Vecteurs et colinéarité

Une image contenant ligne, pente, diagramme

Description générée automatiquement**Définition.** Deux vecteurs non nuls et sont **colinéaires** ssi il existe un nombre réel tel que .  
Autrement dit s’ils sont alignés, dans le même sens ou de sens opposés.

**Exemple.** Les vecteurs et sur l’image ci-contre sont colinéaires entre eux.  
Le vecteur n’est colinéaire avec aucun des autres vecteurs.

Une image contenant ligne, Parallèle, Tracé, pente

Description générée automatiquement**Définition**. Un **repère** désigne la donnée d’un point et de deux vecteurs et non colinéaires. On note un tel repère.  
Un repère sert à repérer les coordonnées, les longueurs, aires, angles, etc..

**Remarque**. Quand on change de repère, les coordonnées d’un vecteur ou d’un point changent. Cependant, les définitions et formules sur les vecteurs restent valables, si on les écrit dans un même repère .  
Attention : Les longueurs, aires et angles sont des notions a priori relatives au repère utilisé.  
**Définition**. On note le **repère canonique**.   
Jusqu’ici, on s’est toujours placé dans sans le dire.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé

Description générée automatiquement**Remarque**. Dans un repère donné, on peut définir, **l’angle géométrique entre deux vecteurs** (non nuls).

**Propriété**. Dans un repère donné, deux vecteurs non nuls sont **colinéaires** s’ils forment un angle nul (0°) ou plat (180°)

Une image contenant ligne, Tracé, diagramme

Description générée automatiquement**Définition**. Dans un repère donné, deux vecteurs non nuls sont **orthogonaux**, s’ils forment un angle droit (90°).

**Exemple.** Les vecteurs et sur l’image ci-contre sont orthogonaux, car si on les fait partir du même point, ils forment un angle droit.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, capture d’écran

Description générée automatiquement

**Définition**. Un **repère** est **orthonormé** si et sont orthogonaux et de longueur (dans

**Propriété.** Les longueurs, aires et angles géométriques sont identiques dans tout repère *orthonormé*.

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, texte

Description générée automatiquement **Exemples.** Ici on considère comme le repère de référence.Ci-contre, les repères , et sont orthonormés.   
Les longueurs ont donc la même mesure dans ,, .  
 n’est pas orthonormé car ses vecteurs sont de longueur 2 (en les mesurant dans ).  
 n’est pas orthonormé car ses vecteurs ne sont pas orthogonaux (au sens de ).

**Rappel.** Deux vecteurs non nuls et sont **colinéaires** ssi il existe un nombre réel tel que .

Une image contenant texte, périphérique, jauge

Description générée automatiquement**Exemple.**  et sont des vecteurs colinéaires car .   
**Exemple.** Les vecteurs ci-contre sont colinéaires entre eux puisqu’ils sont proportionnels à

Une image contenant texte, diagramme, ligne, Tracé

Description générée automatiquement**Définition**. Dans un repère donné, le **déterminant** de deux vecteurs et est le nombre   
Pour éviter la notation on utilise la notation

**Exemple.** Si et , alors

**Propriété.** Dans un repère orthonormé, l’aire du parallélogramme formé par et quand on les fait partir d’un même point, vaut

**Exemple.** En supposant que l’unité de base est le , l’aire du parallélogramme délimité par les vecteurs et précédents est :

**Propriété**. Deux vecteurs sont colinéaires ssi leur déterminant est zéro. (Dans n’importe quel repère)

**Exemple.**  et sont-ils colinéaires ? donc et sont colinéaires.

**Propriété**. Deux droites et sont parallèles ssi et sont colinéaires ssi .

**Exemple.** Soit , , , .  
 et sont-elles parallèles ou sécantes ?   
Donc et sont parallèles.  
  
**Propriété**. Trois points distincts et sont alignés ssi et sont colinéaires ssi .

**Exemple.** Les points , et sont-ils alignés ?

Donc et sont alignés.