

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO GRANDE DO SUL

PROF. DR. ÉDER JULIO KINAST [<eder-kinast@uergs.edu.br>](mailto:eder-kinast@uergs.edu.br)

MÉTODOS NUMÉRICOS – APONTAMENTOS DE AULA

02. Zeros reais de funções reais

Versão 03 – 28/09/2020

Localização de raízes

Método da Bissecção

Método da Posição Falsa

Método de Newton-Raphson

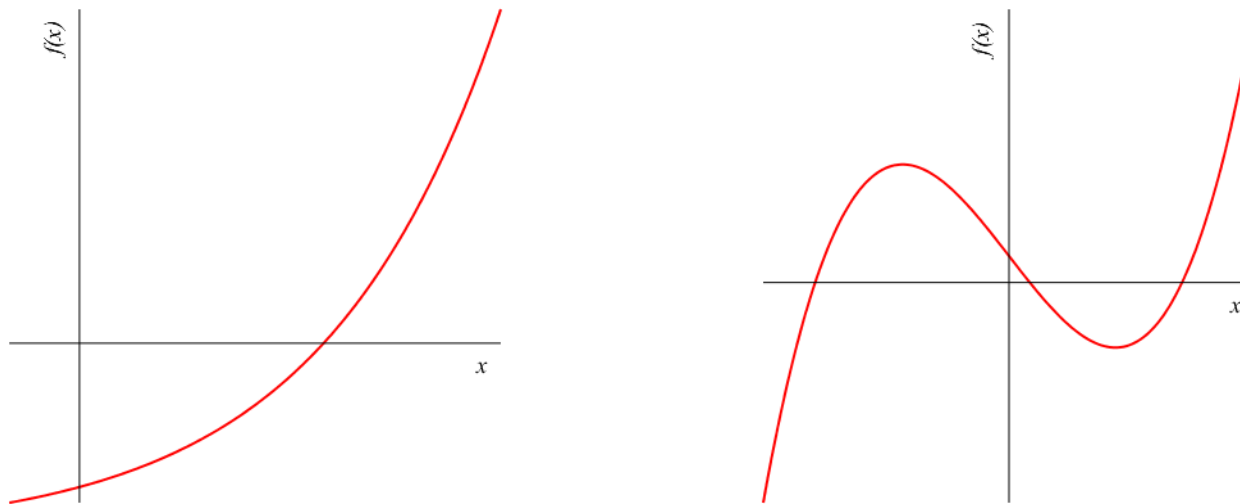
Método da Secante



Raiz ou zeros de uma função real

Um número real r é denominado raiz (ou “zero”) de uma função real de uma variável $f(x)$, se $f(r) = 0$.

Uma função pode ter mais de uma raiz real.



Problema: qual(is) é(são) o(s) valor(es) da(s) raiz(ízes) com alta precisão?

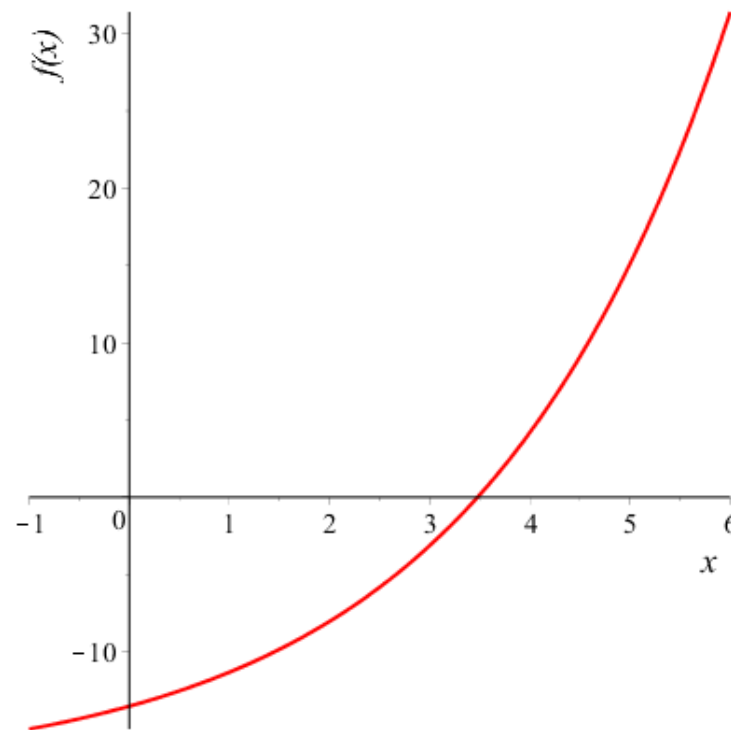
Localização de Raízes

A localização preliminar das raízes de **funções contínuas** é feita com a verificação dos sinais de $f(x)$ para uma gama de valores de x .

Exemplo: $f_1(x) = e^{\left(\frac{2}{5}x + \frac{3}{2}\right)} - 18$

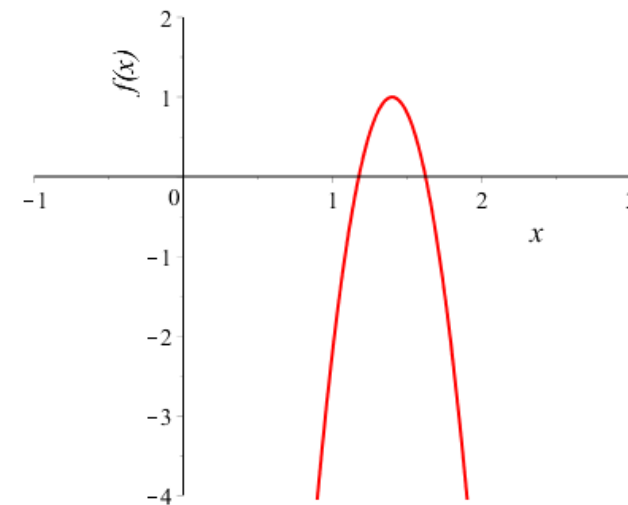
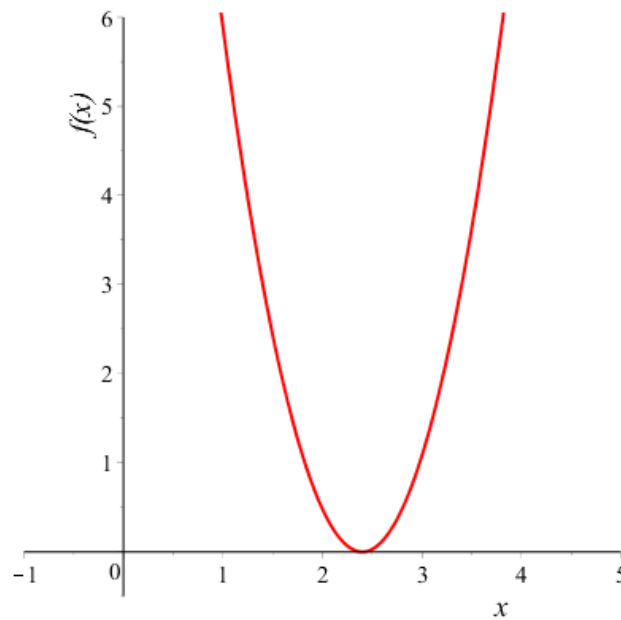
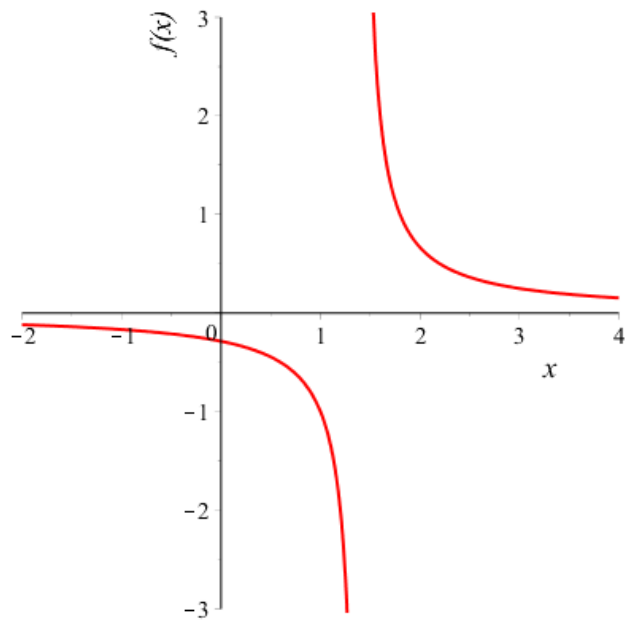
x	f(x)
-1	-14,9958
0	-13,5183
1	-11,3141
2	-8,02582
3	-3,12027
4	4,197951
5	15,11545
6	31,40245

Troca de
sinal



Cuidados com a Localização de Raízes por Verificação

- As funções devem ser contínuas nos intervalos investigados;
- Atenção às raízes que tangem o eixo horizontal;
- Atenção às raízes mais próximas que o passo de verificação.





Localização de Raízes no Excel

Exercício: localizar as raízes da função $f_2(x) = x^3 - 9x + 3$ no intervalo $[-20; 20]$ utilizando definição de função em macro de Excel (arquivo **MetNum02.xlsm**):

- Abrir Excel
- Salvar arquivo no formato **xlsm** (Pasta de Trabalho Habilitada para Macro de Excel)
- Alt+F11 (abre ambiente de desenvolvimento)
- Inserir Módulo (não Módulo de classe)
- Digitar comandos abaixo e Inserir gráfico de dispersão:

```
Function f(x As Double) As Double  
f = x ^ 3 - 9 * x + 3  
End Function
```



Rotina C/C++ para Localização de Raízes

```
#include<iostream>
#include<math.h>
#define PI acos(-1.0)

double f(double x) { // Esta é a função f
    return(pow(x,3)-9*x+3);}

int main()
{
    double Limite_Inferior=-20,Limite_Superior=20,passo=1,x;

    for(x=Limite_Inferior;x<=Limite_Superior;x=x+passo) {

        if(f(x)*f(x+1)<0) printf("Possibilidade de raiz no intervalo [%lf; %lf]\n",x,x+1);

    }

    system("PAUSE");
    return 0;
}
```



Critérios de Parada para estimação de raízes

O valor de uma raiz é considerado *suficientemente preciso* se passar por pelo menos um dos seguintes critérios de parada:

1 – Encontrarmos um intervalo $[a; b]$ dentro do qual esteja a raiz e tal que $b - a \leq \varepsilon_1$, onde ε_1 é um valor suficientemente pequeno.

2 – Encontrarmos um valor de x tal que $|f(x)| \leq \varepsilon_2$, onde ε_2 é um valor suficientemente pequeno.



Métodos para estimação de raízes

Os 4 métodos que serão vistos são:

1. Método da Bissecção;
2. Método da Posição Falsa;
3. Método de Newton-Raphson
4. Método da Secante.

Excepcionalmente, se os métodos acima não funcionarem ou não forem eficientes, ainda pode-se utilizar o método da “Enumeração Exaustiva” ou “Força-Bruta”. Contudo, em geral, este método só se faz necessário em sistemas de equações algébricas ou diferenciais.