**Objectif.** Etudier les variations d’une fonction en utilisant la dérivée

1. Soit une fonction définie et dérivable sur l’intervalle . La courbe représentative de est tracée ci-dessous.  
   Une image contenant diagramme, ligne, Tracé, nombre

   Description générée automatiquement
   1. Décrire les variations de sur
   2. En déduire le tableau de signes de la fonction dérivée sur
2. Soit la fonction définie sur par
   1. Justifier que est dérivable sur et déterminer sa dérivée .
   2. Etudier le signe de sur
   3. En déduire les variations de sur
3. Même exercice avec la fonction définie sur par
4. Même exercice avec la fonction définie sur par
5. Même exercice avec la fonction définie sur par
6. Même exercice avec la fonction définie sur par
7. Même exercice avec la fonction définie sur par
8. On a tracé ci-contre la courbe représentative d’une fonction définie sur , ainsi que la tangente à au point d’abscisse .  
   Une image contenant ligne, diagramme, Tracé, Parallèle

   Description générée automatiquement  
   Parmi les 4 graphiques ci-dessous, déterminer celui qui correspond à .

Une image contenant diagramme, Tracé, ligne, texte

Description générée automatiquement  
Une image contenant Tracé, ligne, diagramme, texte

Description générée automatiquement

1. Soit la fonction définie par
   1. Déterminer l’ensemble de définition de puis l’ensemble de dérivabilité de
   2. Déterminer .
   3. Dans un tableau étudier le signe de , puis les variations de .
2. Même exercice avec la fonction définie par
3. Même exercice avec la fonction définie par
4. Même exercice avec la fonction définie par
5. Soit la fonction définie sur par où est réel.  
   Pour quelles valeurs de la fonction est-elle croissante sur ?

**Objectif.** Résoudre des inéquations

1. Soient et deux nombres strictement négatifs tels que . Pour chaque inégalité ci-dessous, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. (Penser à la définition d’une fonction croissante / décroissante)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

1. Soit définie sur par .  
   Etudier les variations de sur puis en déduire que pour tout , .
2. Démontrer que pour tout réel tel que , alors
3. Soit la fonction définie sur par
   1. Etudier les variations de sur
   2. En déduire que pour , si alors
4. Soit et deux fonctions définies sur par et   
   On cherche à démontrer que pour tout ,   
   Soit définie sur par .
   1. Déterminer .
   2. Etudier le signe de sur
   3. En déduire que est croissante sur
   4. Calculer . Conclure.

**Objectif.** Etudier la position relative de 2 courbes

1. Dans ce repère, la parabole 𝒫 est la courbe représentative d’une fonction et la droite est la courbe représentative d’une fonction affine .

Une image contenant ligne, diagramme, Tracé

Description générée automatiquement

* 1. Étudier la position relative de la parabole 𝒫 et de la droite
  2. En déduire les solutions des inéquations suivantes  et

1. Soit et définies sur par et
   1. Calculer pour tout ,
   2. Etudier le signe de sur
   3. En déduire la position relative de et
2. Même exercice avec et définies sur par :  
    et

**Objectif.** Résoudre un problème d’optimisation, rechercher un extremum

1. Soit une fonction dérivable sur . On donne le tableau de signes de .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Signe de |  |

admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

1. Soit une fonction dérivable sur . On donne le tableau de signes de .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Signe de |  |

admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

1. Soit une fonction dérivable sur . On donne le tableau de signes de .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| Signe de |  |

* 1. admet-elle un minimum local ? Si oui, en quelle valeur ?
  2. admet-elle un maximum local ? Si oui, en quelle valeur ?

1. Soit définie sur par .
   1. Justifier que est dérivable sur et calculer pour tout réel
   2. Dresser le tableau de signe de sur
   3. En déduire que admet un extremum local en une valeur à déterminer.
2. Soit définie sur par .
   1. Justifier que est dérivable sur et calculer pour tout réel
   2. Dresser le tableau de signe de sur
   3. En déduire que admet un maximum local en une valeur à déterminer, et un minimum local en une valeur à déterminer.
3. Soit la figure ci-dessous :  
   Une image contenant capture d’écran, texte, diagramme, Rectangle

   Description générée automatiquement  
   On note . On suppose .  
   On note l’aire totale des 2 carrés en fonction de .
   1. A quel intervalle appartient le réel
   2. Montrer que pour tout ,
   3. Justifier que est dérivable sur et déterminer
   4. En déduire les variations de sur et la valeur de pour laquelle l’aire du domaine est minimale.
4. Voici un programme de calcul :

|  |
| --- |
| Choisir un nombre positif Ajouter  Mettre au carré Soustraire le cube du nombre initial |

Quel nombre choisir au départ afin que le résultat trouvé soit le plus grand possible ?

1. Déterminer deux nombres réels non nuls tels que leur produit soit minimal, sachant que leur différence est égale à 100.
2. Une coopérative fabrique du jus de pomme. Elle produit entre et litres de jus. Elle a établi que ses coûts de production, en euros, de litres de jus de pommes étaient donnés par la fonction   
   Chaque litre produit sera vendu .
   1. Quel est l’ensemble de définition de  ?
   2. On appelle la recette gagnée par la coopérative pour litres vendus. Exprimer en fonction de .
   3. On appelle le bénéfice réalisé par la coopérative lorsqu’elle produit et vend litres de jus de pomme.   
      Calculer pour
   4. Etudier les variations de sur
   5. En déduire le nombre de litres à produire pour obtenir un bénéfice maximum.
3. Un rectangle a pour périmètre cm. On note sa largeur.
   1. Exprimer sa longueur en fonction de .
   2. Exprimer son aire en fonction de .
   3. En déduire l’aire maximum de ce rectangle.
4. Un mobile se déplace sur un axe gradué en cm. On observe son déplacement pendant une durée de s. Sa position sur l’axe est donnée, en fonction du temps (en s), par la fonction .
   1. Etudier les variations de la fonction sur
   2. Décrire le mouvement du mobile sur son axe.
   3. La vitesse instantanée du mobile à un instant est égale à et est exprimée en cm/s.
      1. Quelle est sa vitesse initiale ?
      2. A quels instants sa vitesse est-elle inférieure à 1 cm/s ?
5. Soit un triangle isocèle en de périmètre donné. On cherche à construire ce triangle de façon à maximiser son aire.   
   Plus précisément, on cherche la valeur de qui maximise l’aire de .  
   On note la hauteur issue de dans .
   1. Justifier que
   2. Exprimer en fonction de
   3. En déduire que l’aire du triangle vérifie :
   4. Justifier que est dérivable sur et déterminer sur cet intervalle.
   5. Répondre au problème posé.