**Equations de droites**

**Définition**. Une **équation** est l’expression d’une égalité.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquement**Exemple**. " " est une équation. est une variable. et sont des constantes.  
**Contre-Exemple**. " " n’est pas une équation, car il n’y a pas de .  
**Exemple**. "  " est une équation (à 2 variables).   
 est la 1ère variable et est la 2ème variable.  
Le point vérifie l’équation car .  
Le point ne vérifie pas l’équation :   
Le point vérifie l’équation car .

**Remarque**. Une équation à *deux* variables, correspond à un ensemble de points du *plan* : L’ensemble de tous les points qui rendent l’équation vraie.

**Exemple**. L’équation représente la courbe sur l’image ci-contre.

**Propriété**. Toute droite du plan correspond à un ensemble de points qui vérifient tous :  
 où sont des constantes, et pas simultanément nuls. La réciproque est vraie.

**Exemple**. est l’équation d’une droite. , , et .

**Définition et remarques principales.** Toute droite admet une équation de la forme " "  
" " est **une équation cartésienne de la droite.**  
Cette équation représente toute la droite. Les seuls nombres déterminent toute la droite.  
Pour tout point du plan on peut écrire :

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquement**Remarque**. Pour toute droite, l’équation *cartésienne* n’est pas unique. ne sont pas uniques.  
**Exemple**. Ces équations représentent la même droite.

**Propriété**. Toute droite du plan non verticale admet une unique équation de la forme où et sont des constantes.   
**Définition.** L’expression "  " est **l’équation réduite de la droite .**  
**Propriété**. Toute droite du plan verticale admet une unique équation de la forme   
  où est une constante.  
**Définition.** Dans ce cas l’expression "  " est **l’équation réduite de la droite .**

**Exemple.** Donner l’équation réduite de la droite dont une équation est   
 L’équation réduite est

**Hypothèse**. Soit une droite non verticale d’équation *réduite*

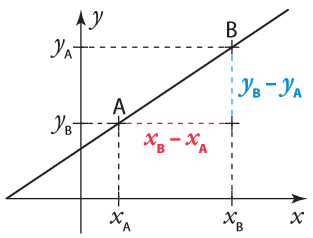
**Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, nombre

Description générée automatiquementDéfinition.**  est **le coefficient directeur** ou **la pente** de la droite **,**  est **l’ordonnée à l’origine** de .

**Exemple**. Pour la droite d’équation réduite on a et .

**Propriété**. Si la droite « monte » en allant vers la droite. Si la droite « descend ». Si la droite est horizontale (parallèle à l’axe des abscisses.).  
 indique de combien d’unités la droite monte (ou descend) si on va une unité à droite.  
 indique l’ordonnée du point de la droite dont l’abscisse est 0.

**Exemple.** La droite d’équation réduite a une pente qui vaut , donc la droite descend à une vitesse de 2 unités par carreau. De plus , donc le point de la droite d’abscisse a pour ordonnée .

**Propriété**. Soit et deux points du plan d’abscisses distinctes Alors la pente de la droite est

**Exemple**.   
Donner l’équation réduite de la droite passant par et .  
La pente de cette droite est .  
L’équation de est donc de la forme . On se sert ensuite du fait que pour trouver .  
 donc donc donc . Donc  :

Une image contenant texte, antenne

Description générée automatiquement**Idée.** Un **vecteur directeur d’une droite** est un vecteur aligné avec la droite dans un sens ou l’autre.

**Définition**. Soit un vecteur , et une droite dont et sont deux points distincts.  
 est un **vecteur directeur de la droite** si est colinéaire à .

**Exemple**. Déterminer un vecteur directeur de la droite passant par et . Réponse : est un vecteur directeur de la droite .  
 est-il un vecteur directeur de ? Oui car et sont colinéaires car

**Exemple**. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par et de vecteur directeur . Soit un point du plan.  
 colinéaire à   
. Donc une équation de est  .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation cartésienne est .

**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite . Un vecteur directeur est .

**Propriété**. Un vecteur directeur d’une droite d’équation est .  
**Exemple**. Donner un vecteur directeur de la droite . Un vecteur directeur est

**Remarque**. Deux droites du plan peuvent être soit sécantes, soit parallèles (strictement, ou confondues).

**Propriété**. Deux droites d’équations réduites  et sont parallèles ssi . Dans ce cas, si de plus, alors elles sont confondues.

**Exemple**. Les droites et sont elles parallèles ? Non car elles ont des pentes différentes ()

**Propriété**. Soit deux droites d’équations cartésiennes   et     
Si alors les droites sont sécantes.  
Si alors les droites sont parallèles. Si de plus alors elles sont confondues.

**Exemple**. Les droites et sont-elles parallèles ou sécantes ? Un vecteur directeur de est . Un vecteur directeur de est . . Donc et ne sont pas colinéaires donc les droites et sont sécantes.

**Système d’équations**

**Définition.** Si sont des constantes réelles, " " est un **système de 2 équations linéaires à 2 inconnues ( et ).**   
**Exemple**. est un système de 2 équations linéaires à 2 inconnues.

**Propriété**. Un tel système a : soit une seule solution, soit aucune solution, soit une infinité de solutions.  
Résoudre un tel système revient à déterminer l’intersection de deux droites.  
- Le système admet un seul couple solution ssi les deux droites sont sécantes. ( ssi )  
- Le système admet aucune solution ssi les deux droites sont parallèles strictement.   
- Le système admet une infinité de solutions ssi les deux droites sont confondues.

**Exemple**. a pour déterminant .  
Donc le système a exactement un couple solution.

**Méthode**. **Résolution d’un système par substitution.**  
Cette méthode consiste à isoler une inconnue à partir d’une équation et à la remplacer dans l’autre équation afin d’obtenir une nouvelle équation avec une seule inconnue.   
On résout alors cette nouvelle équation puis on remplace l’inconnue trouvée dans la première équation afin de trouver la seconde inconnue.

**Exemple**. Résoudre On peut rédiger ainsi (sans les annotations entre parenthèses)  
Supposons que vérifie   
 donc donc donc   
 donc . Or donc   
 Donc . (Ici, on sait que c’est la seule solution *possible* de , ce qu’il reste à vérifier)  
Réciproquement si alors vérifie . L’ensemble des solutions de est .

**Méthode**. **Résolution d’un système par combinaison.**Cette méthode consiste à multiplier les deux équations par des nombres de telle manière qu’en soustrayant les équations, une inconnue s’élimine. Ainsi, il n’y a plus qu’à résoudre une équation à une seule inconnue. Pour trouver la deuxième inconnue, on peut renouveler la même méthode ou substituer. Cette méthode est souvent plus rapide et plus sure, car elle évite les fractions dans les calculs.

**Exemple**. Résoudre On peut rédiger ainsi (sans les annotations entre parenthèses)  
Supposons vérifie alors :  
 D’une part donc donc   
 D’autre part donc donc Donc . (Ici, on sait que c’est la seule solution *possible* de , ce qu’il reste à vérifier)  
Réciproquement si alors vérifie . L’ensemble des solutions de est .