**Idée.**  est une liste (ou tuple), c’est un ensemble fini de nombres pour lequel l’ordre importe.  
On peut modéliser une liste par une fonction avec ; ; ; .  
Une suite est une liste infinie de nombres : . On étudie les suites dans ce chapitre.

|  |
| --- |
| **Définition.** Une **suite numérique** est une fonction à valeurs dans et définie sur (tous les entiers) ou plus généralement, sur tous les entiers à partir d’un certain entier initial . |

Une suite associe à tout entier , un réel noté (au lieu de l’écriture habituelle ).  
On note la suite parfois ou juste . Pour tout , est **le** **terme général de rang**  de la suite.  
Attention : Il ne faut pas confondre qui est en général un nombre et qui désigne la fonction .

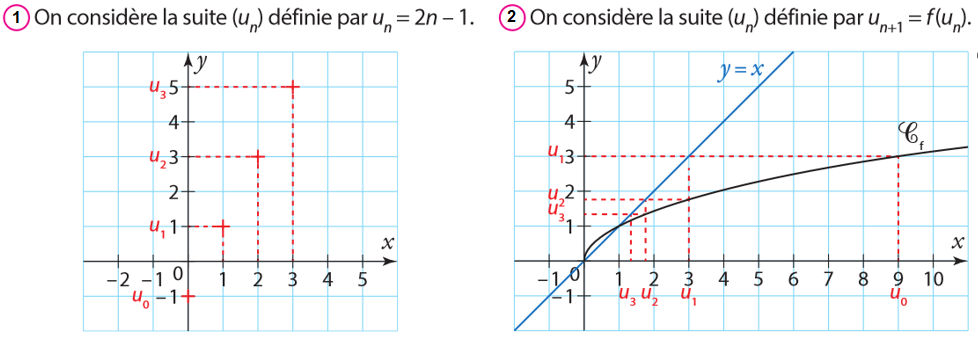
|  |
| --- |
| **Définition. Définir une suite par une formule explicite**, c’est donner en fonction de directement. |

**Exemples.** - La suite définie pour tout par . Le premier terme est et   
- La suite définie pour tout entier par . Le premier terme est et

|  |
| --- |
| **Définition.** **Définir une suite par une relation de récurrence**, c’est donner un ou plusieurs premiers termes et une relation permettant de calculer un terme à partir d’un ou plusieurs termes précédents. |

**Exemple.** La suite définie par et, pour tout , par .  
Pour , on a , c’est-à-dire   
Pour , on a , c’est-à-dire   
Pour calculer un terme, on doit connaître le précédent. Par exemple,   
**Remarque.** Il ne faut pas confondre , qui désigne le terme suivant , et .

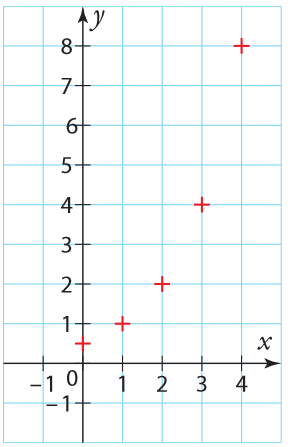
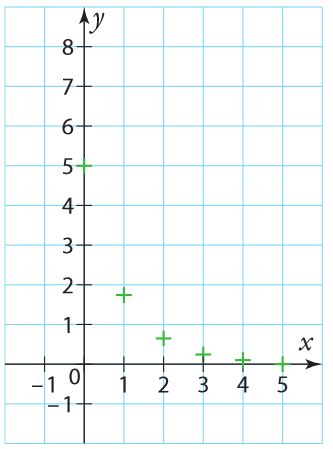
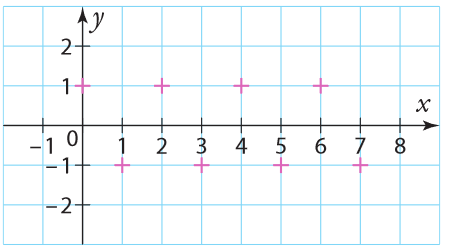
|  |
| --- |
| **Méthode.** Pour représenter une suite dans un repère (1.), on place les points de coordonnées . |

**Méthode.** Si la suite est définie par , alors (2.) on peut parfois construire les termes à l’aide de la courbe représentative de la fonction et de la droite d’équation   


|  |
| --- |
| **Définition.** Une suite est **croissante** ssi, pour tout entier , . **Définition.** Une suite est **décroissante** ssi, pour tout entier . **Définition.** Une suite est **monotone** ssi elle est soit croissante, soit décroissante. **Définition.** Une suite est **constante** ssi, pour tout entier , . |

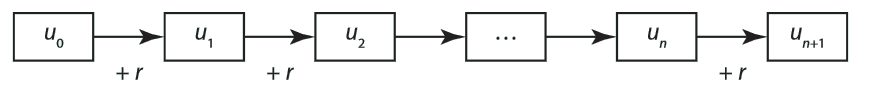
**Définition.** Comme pour les fonctions, si on remplace les inégalités larges par des inégalités strictes, on parle de suite **strictement croissante**, **strictement décroissante**, ou **strictement monotone**.

**Propriété.** Si pour tout , (resp. ), alors la suite est croissante (resp. strictement).  
**Propriété.** Si pour tout , (resp. ), alors la suite est décroissante (resp. strictement).  
**Méthode.** Pour étudier les variations d’une suite on peut étudier le signe de .  
**Exemple.** Soit la suite définie par et, pour tout , .  
Pour tout , . Donc la suite est strictement croissante.  
**Méthode.** Pour montrer qu’une suite n’est pas croissante, il suffit de trouver un tel que   
**Exemple.** n’est pas croissante car pour on a :   
**Exemple.** n’est pas décroissante car pour on a :

**Exemples.** Allure d’une suite croissante, d’une suite décroissante, et d’une suite non monotone.

**Remarque.** Il existe des suites qui ne sont pas monotones, comme la suite définie par .

|  |
| --- |
| **Définition.** Une **suite est arithmétique** ssi la différence de deux termes consécutifs est constante. Plus précisément, est arithmétique ssi il existe un réel , tel que pour tout , on ait .   est appelé **raison de la suite arithmétique** . |

  
**Exemple.** La suite définie par et pour tout , est la suite arithmétique de raison et de premier terme .  
**Méthode**. Pour montrer qu’une suite est arithmétique, on peut chercher à montrer que pour tout , est constante (ne dépend pas de ).

|  |
| --- |
| **Propriété.** Terme général d’une suite arithmétique. Soit une suite arithmétique de raison . Pour tout , ( Deux termes distants de rangs diffèrent de fois la raison ) |

Pour tout ,   
Pour tout et tout ,   
**Exemple.** Soit la suite définie par et pour tout , .  
Cette suite est arithmétique de raison et de premier terme .   
Donc, pour tout , .

**Propriété.** Sens de variation d’une suite arithmétique. Soit une suite arithmétique de raison r.  
• Si , alors la suite est strictement croissante.  
• Si , alors la suite est strictement décroissante.  
• Si , alors la suite est constante.

|  |
| --- |
| **Définition.** Une **suite est géométrique** ssi le quotient de deux termes consécutifs est constant.Plus précisément, est géométrique s’il existe un réel , tel que pour tout , on ait   est appelé **raison de la suite géométrique** . |

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement  
**Exemple.** La suite définie par et, pour tout , est la suite géométrique de raison et de premier terme .  
**Méthode.** Pour montrer qu’une suite est géométrique, si les termes sont , on peut montrer que est constante (ne dépend pas de ).

|  |
| --- |
| **Propriété.** Terme général d’une suite géométrique. Soit une suite géométrique de raison . Pour tout , |

Pour tout ,   
Pour tout et tout ,   
**Exemple.** La suite définie par et pour tout , est géométrique de raison et de premier terme , donc, pour tout , .

**Propriété.** Sens de variation d’une suite géométrique non nulle.

• Si et , alors la suite est strictement croissante.  
• Si et , alors la suite est strictement décroissante.  
• Si et , alors la suite est strictement décroissante.  
• Si , alors la suite est strictement croissante.  
• Si ou , alors la suite est constante.  
• Si , alors la suite n’est pas monotone.

**Propriété.** Somme des premiers entiers.  
Pour tout entier , on a

|  |
| --- |
| **Propriété.** Somme des termes consécutifs d’une S.A. = |

**Propriété.** Somme des premières puissances d’un réel différent de .  
Soit un réel . Pour tout entier ,

|  |
| --- |
| **Propriété**. Somme des termes consécutifs d’une S.G. = 1er terme |