Suites arithmétiques et géométriques

**Idée.** Une suite est **arithmétique** si on ajoute toujours le même nombre pour passer au terme suivant.

**Exemple *a*.**  est le début d’une suite arithmétique , car on ajoute à chaque fois.  
**Exemple *b*.**  est le début d’une suite arithmétique , car on ajoute à chaque fois.

**Définition.** Une suite est **arithmétique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   
 est appelé **raison de la suite arithmétique** .

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, pour tout , . La raison de cette suite est .  
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, pour tout , . La raison de cette suite est .

**Méthode**. Pour montrer qu’une suite est arithmétique, on peut montrer que est constant (indépendant de ).

**Exemple**. Soit la suite définie par . La suite est-elle arithmétique ?  
. Donc est arithmétique de raison .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Soit une suite arithmétique de raison . **Idée**. Deux termes distants de rangs diffèrent de fois la raison |

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est arithmétique de raison , donc pour tout ,   
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, est arithmétique de raison , donc pour tout ,

**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,   
**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,

**Propriété.** Soit une suite arithmétique de raison .  
La suite est strictement croissante si , strictement décroissante si , et constante si .

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est arithmétique de raison donc est croissante.

**Idée.** est **géométrique** si on multiplie toujours par le même nombre pour passer au terme suivant.

**Exemple *c*.**  est le début d’une suite géométrique , car on à chaque fois.  
**Exemple *d*.**  est le début d’une suite géométrique , car on à chaque fois.

**Définition.** Une suite est **géométrique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   
 est appelé **raison de la suite géométrique** .

**Exemple.** Dans l’exemple *c*, pour tout , . La raison de cette suite est .  
**Exemple.** Dans l’exemple *d*, pour tout , . La raison de cette suite est .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Soit une suite géométrique de raison . **Idée**. Deux termes distants de rangs, sont dans un rapport égal à la raison puissance |

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est géométrique de raison , donc pour tout ,   
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, on a , donc pour tout ,

**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,   
**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,

Somme de suites arithmétiques et géométriques

**Propriété.** Somme des premiers entiers. Pour tout entier , on a

**Démonstration.** Soit un entier . On note la somme des premiers entiers.  
   
   
Donc en sommant les deux égalités, on obtient :  
………………………………………………………………………………… Donc .

|  |
| --- |
| **Propriété.**  Somme de termes consécutifs d’une suite arithmétique = |

**Démonstration.** Symboliquement, il faut montrer que   
   
   
   
……………………………………………………………

**Exemple.**

**Propriété.** Somme des premières puissances d’un réel différent de .  
Soit un réel . Pour tout entier ,

**Démonstration.** On note   
Donc   
Donc . Comme , on peut diviser par .

|  |
| --- |
| **Propriété**. Somme de termes consécutifs d’une suite géométrique = 1er terme |

**Démonstration.**…………………………………….

**Exemple.**