Soit une expérience aléatoire d’univers sur laquelle est définie une probabilité .  
Soit et deux évènements. On suppose .

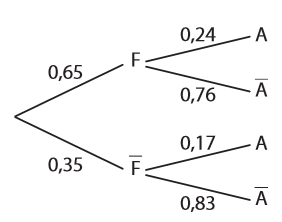
Probabilités conditionnelles

|  |
| --- |
| **Définition.** On appelle **probabilité conditionnelle de sachant**  la probabilité que l’évènement se réalise sachant que l’évènement est réalisé. Elle est notée ou et est définie par |
|  |

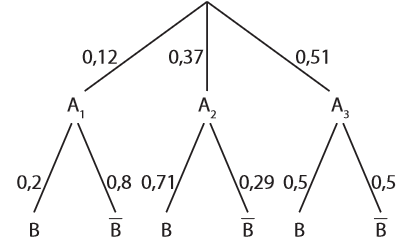
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Plein tarif | Demi-tarif | Total |
| Séance du matin | 103 | 91 | 194 |
| Séance du soir | 280 | 26 | 306 |
| Total | 383 | 117 | 500 |

**Exemple.** On donne ci-contre la répartition des spectateurs sur une journée dans une salle de cinéma selon les séances et le tarif. On choisit un de ces spectateurs au hasard et on considère les événements :  
- M : « La personne a assisté à la séance du matin. »   
- D : « La personne a payé demi-tarif. »  
La probabilité que la personne ait assisté à la séance du matin sachant qu’elle a payé demi-tarif est car parmi les 117 personnes ayant payé demi-tarif, 91 sont venues le matin.  
De même, , la probabilité que la personne ait payé demi-tarif, sachant qu’elle a assisté à la séance du matin est . Attention à ne pas confondre et

|  |  |
| --- | --- |
| **Propriété.** Probabilité conditionnelle et intersection On a, de manière équivalente, et   |  | | --- | | **Propriété.** Règle du produit Soit un évènement A tel que et . Dans l’arbre pondéré ci-contre, les probabilités des événements , , , et peuvent être obtenues en multipliant entre-elles les probabilités écrites sur les branches qui « mènent » à l’événement. | |

**Exemple.** Lors d’une colonie de vacances, il y a:  
- 65 % de filles, dont 24 % souhaitent faire une randonnée.  
- 35 % de garçons, dont 17 % souhaitent faire une randonnée.  
On tire au sort un des enfants et on considère les événements F : « L’enfant est une fille. » et A : « L’enfant souhaite faire une randonnée. ». On peut représenter la situation par l’arbre pondéré ci-contre. La probabilité que l’enfant tiré au sort soit une fille qui souhaite faire une randonnée est . La probabilité que l’enfant tiré au sort soit un garçon qui ne souhaite pas faire de randonnée est .

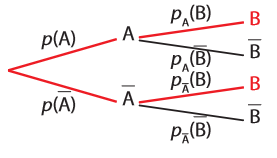
|  |  |
| --- | --- |
| |  | | --- | | **Définition.** Partition de l’univers. Soit événements de probabilités non nulles . Ces événements forment **une partition de l’univers**  si : - Ils sont disjoints deux à deux, c’est-à-dire  - Leur union est l’univers, c’est-à-dire  Plus généralement, on dit que forment **une partition d’un événement**  si ils sont disjoints deux à deux et leur union est égale à . | |

**Remarque.** Un événement et son contraire forment toujours une partition de l’univers .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Les probabilités d’une partition s’additionnent. Si forment une partition de l’univers , alors  Si forment une partition d’un événement , alors |
| **Propriété.** Dans un arbre pondéré, la somme des probabilités des branches issues d’un même nœud est donc toujours égale à . |
|  |

**Exemple.** Soit , et formant une partition de l’univers. Dans l’arbre ci-contre, les événements reliés à un même nœud (, et d’une part et et d’autre part) forment des partitions de l’univers, c’est donc bien un arbre pondéré.  
On peut y calculer par exemple :

|  |
| --- |
| **Propriété.** **Formule des probabilités totales** Soit et deux événements. On suppose que et . Alors : **Remarque.** Sur un arbre pondéré, on peut comprendre la formule des probabilités totales comme le fait que l’on additionne les probabilités et associées aux « chemins » pour lesquels est réalisé, représentés en rouge sur l’arbre ci-contre. |

**Exemple.** On reprend l’exemple de la colonie de vacances. La probabilité qu’un enfant souhaite faire une randonnée est :   
.   
**Exemple.** Pour l’arbre pondéré ci-dessous (on admet que et d’une part et et d’autre part forment 2 partitions), .  
Une image contenant ligne, diagramme

Description générée automatiquement