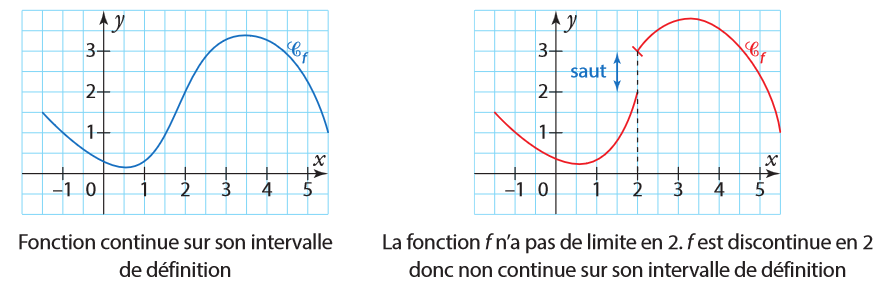
Continuité

**Définition**. Continuité en un point. Une fonction définie sur un intervalle est **continue en un point** de si et seulement si :

**Définition**. Continuité sur un intervalle. Une fonction définie sur un intervalle est **continue sur l’intervalle** si et seulement si est continue en tout réel de .



**Remarque**. Aux bornes d’un intervalle fermé la définition de la continuité s’adapte en prenant la limite à droite pour la borne inférieure et la limite à gauche pour la borne supérieure.

**Propriétés (admises)**. La plupart des fonctions usuelles sont continues là où elles sont définies :  
Les fonctions puissance où , sont continues sur ℝ.  
La fonction inverse est continue sur .  
La fonction racine carrée est continue sur .  
La fonction valeur absolue est continue sur ℝ.  
La fonction exponentielle est continue sur ℝ.  
Les fonctions sinus et cosinus sont continues sur ℝ.

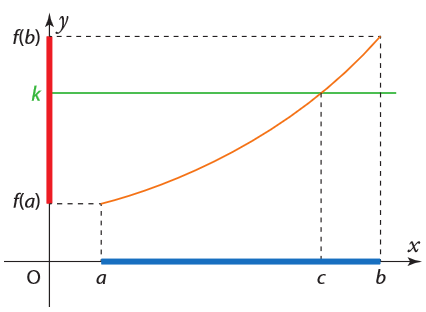
**Propriétés (admises)**. Opérations et continuité  
Si et sont deux fonctions continues sur un intervalle alors est continue sur .  
Si et sont deux fonctions continues sur un intervalle alors est continue sur .  
Si et sont deux fonctions continues sur un intervalle alors est continue sur .  
Si et sont deux fonctions continues sur un intervalle et si ne s’annule pas sur , alors est continue sur .  
Soit une fonction continue sur un intervalle et soit une fonction continue sur un intervalle et à valeurs dans . Alors est continue sur .

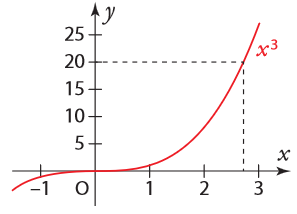
**Corollaire**. Les fonctions polynômes sont continues sur .  
**Corollaire**. Les fonctions rationnelles sont continues là où elles sont définies.

**Exemple**. Déterminer . est défini et continu en , car c’est un polynôme.  
Donc .  
**Exemple**. La fonction définie sur ℝ par est continue par somme et composition de fonctions continues sur ℝ.

**Théorème**. Continuité et dérivabilité  
Si une fonction est dérivable en un réel alors est continue en .  
Si une fonction est dérivable sur un intervalle alors est continue sur .

**Remarque**. La réciproque de ce théorème est fausse. Une fonction peut être continue en mais pas dérivable en . Cela se caractérise sur une courbe sans saut mais qui n’admet pas une tangente au point a comme la fonction valeur absolue en 0.

**Théorème**. Valeurs intermédiaires.  
Soit une fonction continue et monotone (strictement) sur un intervalle . Pour tout réel compris entre et , l’équation «  » admet une solution (unique) dans l’intervalle .

**Remarque**. Pour un réel compris entre et , l’existence d’une solution est déterminée par la continuité et l’unicité par la stricte monotonie.  
  
**Remarque**. Ce théorème marche aussi pour un intervalle ouvert où et peuvent être réels ou . doit alors être compris entre et .  
**Remarque**. Lorsque , il suffit de montrer que la fonction change de signe sur .  
**Remarque**. Les flèches « montantes » ou « descendantes » d’un tableau de variations indiquent la continuité et la monotonie, ce qui est utile pour utiliser le TVI.

**Exemple**. L’équation admet une unique solution sur car la fonction cube est strictement croissante et continue sur et est compris entre et .