**Arithmétique**

**Rappels**. Les principaux ensembles de nombres sont :  
 (Entiers naturels) (Entiers relatifs) (Nombres décimaux) (Rationnels) (Réels)

**Définition**. Soit et deux entiers relatifs.  
 est un **multiple** de ssi est un entier relatif. ( )  
On dit aussi que est un **diviseur** de , ou que est **divisible** par .

**Exemple**. est un multiple de car est un entier.  
**Exemple**. n’est pas multiple de car   
**Exemple.** est un diviseur de car .

**Définition**. Un entier est **pair** ssi où est un entier relatif.

**Remarque.**  est pair multiple de divise est divisible par .

**Définition**. Un entier est **impair** ssi où est un entier relatif.

**Remarque**. Tout entier est soit pair, soit impair.

**Exemples**. est impair. En effet . est pair. En effet .

**Remarque**. Un entier admet toujours et comme diviseurs. Donc tout a au moins 2 diviseurs.

**Définition**. Un entier est **premier** si on ne peut pas l’obtenir en multipliant deux entiers naturels plus petits. Autrement dit, s’il a exactement deux diviseurs ( et lui-même).

**Exemple**. Liste des 10 premiers nombres premiers : ,…  
 est premier car ses seuls diviseurs sont et .  
 n’est pas premier car .  
 n’est pas premier car .

**Test de primalité**. Un entier non premier a toujours un diviseur tel que .   
Si on a trouvé aucun diviseur , on peut s’arrêter en concluant que est premier.

**Exemple**. 11 est-il premier ? . 11 n’est pas divisible par ni par . Donc est premier.

**Théorème de décomposition en facteurs premiers.** Tout nombre entier naturel peut se décomposer sous la forme d’un produit de nombres premiers. Par ailleurs, cette décomposition est unique.

**Exemples**.

**Idée de la preuve**. Soit un entier naturel . S’il est premier, on a fini. Sinon on peut l’écrire avec et . Si et sont premiers, on a fini. Sinon, on continue à décomposer les facteurs non premiers jusqu’à ce qu’ils le deviennent. Ce processus termine puisqu’à chaque étape les facteurs sont plus petits.

**Rappel.** Un nombre est rationnel s’il peut s’écrire sous la forme avec des entiers, ( )

**Propriété**. Il existe des nombres réels qui ne sont pas rationnels. Le nombre est irrationnel.

**Définition**. Une fraction est **irréductible** ssi le numérateur et le dénominateur n’ont pas de diviseur commun (autre que 1).

**Exemples**. est irréductible car le seul diviseur commun à et est .   
 n’est pas irréductible car est un diviseur de et de .