UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO GRANDE DO SUL

PROF. DR. ÉDER JULIO KINAST <eder-kinast@uergs.edu.br>

MÉTODOS NUMÉRICOS – APONTAMENTOS DE AULA

03. Método da Bissecção

Versão 07 – 15/09/2020

Método da Bissecção

Algoritmo BISSEC

Programa C-bissec

Planilha MetNum03

Método da Bissecção

Neste método, o intervalo que contem a raiz é diminuído à metade a cada iteração.

O valor médio da intervalo é calculado com $x = \frac{a+b}{2}$.

Método da Bissecção

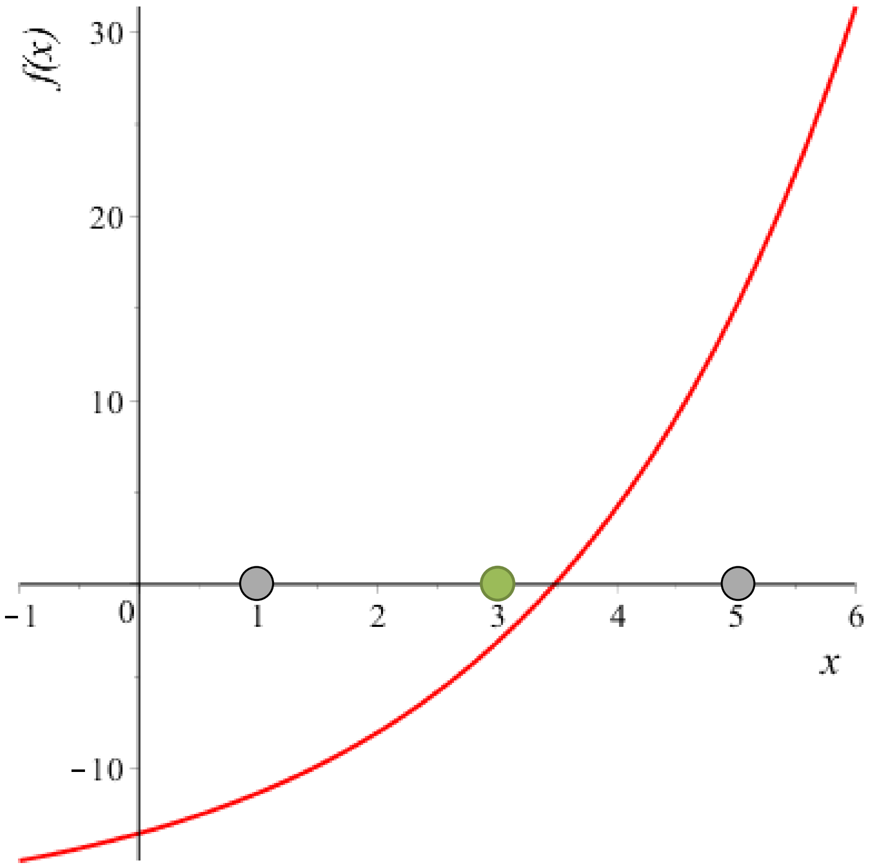
Exemplo visual: $f_1(x) = e^{\left(\frac{2}{5}\cdot x+\frac{3}{2}\right)} - 18.$

A raiz está em $[1; 5]$.

Inicialmente $a = 1$ e $b = 5$.

$$x = \frac{a+b}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

O novo intervalo que contem a raiz é $[3; 5]$.



Método da Bissecção

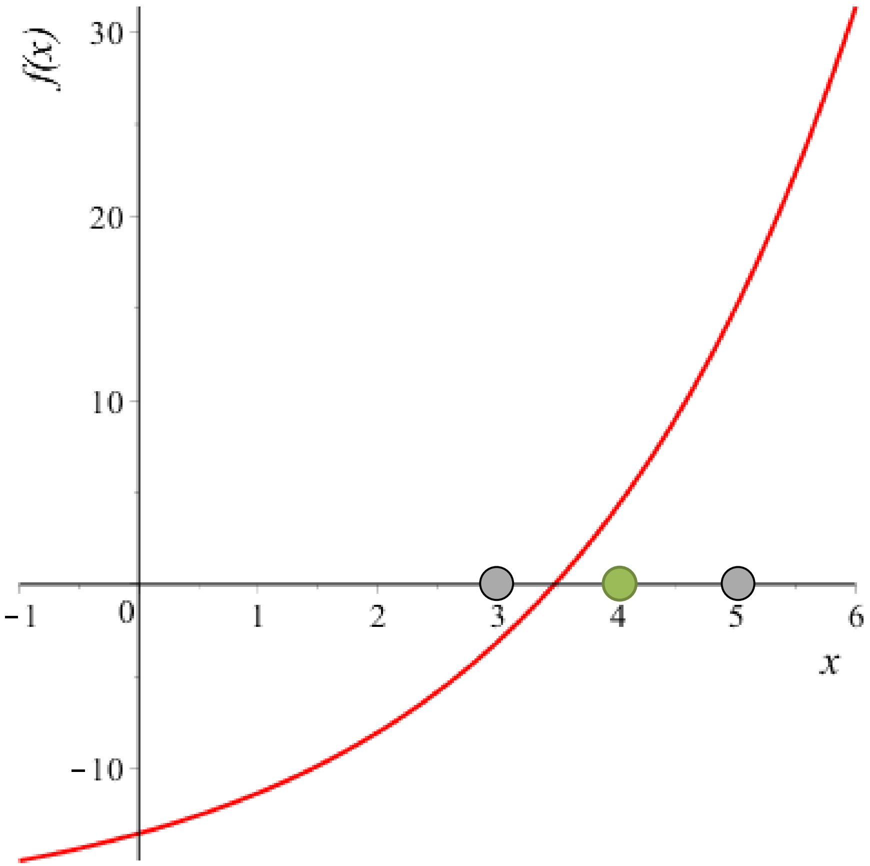
Exemplo visual: 2ª iteração com $f_1(x) = e^{\left(\frac{2}{5}\cdot x+\frac{3}{2}\right)} - 18.$

A raiz está em $[3; 5]$.

Então $a = 3$ e $b = 5$.

$$x = \frac{a+b}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$$

O novo intervalo que contem a raiz é $[3; 4]$.



Localização de Raízes

A *decisão* do novo intervalo que contem a raiz é feito com o teste abaixo, a partir de $a = 1$, $b = 5$ e $x = 3$:

Se $f(a) \cdot f(x) > 0 \rightarrow a = x$

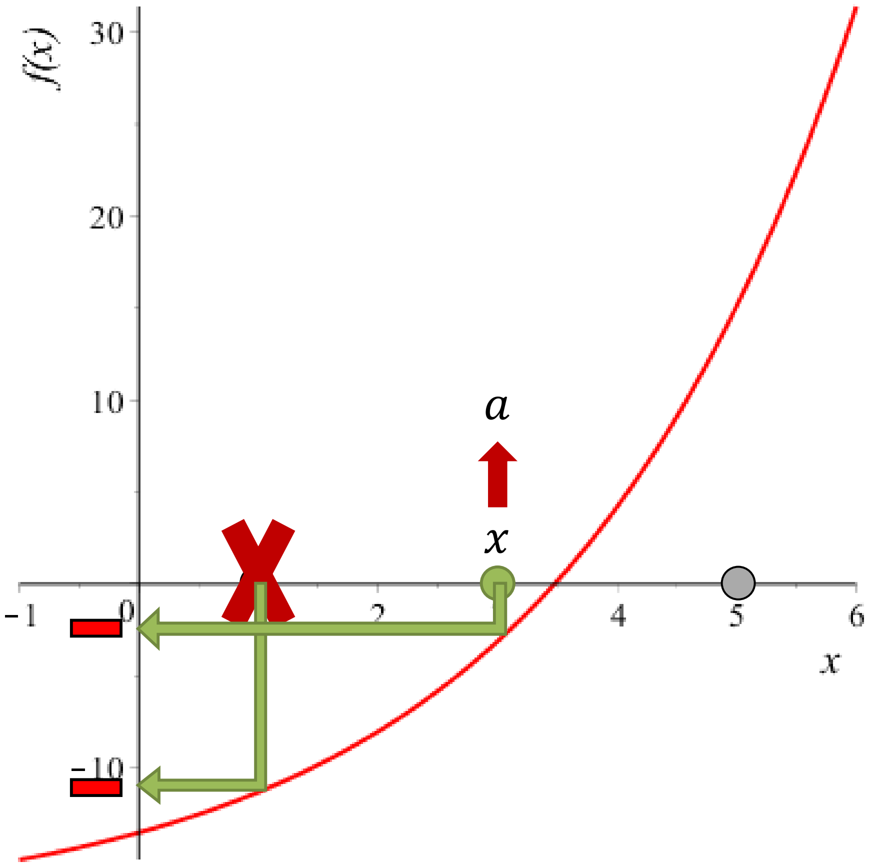
Se $f(a) \cdot f(x) < 0 \rightarrow b = x$

Assim:

$- \times - = +$

$f(1) \cdot f(3) > 0 \rightarrow a = 3$

e b permanece 5 e o intervalor fica $[3; 5]$.



Método da Bissecção

Na 2ª iteração $a = 3$, $b = 5$ e $x = 4$:

Se $f(a) \cdot f(x) > 0 \rightarrow a = x$

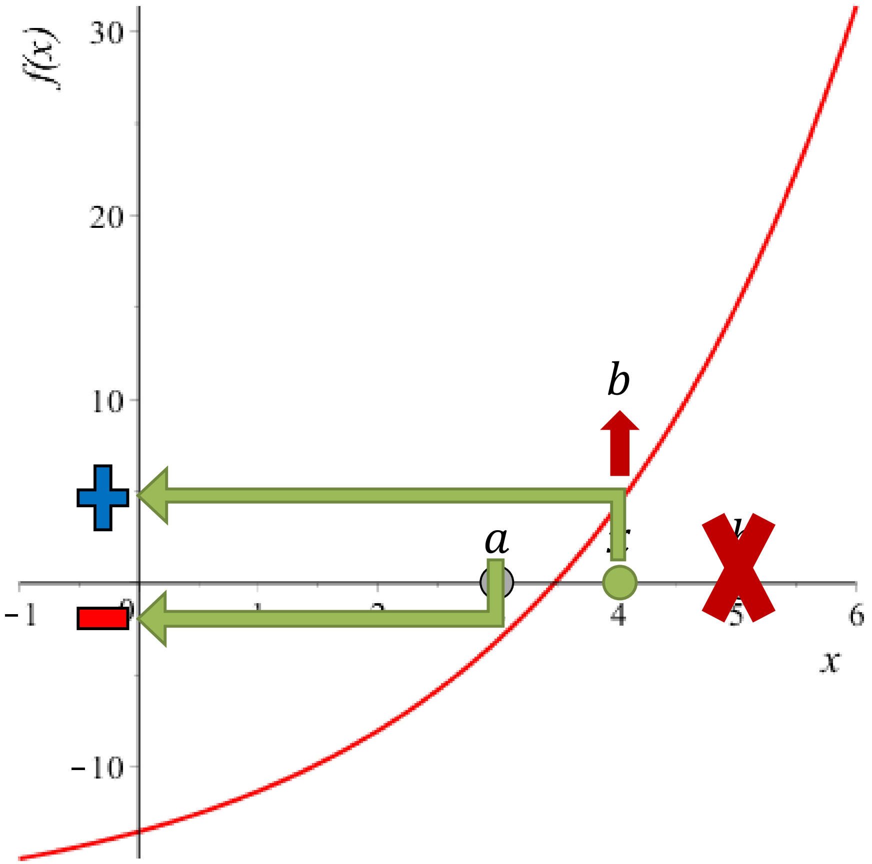
Se $f(a) \cdot f(x) < 0 \rightarrow b = x$

Assim:

$f(3) \cdot f(4) < 0 \rightarrow b = 4$

e a permanece 3 e o

intervalor fica $[3; 4]$.



Algoritmo BISSEC

1) Dados $f(x), a, b, \varepsilon_1, \varepsilon_2$

2) Para k de 1 até 100 com passo 1

$$\begin{cases} x = \frac{a+b}{2} \\ \text{se } f(a) \cdot f(x) > 0 \quad \begin{cases} \text{então } a = x \\ \text{senão } b = x \end{cases} \\ \text{se } (b - a) < \varepsilon_1 \ \underline{\text{ou}} \ |f(x)| < \varepsilon_2 \quad \text{então PARAR} \end{cases}$$

3) Raiz $\cong x$

Método da Bissecção

Exemplo – estime a raiz de $f_2(x) = x^3 - 9 \cdot x + 3$ contida no intervalo $[0; 1]$ com $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-5}$, utilizando o programa Excel com macro para definição da função e linguagem C.

Fazer "a mão" o início deste exemplo, explicitando as colunas

k	x	$f(a)$	$f(x)$	a	b	$b-a$	$\lvert f(x) \rvert$	Continuar?

Planilha Excel para o Método da Bisseção

Planilha **MetNum03.xlsm** (localização e algoritmo):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	k	x	f(a)	f(x)	a	b	b-a	|f(x)|	Continuar?	ε_1
2	início				0	1				1,00E-05
3	1	0,5	3	-1,375	0	0,5	0,5	1,375	Continuar	ε_2
4	2	0,25	3	0,765625	0,25	0,5	0,25	0,765625	Continuar	1,00E-05
5	3	0,375	0,765625	-0,32227	0,25	0,375	0,125	0,322266	Continuar	Passos
6	4	0,3125	0,765625	0,218018	0,3125	0,375	0,0625	0,218018	Continuar	17
7	5	0,34375	0,218018	-0,05313	0,3125	0,34375	0,03125	0,053131	Continuar	Raiz
8	6	0,328125	0,218018	0,082203	0,328125	0,34375	0,015625	0,082203	Continuar	0,337608
9	7	0,3359375	0,082203	0,014474	0,335938	0,34375	0,007813	0,014474	Continuar	
10	8	0,33984375	0,014474	-0,01934	0,335938	0,339844	0,003906	0,019344	Continuar	
11	9	0,337890625	0,014474	-0,00244	0,335938	0,337891	0,001953	0,002439	Continuar	
12	10	0,336914063	0,014474	0,006017	0,336914	0,337891	0,000977	0,006017	Continuar	
13	11	0,337402344	0,006017	0,001789	0,337402	0,337891	0,000488	0,001789	Continuar	
14	12	0,337646484	0,001789	-0,00032	0,337402	0,337646	0,000244	0,000325	Continuar	
15	13	0,337524414	0,001789	0,000732	0,337524	0,337646	0,000122	0,000732	Continuar	
16	14	0,337585449	0,000732	0,000204	0,337585	0,337646	6,1E-05	0,000204	Continuar	
17	15	0,337615967	0,000204	-6,1E-05	0,337585	0,337616	3,05E-05	6,07E-05	Continuar	
18	16	0,337600708	0,000204	7,14E-05	0,337601	0,337616	1,53E-05	7,14E-05	Continuar	
19	17	0,337608337	7,14E-05	5,36E-06	0,337608	0,337616	7,63E-06	5,36E-06	Parar	
20										

Rotina C/C++ para o Método da Bissecção

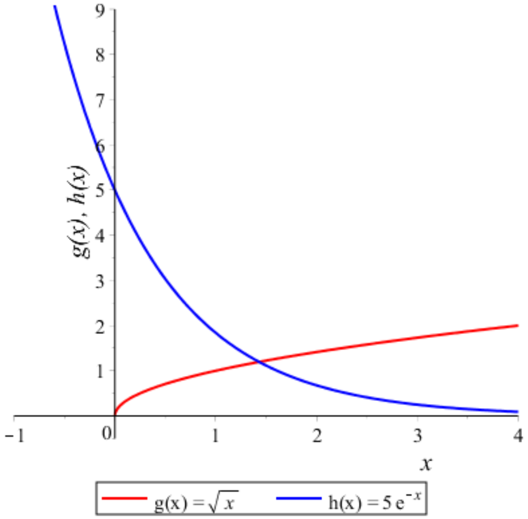
```
#include<iostream>
#include<math.h>

double f(double x) { // Esta é a função f
    return(pow(x,3)-9*x+3);}

int main()
{
    double a=0,b=1,eps1=1e-5,eps2=1e-5,x;
    int k;

    for(k=1;k<=100;k++) {
        x=(a+b)/2;

        if(f(a)*f(x)>0) a=x;
        else b=x;

        if( (b-a)<eps1 || fabs(f(x))<eps2 ) break;

        printf("Passo k = %2d, raiz x = %14.10lf\n",k,x);
    }

    printf("A raiz vale %14.10lf com %d passos.\n\n",x,k);

    system("PAUSE");
    return 0;
}
```

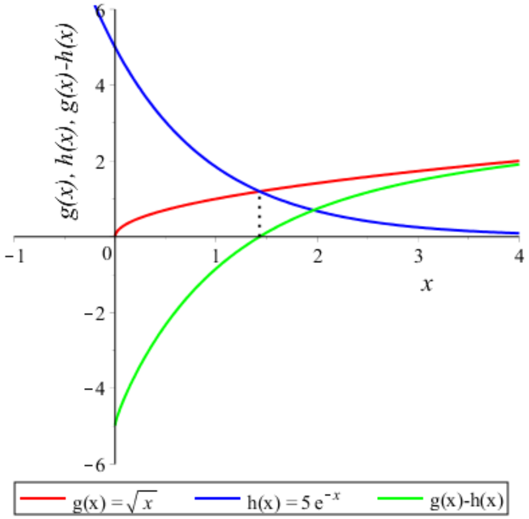
Método da Bissecção

Exercícios

1) Estime a raiz de $f_1(x) = e^{\left(\frac{2}{5}\cdot x+\frac{3}{2}\right)} - 18$ contida no intervalo $[1;5]$ com $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-6}$, utilizando o programa Excel com macro para definição da função e linguagem C (**MetNum03b**).

2) Estime o ponto em que as funções $g(x) = \sqrt{x}$ e $h(x) = 5 \cdot e^{-x}$ se interceptam com $\varepsilon_1 = 5 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_2 = 2 \times 10^{-6}$. DICA: determinar a raiz da função $f_3(x) = g(x) - h(x)$ (**MetNum03c**).





3,47592926

1,430446625