Suites numériques

|  |
| --- |
| **Idée.** Une **suite** est une liste ordonnée et infinie de nombres, par exemple . |

**Exemple.** La liste des entiers naturels ) est une suite.   
**Exemple.** La liste des multiples de 3 supérieurs à  : est une suite.   
**Contre-Exemple.** n’est pas une suite car c’est une liste finie.

|  |
| --- |
| **Notation**. On note **le** **terme de rang** d’une suite |

**Exemple.** Si est la suite des entiers impairs, alors ; ; ; ; …

Attention : Ne pas confondre qui est un simple nombre et qui désigne *toute* la suite .

**Remarque.** Le rang initial est souvent . Mais on peut définir une suite avec un rang initial .

|  |
| --- |
| **Vocabulaire.** Une suite est **définie explicitement** si on peut écrire en fonction du *rang* |

**Exemples.** Soit la suite définie par pour tout . On a   
Soit la suite définie à partir du rang par . On a

|  |
| --- |
| **Vocabulaire.** Une suite est **définie par récurrence** si :   * On donne une formule exprimant tout terme, en fonction d’un ou plusieurs *termes précédents* * On donne un premier terme de la suite (voire plusieurs premiers termes) |

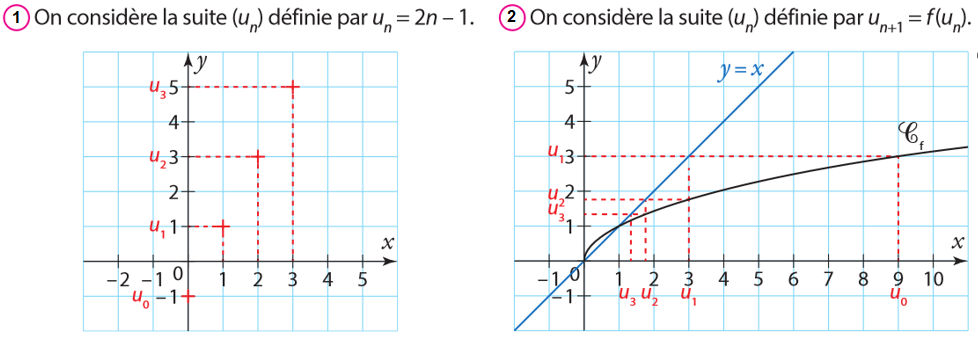
**Exemple.** Soit la suite définie par (suivant = 3 courant + 15)   
 ( autrement dit, on a remplacé par  : )  
 ( autrement dit, on a remplacé par  : )  
   
Etc… Pour calculer chaque terme, on doit connaître le précédent.

|  |
| --- |
| **Vocabulaire.** Si le terme **courant** est , alors est le terme **suivant**. est le terme **précédent**. **Remarque**. *Attention* à ne jamais confondre (le terme suivant) et (le terme courant + 1) |

**Exemple.** Soit la suite définie par pour tout .  
Alors mais

|  |
| --- |
| **Méthode.** Pour représenter une suite dans un repère (voir 1.), on place les points de coordonnées . |

**Méthode.** Si la suite est *définie par récurrence*, ( et ), alors (voir 2.) on peut construire les termes à l’aide de la courbe représentative de la fonction et de la droite d’équation



Suites arithmétiques et géométriques

**Idée.** Une suite est **arithmétique** si on ajoute toujours le même nombre pour passer au terme suivant.

**Exemple *a*.**  est le début d’une suite arithmétique , car on ajoute à chaque fois.  
**Exemple *b*.**  est le début d’une suite arithmétique , car on ajoute à chaque fois.

**Définition.** Une suite est **arithmétique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   
 est appelé **raison de la suite arithmétique** .

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, pour tout , . La raison de cette suite est .  
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, pour tout , . La raison de cette suite est .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Soit une suite arithmétique de raison . **Idée**. Deux termes distants de rangs diffèrent de fois la raison |

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est arithmétique de raison , donc pour tout ,   
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, est arithmétique de raison , donc pour tout ,

**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,   
**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,

**Propriété.** Soit une suite arithmétique de raison .  
La suite est strictement croissante si , strictement décroissante si , et constante si .

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est arithmétique de raison donc est croissante.

**Idée.** est **géométrique** si on multiplie toujours par le même nombre pour passer au terme suivant.

**Exemple *c*.**  est le début d’une suite géométrique , car on à chaque fois.  
**Exemple *d*.**  est le début d’une suite géométrique , car on à chaque fois.

**Définition.** Une suite est **géométrique** s’il existe un réel , tel que pour tout ,   
 est appelé **raison de la suite géométrique** .

**Exemple.** Dans l’exemple *c*, pour tout , . La raison de cette suite est .  
**Exemple.** Dans l’exemple *d*, pour tout , . La raison de cette suite est .

|  |
| --- |
| **Propriété.** Soit une suite géométrique de raison . **Idée**. Deux termes distants de rangs, sont dans un rapport égal à la raison puissance |

**Exemple.** Dans l’exemple *a*, est géométrique de raison , donc pour tout ,   
**Exemple.** Dans l’exemple *b*, on a , donc pour tout ,

**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,   
**Remarque**. Si le rang initial est il faut adapter la formule. Pour tout ,