L31 : Théorème des valeurs intermédiaires

Contexte : Suites réelles.

Prérequis : Notion de suite, de fonction et de continuité de fonction.

1 Résultats préliminaires

Proposition: Toute suite monotone bornée est convergente.

Définition: Suites adjacentes.

Théorème : Deux suites adjacentes sont convergentes et convergent vers la même limite.

2 TVI et corollaires

Théorème : Théorème des valeurs intermédiaires.

Théorème : TVI monotone (théorème de la bijection).

Corollaire: Théorème de Bolzano (reformulation de k entre f(a) et f(b) en $f(a)f(b) \le 0$).

3 Applications

1. Bête(s) exo(s) d'application.

2. Soit $f \in \mathscr{C}^0([0;1])$. Mq f admet un point fixe (plus : généraliser à [a;b])

3. Application à la résolution d'équations, méthodes exactes :

- Méthode de la dichotomie, implémentation Python / GeoGebra.
- Méthode de Newton, voir développement correspondant.
- 4. Théorème : Toute fonction polynôme de degré impair (et non constante) admet une racine rélle.