**Equations de droites**

**Définition**. Une **équation** est l’expression d’une égalité.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquement**Exemple**. " " est une équation. est une variable. et sont des constantes.  
**Contre-Exemple**. " " n’est pas une équation, car il n’y a pas de .  
**Exemple**. "  " est une équation (à 2 variables).   
 est la 1ère variable et est la 2ème variable.  
Le point vérifie l’équation car .  
Le point ne vérifie pas l’équation :   
Le point vérifie l’équation car .   
  
**Remarque**. Une équation à deux variables, correspond à un ensemble de points du plan : L’ensemble de tous les points qui rendent l’équation vraie.

**Remarque**. La forme particulière d’une équation, a un lien avec la forme de l’ensemble qu’elle représente.

**Propriété**. Toute droite du plan correspond à un ensemble des points qui vérifient tous :  
 où sont des constantes, et pas simultanément nuls. La réciproque est vraie.

**Définition et remarques principales.** Toute droite admet une équation de la forme " "  
" " est **une équation cartésienne de la droite.**  
Cette équation représente toute la droite. Les seuls nombres représentent toute la droite.  
Pour tout point du plan on peut écrire :

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquement**Remarque**. Pour toute droite, l’équation *cartésienne* n’est pas unique. ne sont pas uniques.  
**Exemple**. Ces équations représentent la même droite.

**Propriété**. Toute droite du plan *non* verticale correspond à une équation de la forme où et sont des constantes.   
**Définition.** Dans ce cas l’expression "  " est **l’équation réduite de la droite .**  
**Propriété**. Toute droite du plan verticale correspond à une équation de la forme    où est une constante.  
**Définition.** Dans ce cas l’expression "  " est **l’équation réduite de la droite .**

**Exemple.** Donner l’équation réduite de la droite dont une équation est   
   
L’équation réduite de est donc .

**Remarque**. Toute droite admet une unique équation réduite. et sont donc uniques pour chaque droite.

**Hypothèse**. Soit une droite non verticale d’équation *réduite*

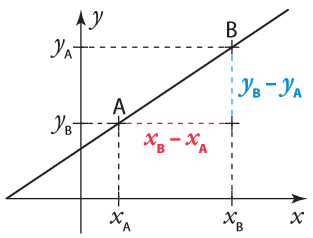
**Définition.**  est **le coefficient directeur** ou **la pente** de la droite **,**  est **l’ordonnée à l’origine** de .

**Exemple**. Pour la droite d’équation réduite on a et .

**Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquementPropriété**. Si la droite « monte » en allant vers la droite. Si la droite « descend ».   
Si la droite est horizontale (parallèle à l’axe des abscisses.).  
 indique de combien d’unités la droite monte (ou descend) si on va une unité à droite.  
 indique l’ordonnée du point de la droite dont l’abscisse est 0.

**Exemple.** Pour la droite d’équation réduite , donc la droite descend à une vitesse de 2 unités par carreau.   
De plus , donc le point de la droite d’abscisse a pour ordonnée .

**Propriété**. Soit et deux points du plan d’abscisses distinctes Alors la pente de la droite est

**Exemple**. Donner la pente de la droite passant par et   
La pente de cette droite est .

Une image contenant texte, antenne

Description générée automatiquement**Idée.** Un **vecteur directeur d’une droite** est un vecteur aligné avec la droite dans un sens ou l’autre.

**Définition**. Soit un vecteur , et une droite dont et sont deux points distincts.  
 est un **vecteur directeur de la droite** si est colinéaire à .

**Exemple**. Si et alors .  
 est un vecteur directeur de car est colinéaire à

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite . Un vecteur directeur est .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite . Un vecteur directeur est

**Propriété**. Deux droites du plan peuvent être soit sécantes, soit parallèles strictement, soit confondues.

**Propriété**. Deux droites d’équations réduites  et sont parallèles ssi . De plus, si alors elles sont confondues.

**Propriété**. Deux droites d’équations cartésiennes   et    sont parallèles ssi ssi ssi

**Système d’équations**

**Définition**. **Système linéaire de deux équations à deux inconnues.**  
On dit qu’un couple de réels vérifie le système suivant de 2 équations linéaires du 1er degré à 2 inconnues «  » où sont des réels, si ce couple vérifie les deux équations.

|  |
| --- |
| **Théorème**. Un tel système a : soit une seule solution, soit aucune solution, soit une infinité de solutions. Résoudre un tel système revient à chercher les coordonnées du point d’intersection, s’il y en a un, des deux droites dont les équations sont celles du système. - Le système admet un seul couple solution ssi les deux droites sont sécantes ssi  - Le système admet aucune solution ssi les deux droites sont parallèles non confondues. - Le système admet une infinité de solutions ssi les deux droites sont confondues. |

|  |
| --- |
| **Règle**. **Résolution d’un système par substitution.** Cette méthode consiste à isoler une inconnue à partir d’une équation et à la remplacer dans l’autre équation afin d’obtenir une nouvelle équation avec une seule inconnue.  On résout alors cette nouvelle équation puis on remplace l’inconnue trouvée dans la première équation afin de trouver la seconde inconnue. Cette méthode a l’avantage d’être simple, mais le désavantage d’être lente et propice aux erreurs. |

**Exemple**. Pour résoudre on peut effectuer les étapes suivantes :  
1. On isole dans la première équation  ; 2. On remplace dans la 2ème équation pour n’avoir que du   
3. On résout la 2ème équation pour trouver ; 4. On remplace par sa valeur dans la 1ère pour trouver .  
Supposons que vérifie . Alors donc donc donc donc donc c’est-à-dire .  
Réciproquement si alors vérifie . L’ensemble des solutions de est .

|  |
| --- |
| **Règle**. **Résolution d’un système par combinaison.** Cette méthode consiste à multiplier les deux équations par des nombres de telle manière qu’en additionnant les équations membre à membre, une inconnue s’élimine. Ainsi, il n’y a plus qu’à résoudre une équation à une seule inconnue. Pour trouver la deuxième inconnue, on peut renouveler la même méthode ou substituer. Cette méthode est plus rapide mais plus astucieuse. |

**Exemple**. Pour résoudre on peut effectuer les étapes suivantes :  
Supposons que vérifie . Alors donc donc donc donc .  
Réciproquement si alors vérifie . L’ensemble des solutions de est .