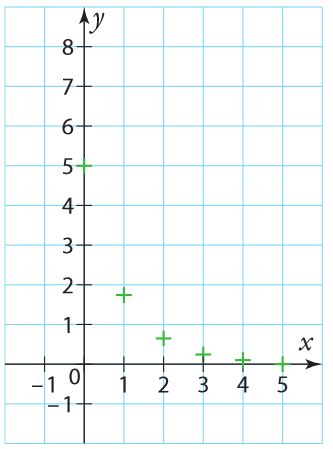
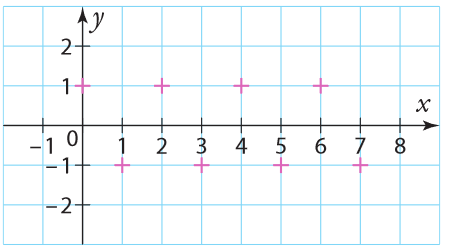
Si on remplace les inégalités larges par des inégalités strictes, on parle de suite **strictement croissante** ou **strictement décroissante**.   
**Exemples.** ) est le début d’une suite strictement croissante.  
 est le début d’une suite croissante (mais pas strictement).  
) est le début d’une suite décroissante.  
) n’est ni croissante, ni décroissante.

|  |
| --- |
| **Méthode.** Pour étudier les variations d’une suite, on peut comparer à . |

**Exemple.** Soit la suite définie par et, pour tout , .  
Soit . . Donc la suite est strictement croissante.

**Méthode.** Pour étudier les variations d’une suite *à valeurs positives*, on peut comparer à .  
**Exemple.** La suite définie par pour tout , est croissante. En effet :  
Soit . donc . (Donc puisque )

**Méthode.** Pour montrer qu’une suite n’est pas croissante, il suffit de trouver un tel que   
**Exemple.** On note pour .   
 n’est pas croissante car pour on a :   
 n’est pas décroissante car pour on a :

**Exemples.** Allure d’une suite croissante, d’une suite décroissante.

**Remarque.** La suite définie par n’est pas croissante ni décroissante

Suites et limites

**Idée.** Soit un réel. Une suite  **a pour limite finie**  si les termes deviennent tous aussi proches de que l’on veut en prenant suffisamment grand. On dit aussi que  **converge vers** , ou encore que  **tend vers quand tend vers** , et on note

Une image contenant diagramme, ligne, Tracé

Description générée automatiquement**Exemple.**

|  |  |
| --- | --- |
| On observe que les termes successifs de semblent se rapprocher de On peut conjecturer que converge vers . | On observe que les termes successifs de semblent se rapprocher de On peut conjecturer que converge vers . |

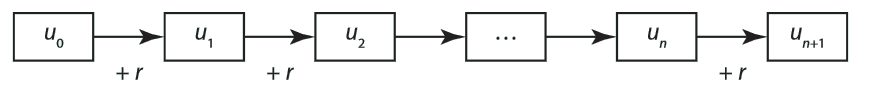
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Idée.** Une suite **a pour limite** si les termes deviennent tous aussi grands que l’on veut en prenant suffisamment grand. | Une image contenant texte, ligne, nombre, Tracé  Description générée automatiquementOn dit aussi :  **diverge vers**    **tend vers quand tend vers**    On note : | **Idée.** Une suite **a pour limite**  si les termes deviennent tous aussi *négativement* grands que l’on veut en prenant suffisamment grand. | Une image contenant texte, diagramme, nombre, Tracé  Description générée automatiquementOn dit aussi :  **diverge vers**    **tend vers quand tend vers**    On note : |

Une image contenant ligne, Tracé, diagramme, nombre

Description générée automatiquement**Remarque**. Une suite peut n’avoir aucune limite.   
 n’a pas de limite quand tend vers .  
Les termes ne deviennent ni de plus en plus grand, ni de plus en plus petits, ni ne se rapprochent d’un réel.

Suites arithmétiques et géométriques

|  |
| --- |
| **Idée.** Une suite est **arithmétique** si on ajoute toujours le même nombre pour passer au terme suivant **Définition.** Une suite est **arithmétique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   est appelé **raison de la suite arithmétique** . |

  
**Exemple.** La suite définie par et pour tout , est la suite arithmétique de raison et de premier terme .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Terme général d’une suite arithmétique. Soit une suite arithmétique de raison . Pour tout , Deux termes distants de rangs diffèrent de fois la raison |

Pour tout ,   
Pour tout et tout ,   
**Exemple.** Soit la suite définie par et pour tout , .  
Cette suite est arithmétique de raison et de premier terme .   
Donc, pour tout , .

**Remarque.** Soit une suite arithmétique de raison .  
La suite est strictement croissante si , strictement décroissante si , et constante si .

|  |
| --- |
| **Idée.** est **géométrique** si on multiplie toujours par le même nombre pour passer au terme suivant **Définition.** est **géométrique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   est appelé **raison de la suite géométrique** . |

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement  
**Exemple.** La suite définie par et, pour tout , est la suite géométrique de raison et de premier terme .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Terme général d’une suite géométrique. Soit une suite géométrique de raison . Pour tout , |

**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,   
**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout et tout ,   
**Exemple.** La suite définie par et pour tout , est géométrique de raison et de premier terme , donc, pour tout , .

**Propriété.** Somme des premiers entiers. Pour tout entier , on a

|  |
| --- |
| **Propriété.**  Somme de termes consécutifs d’une suite arithmétique = |

**Exemple.**   
**Propriété.** Somme des premières puissances d’un réel différent de .  
Soit un réel . Pour tout entier ,

|  |
| --- |
| **Propriété**. Somme de termes consécutifs d’une suite géométrique = 1er terme |

**Exemple.**