



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

## **SIMULAZIONE SISTEMA M/M/1 E M/M/1/Y**

Studente: Michele Vaccari

CORSO: RETI DI TELECOMUNICAZIONI E INTERNET | DOCENTE: GIANLUCA MAZZINI

# SOMMARIO

---

1	Introduzione.....	3
2	Diagramma di flusso del simulatore .....	4
3	Errori tra teoria e simulazioni .....	5
4	Sistema M/M/1.....	6
4.1	Richiami teorici .....	6
4.2	Simulazione del sistema M/M/1.....	6
4.2.1	Tempo medio trascorso nel sistema.....	6
4.2.2	Tempo medio trascorso in coda.....	10
4.2.3	Numero medio di utenti nel sistema .....	14
4.2.4	Numero medio di utenti in coda .....	17
4.3	Errori tra valori teorici e simulati nel sistema M/M/1 .....	20
4.3.1	Tempo medio trascorso nel sistema .....	20
4.3.2	Tempo medio trascorso in coda.....	23
4.3.3	Numero medio di utenti nel sistema .....	26
4.3.4	Numero medio di utenti in coda .....	29
5	Sistema M/M/1/Y .....	32
5.1	Richiami teorici .....	32
5.2	Simulazione del sistema M/M/1/Y .....	32
5.2.1	Tempo medio trascorso nel sistema.....	33
5.2.2	Tempo medio trascorso in coda.....	36
5.2.3	Numero medio di utenti nel sistema .....	39
5.2.4	Numero medio di utenti in coda .....	42
5.3	Errori tra valori teorici e simulati nel sistema M/M/1/Y .....	45
5.3.1	Tempo medio trascorso nel sistema .....	45
5.3.2	Tempo medio trascorso in coda.....	48
5.3.3	Numero medio di utenti nel sistema .....	51
5.3.4	Numero medio di utenti in coda .....	54
6	Conclusioni.....	57
	Appendice A – Variabile aleatoria distribuita secondo Poisson .....	58
	Appendice B – Breve guida all’uso del simulatore.....	59
	Appendice C - Codice sorgente del simulatore.....	61



# 1 INTRODUZIONE

---

La commutazione di pacchetto è una metodologia di consegna dell'informazione che presuppone una visione del cammino fra trasmettitore e ricevitore formata da una rete di nodi. Ogni nodo, a seconda delle situazioni, può comportarsi da trasmettitore, da ricevitore o da ripetitore. Per svolgere quest'ultima funzione il nodo deve essere dotato di un sistema di code, atto a memorizzare i pacchetti ad esso inviati, prima di instradarli verso le opportune destinazioni (metodologia *store and forward*). L'analisi di sistemi a coda è basata sulla creazione di un modello teorico che, sulla base di opportune ipotesi esemplificative, permette di determinare analiticamente le grandezze che lo descrivono. Un simulatore del sistema, realizzato al calcolatore, diviene uno strumento fondamentale per verificare quanto le ipotesi esemplificative abbiano portato a soluzioni teoriche accettabili, intese come confrontabili con la realtà riprodotta dal simulatore. La generazione di una variabile casuale distribuita secondo Poisson è stata calcolata adottando la tecnica di trasformazione inversa, riportata in appendice A.

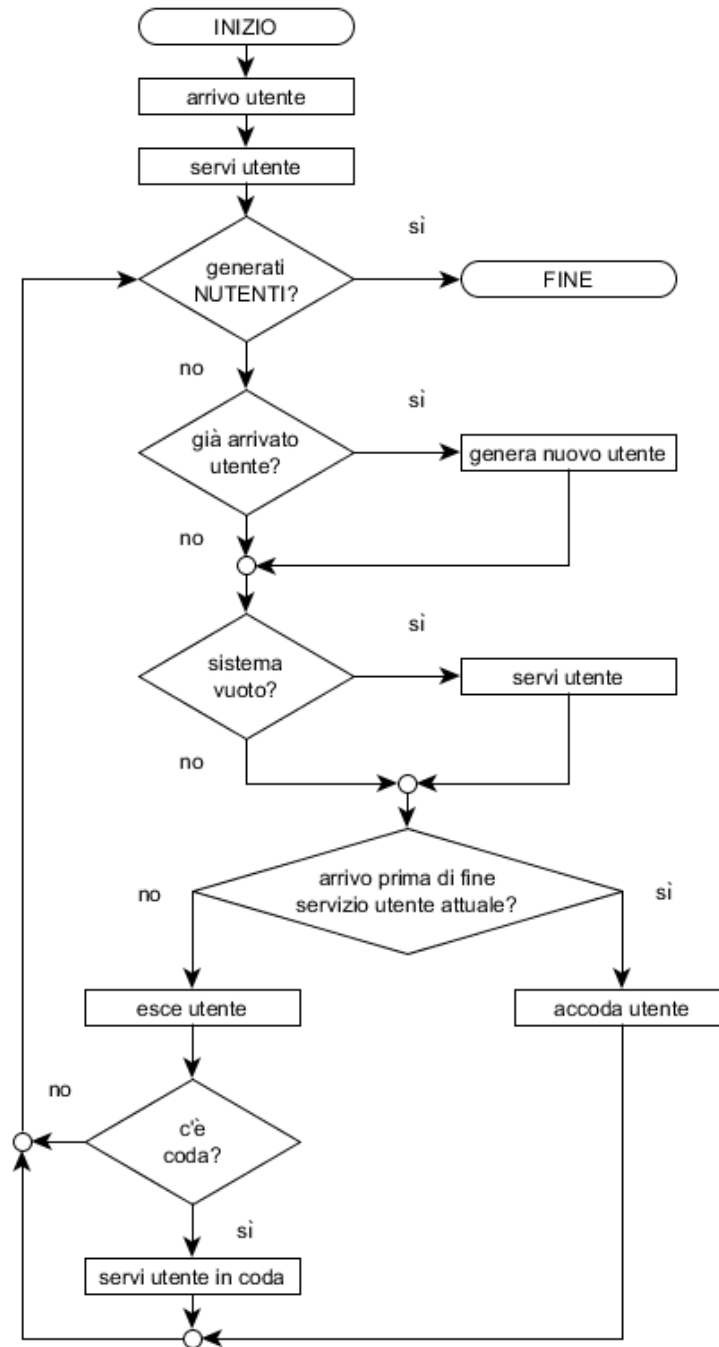
Il simulatore è stato scritto in Visual C#, utilizzando come IDE Visual Studio 2017. La scelta di creare un'applicazione di tipo visuale e non di tipo console è dovuta fondamentalmente alla possibilità di impostare, anche per chi non ha particolari conoscenze di programmazione, i vari parametri della simulazione (numero utenti, massima dimensione coda e passo di incremento di  $\rho$ ), oltre che dare la possibilità di scegliere dove verranno salvati i file generati dalla simulazione. Il codice sorgente del simulatore viene riportato nell'Appendice C. Le simulazioni sono state effettuate su un pc con processore Intel i5 a circa 3.0 GHz.

Nei grafici presenti in questa relazione, verranno riportati i valori ottenuti dalla simulazione e i valori teorici, per valori di  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $5 \cdot 10^6$  e  $10^7$  utenti. I risultati risultano coincidere con i valori teorici, almeno per valori di  $\rho$  di  $0.97 \div 1.00$  o prossimi allo 0, dove l'errore che si commette cresce fino ad arrivare al  $15\% \div 20\%$ .

Il sistema che abbiamo deciso di simulare, è un sistema M/M/1, cioè un sistema dove gli arrivi e i tempi di servizio sono di tipo esponenziale, è presente un solo servitore e la coda non ha una dimensione massima. È possibile anche simulare un sistema di tipo M/M/1/Y (identico al precedente, ad eccezione del fatto che la coda ha dimensione massima Y), impostando in maniera corretta i parametri della simulazione, prima di avviarla. Nell'Appendice B è riportata una breve guida all'uso del simulatore, che spiega come impostare i parametri per simulare i due tipi di sistemi.

## 2 DIAGRAMMA DI FLUSSO DEL SIMULATORE

Viene riportato il diagramma di flusso del metodo che effettua la simulazione del sistema a coda.



### 3 ERRORI TRA TEORIA E SIMULAZIONI

---

Durante il corso abbiamo sviluppato un modello matematico di carattere generale che, attraverso alcune ipotesi esemplificative, è stato possibile risolvere analiticamente. Il simulatore conferma i risultati teorici con una certa approssimazione, strettamente legata al numero di utenti impiegati per determinare i valori medi delle grandezze di interesse. Le discrepanze fra gli andamenti simulati e quelli teorici diventano sempre meno evidenti al crescere del numero di utenti come mostrano i grafici presenti in questa relazione. Anche una valutazione degli errori relativi percentuali, calcolati come:

$$E_{rel}^{\%} := \frac{|valoreTeorico - valoreSimulato|}{valoreTeorico} \cdot 100$$

conferma l'aumento della precisione raggiunta al crescere del numero di utenti.

Per concludere questa breve ma dovuta discussione sulla validità della simulazione, facciamo alcune osservazioni. Gli errori relativi percentuali iniziali risultano molto elevati perché le grandezze teoriche assumono inizialmente valori prossimi allo zero, per cui assistiamo ad un fenomeno di amplificazione delle fluttuazioni statistiche sui dati iniziali. Successivamente gli errori decrescono. Al crescere del numero di utenti aumenta la precisione del simulatore ma cresce altresì il tempo reale di simulazione al calcolatore, come mostra la seguente tabella:

Numero utenti	Durata simulazione
$10^3$	$\approx 0.06$ s
$10^4$	$\approx 0.6$ s
$10^5$	$\approx 6.3$ s
$10^6$	$\approx 1$ m
$5 \cdot 10^6$	$\approx 5$ m 19 s
$10^7$	$\approx 10$ m

## 4 SISTEMA M/M/1

---

### 4.1 RICHIAMI TEORICI

Un sistema a coda M/M/1 ha una distribuzione dei tempi interarrivo e di servizio di tipo esponenziale, un solo servitore e una dimensione della coda illimitata. In pratica questo equivale a dire che:

$$\begin{cases} \lambda_k = \lambda \\ \mu_k = \mu \end{cases}$$

Specializzando le soluzioni generali dei processi di nascita e morte in equilibrio, otteniamo:

$$\begin{cases} P_k = P_0 \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \\ P_0 = \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \right]^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_k = P_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^k \\ P_0 = 1 - \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_k = (1 - \rho) \rho^k \\ P_0 = 1 - \rho \end{cases}$$

Il numero medio di utenti è:

$$E[k] = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Il tempo medio speso nel sistema è:

$$E[T] = \frac{1/\mu}{1 - \rho}$$

Infine, il tempo medio speso in coda è:

$$E[T_q] = E[T] - E[x] = E[T] - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$$

Il numero medio di utenti in coda è:

$$E[q] = E[\lambda]E[T_q] = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

### 4.2 SIMULAZIONE DEL SISTEMA M/M/1

Per simulare il comportamento di un sistema M/M/1, basta impostare la dimensione della coda del simulatore pari o superiore al numero di utenti con il quale la simulazione verrà effettuata.

#### 4.2.1 Tempo medio trascorso nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[T]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

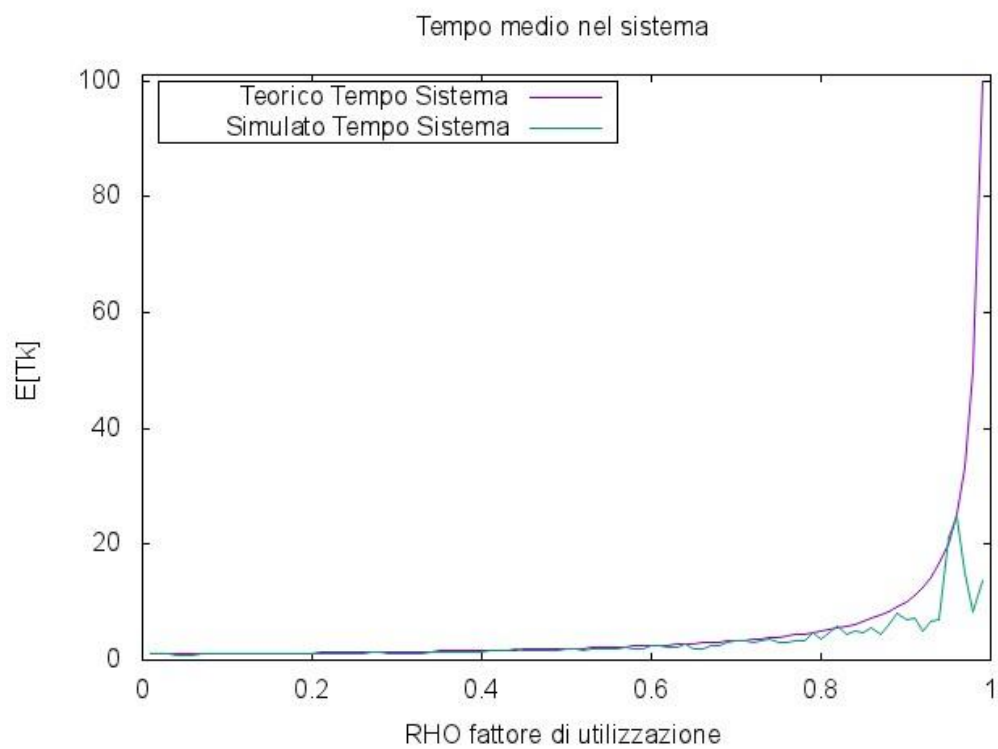


Figura 4.1 Tempo medio trascorso nel sistema con 1000 utenti



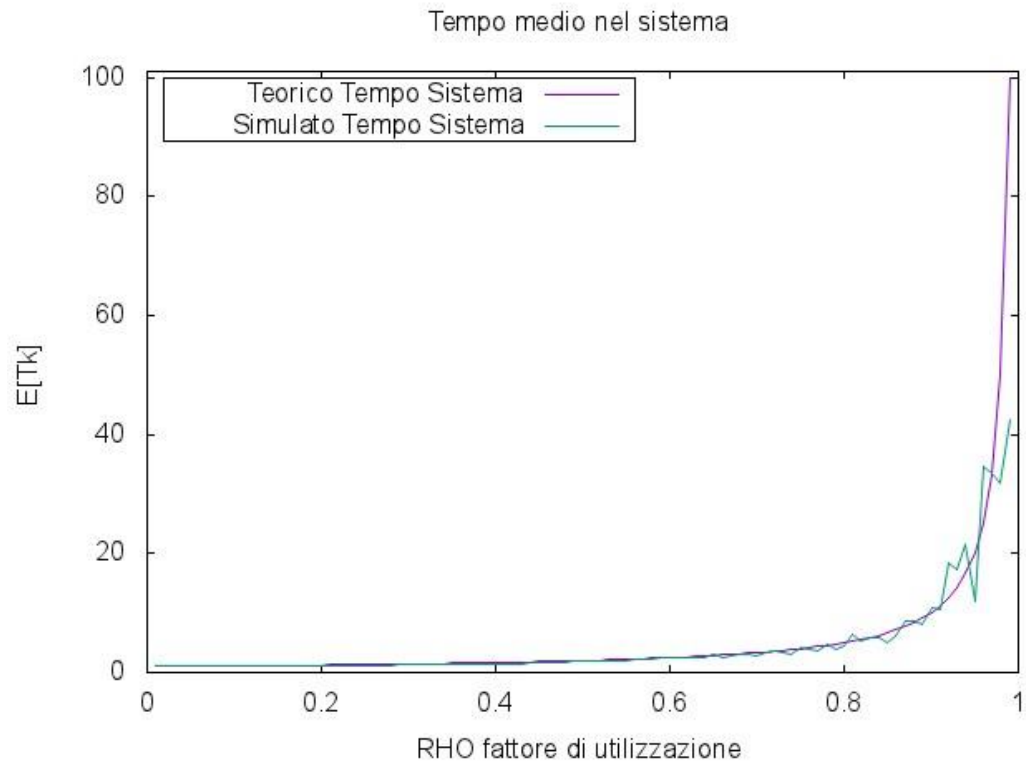


Figura 4.2 Tempo medio trascorso nel sistema con 10000 utenti

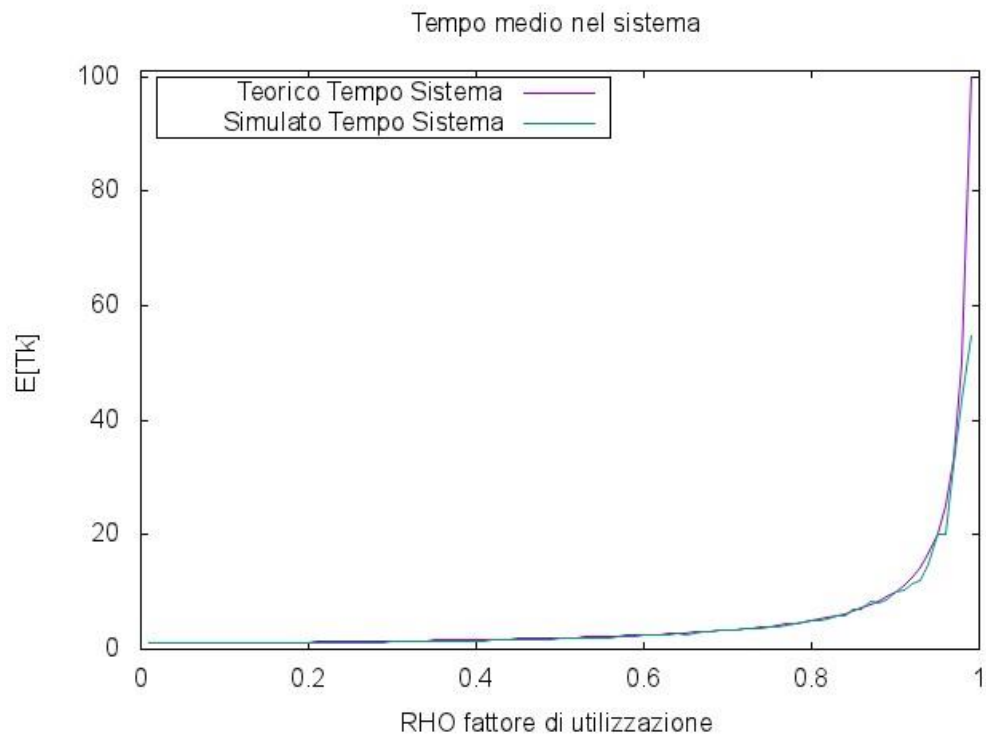


Figura 4.3 Tempo medio trascorso nel sistema con 100000 utenti

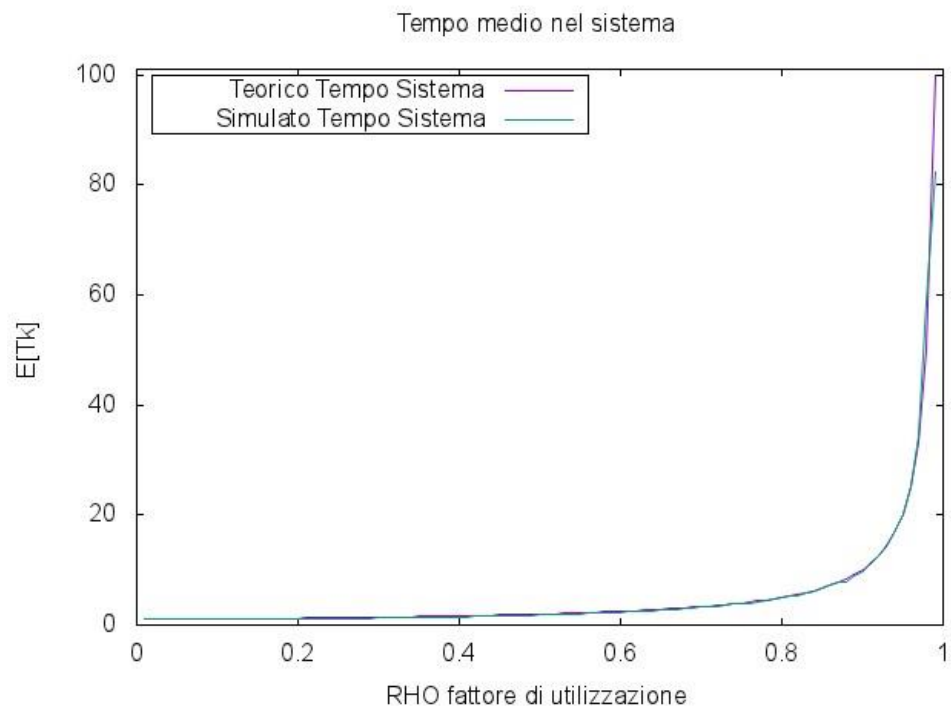


Figura 4.4 Tempo medio trascorso nel sistema con 1000000 utenti

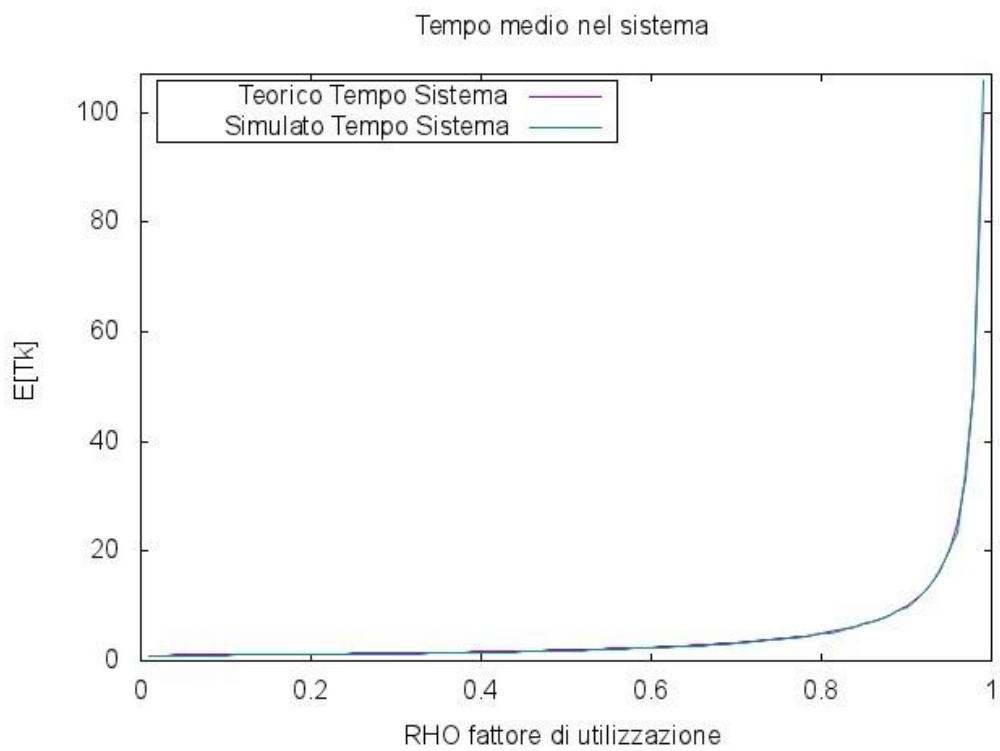


Figura 4.5 Tempo medio trascorso nel sistema con 5000000 utenti

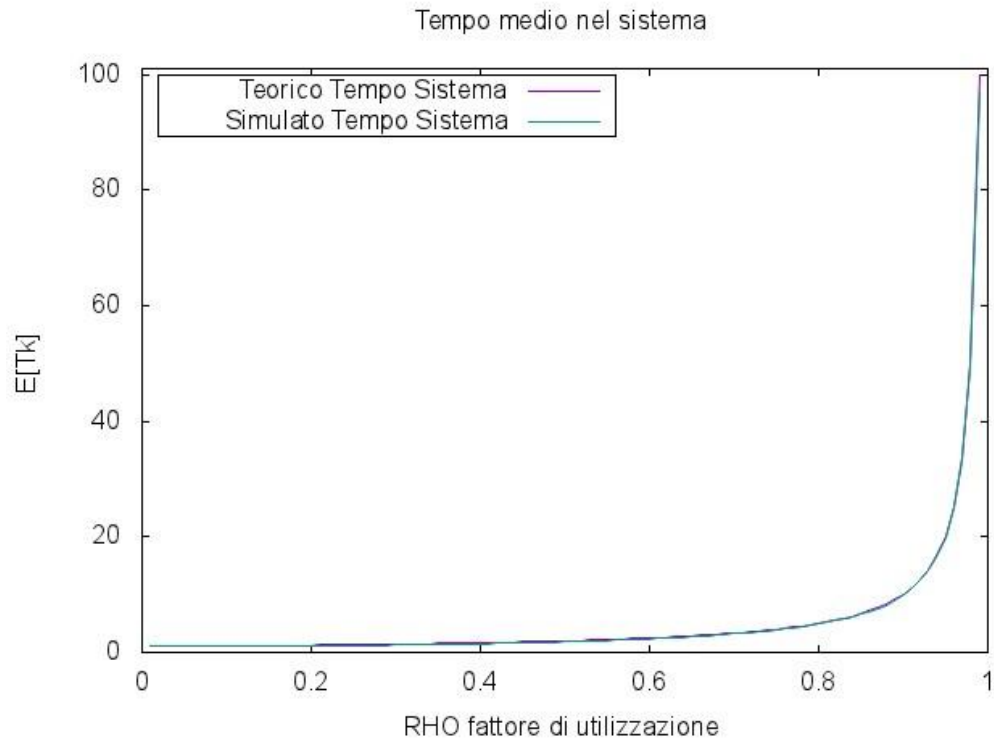


Figura 4.6 Tempo medio trascorso nel sistema con 10000000 utenti

#### 4.2.2 Tempo medio trascorso in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[Tq]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

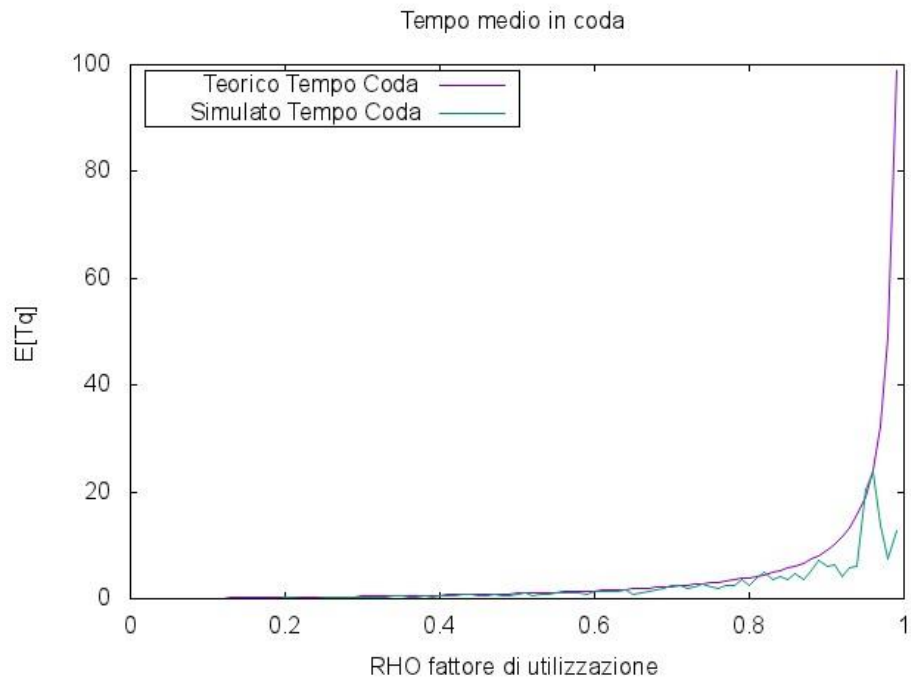


Figura 4.7 Tempo medio trascorso in coda con 1000 utenti

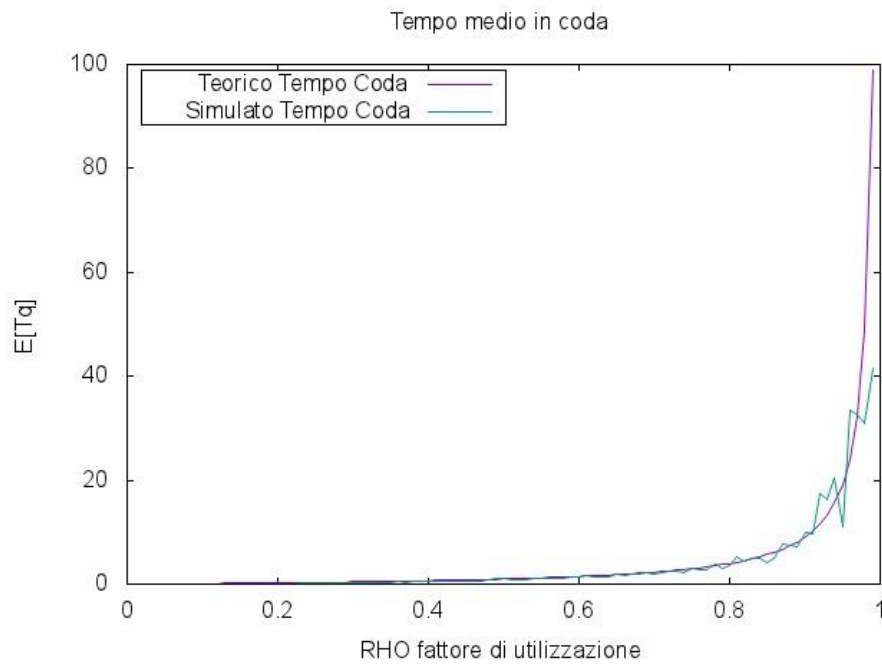


Figura 4.8 Tempo medio trascorso nel sistema con 10000 utenti

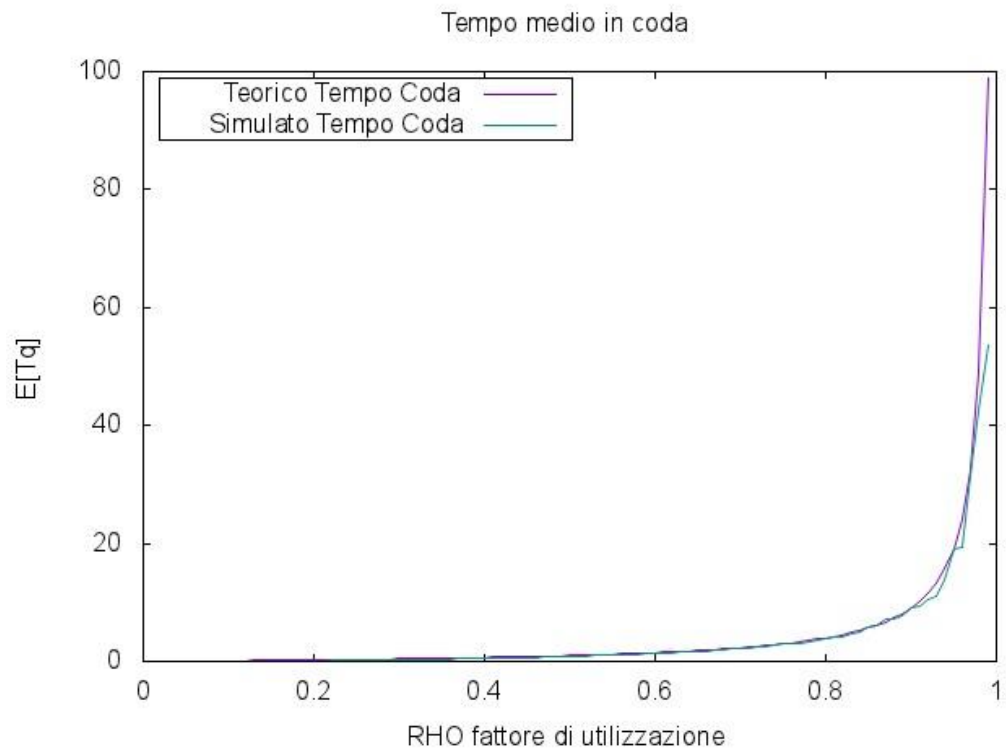


Figura 4.9 Tempo medio trascorso nel sistema con 100000 utenti

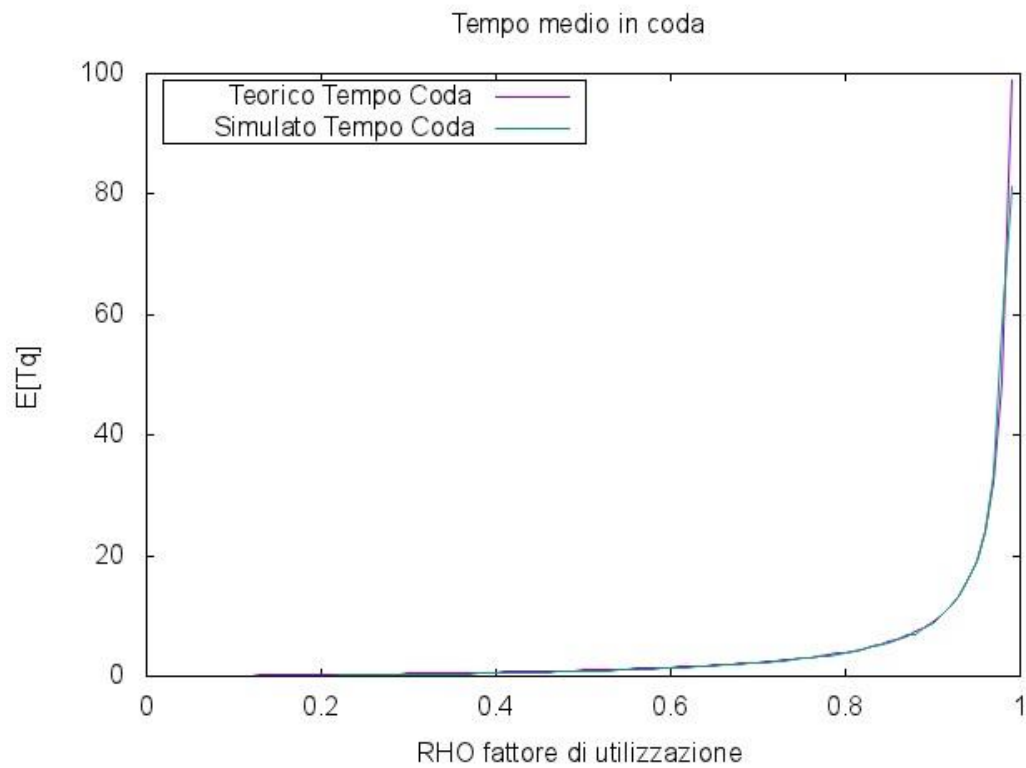


Figura 4.10 Tempo medio trascorso nel sistema con 1000000 utenti

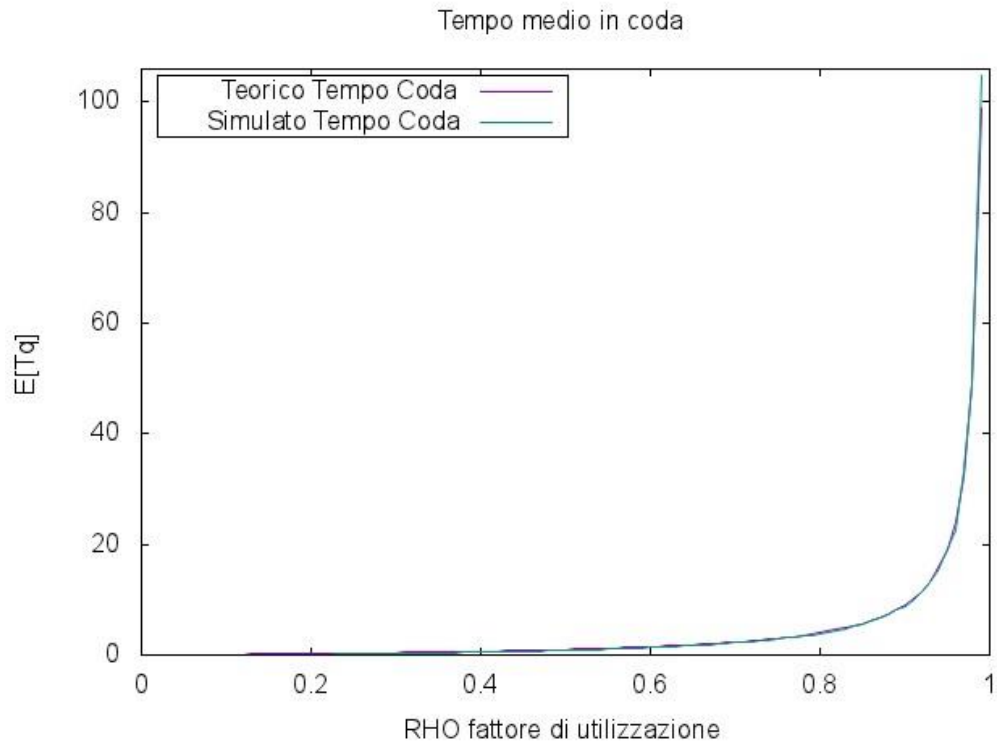


Figura 4.11 Tempo medio trascorso nel sistema con 5000000 utenti

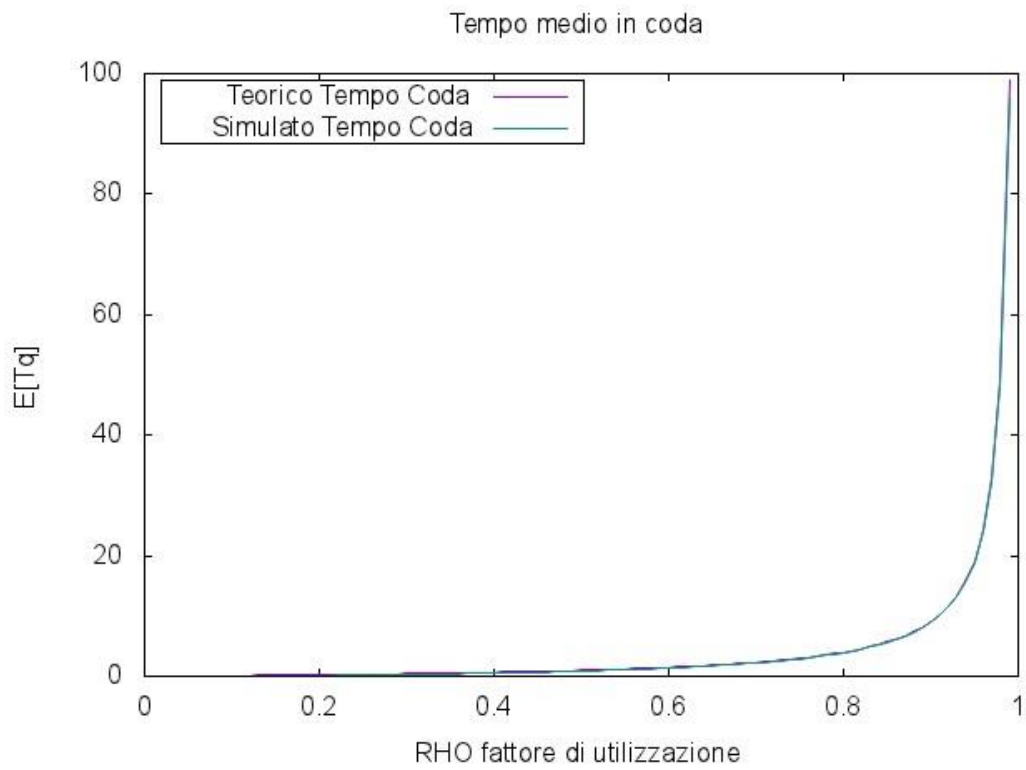


Figura 4.12 Tempo medio trascorso nel sistema con 10000000 utenti

#### 4.2.3 Numero medio di utenti nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[k]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

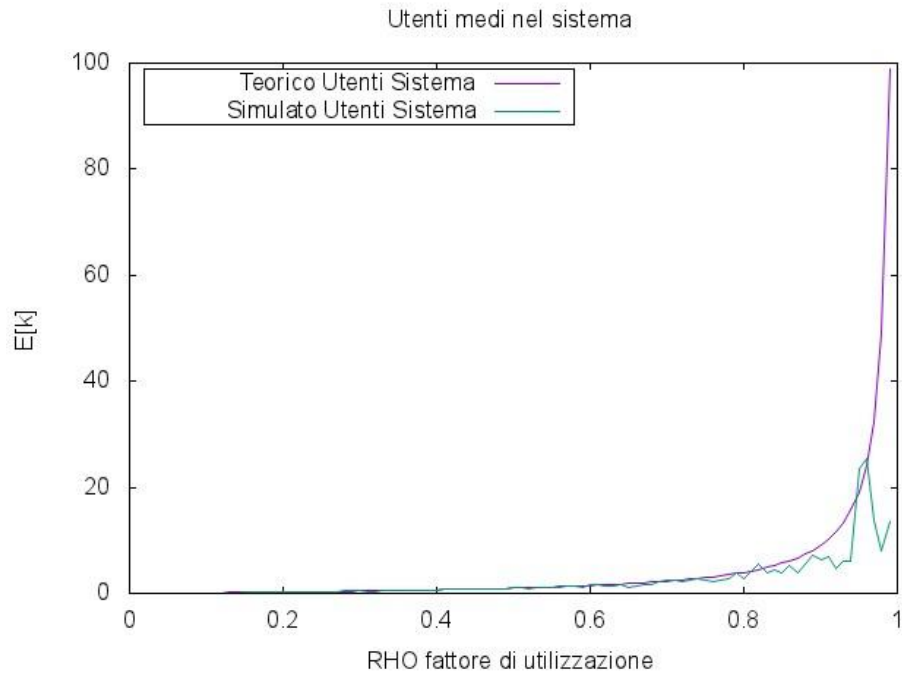


Figura 4.13 Numero medio di utenti nel sistema con 1000 utenti

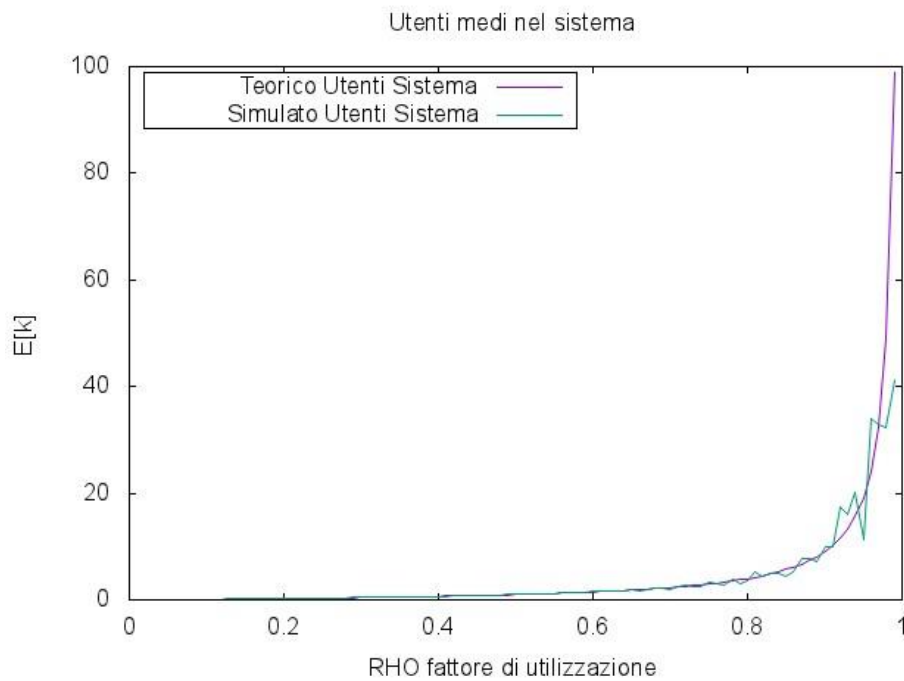


Figura 4.14 Numero medio di utenti nel sistema con 10000 utenti

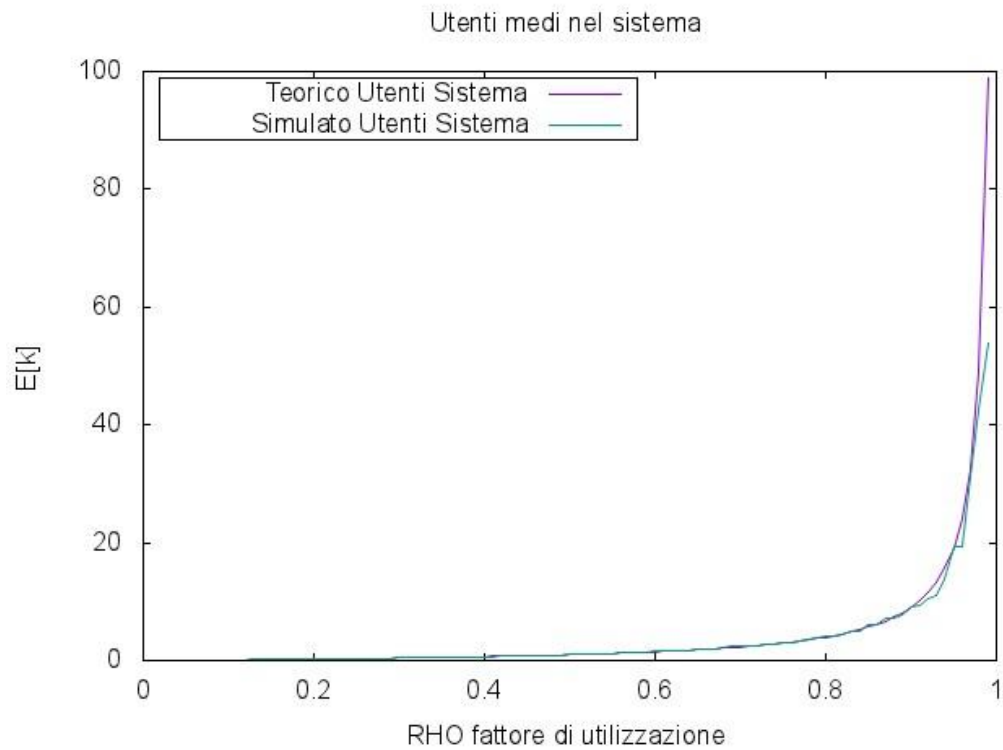


Figura 4.15 Numero medio di utenti nel sistema con 100000 utenti

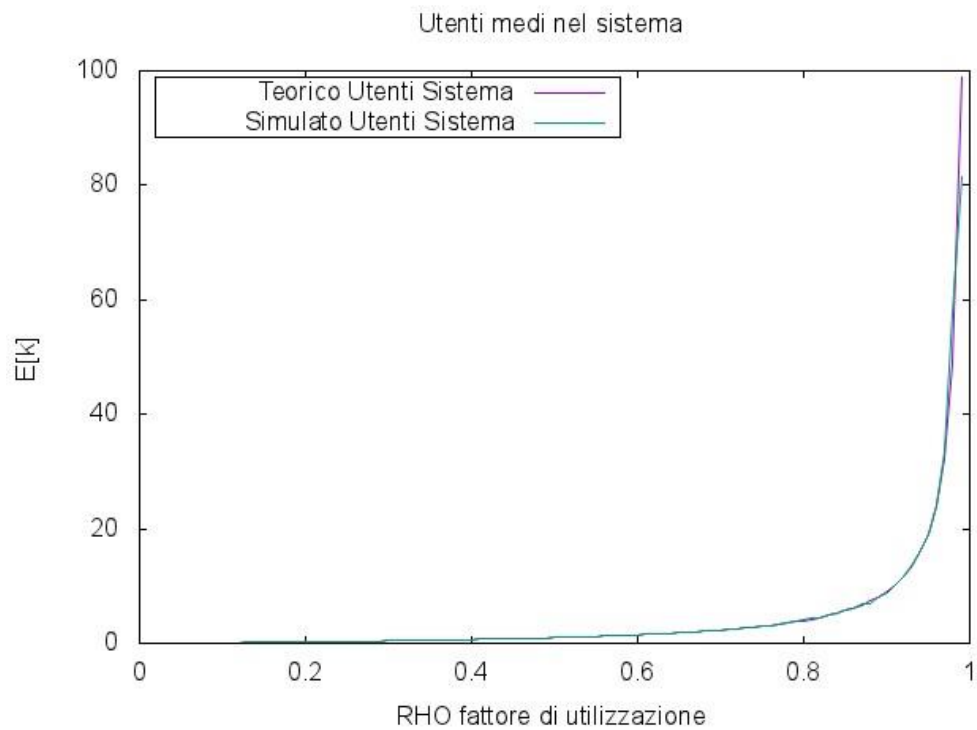


Figura 4.16 Numero medio di utenti nel sistema con 1000000 utenti



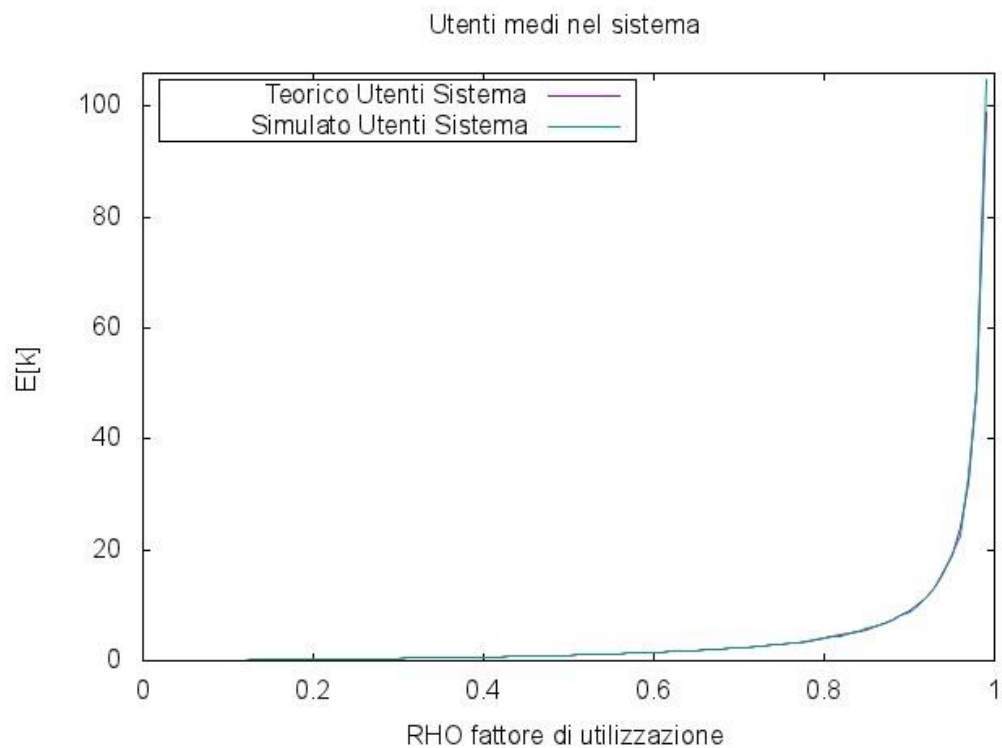


Figura 4.17 Numero medio di utenti nel sistema con 5000000 utenti

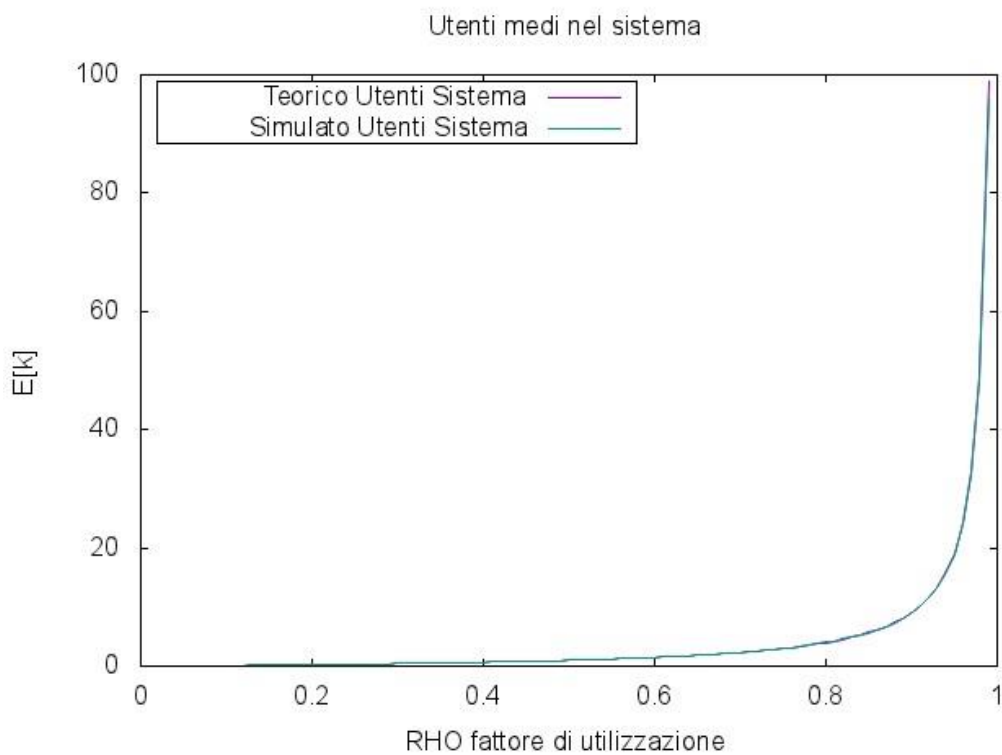


Figura 4.18 Numero medio di utenti nel sistema con 10000000 utenti

#### 4.2.4 Numero medio di utenti in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[q]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

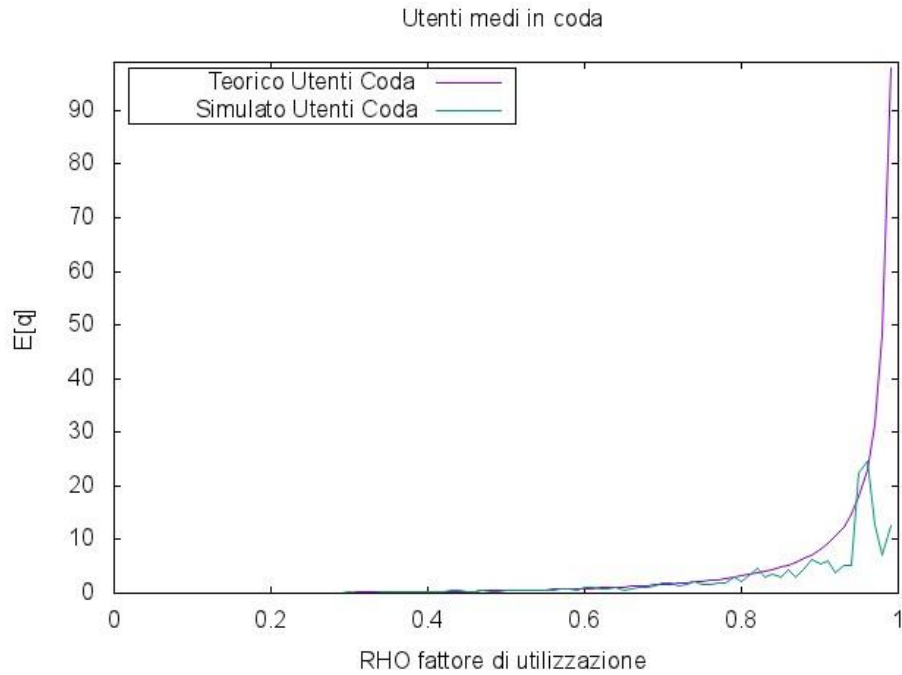


Figura 4.19 Numero medio di utenti in coda con 1000 utenti

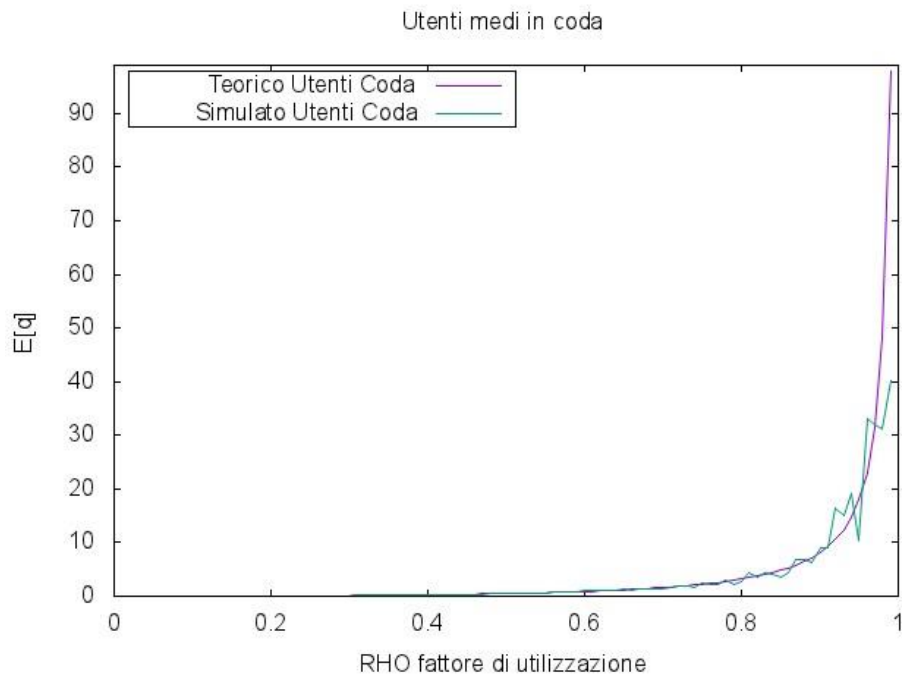


Figura 4.20 Numero medio di utenti in coda con 10000 utenti

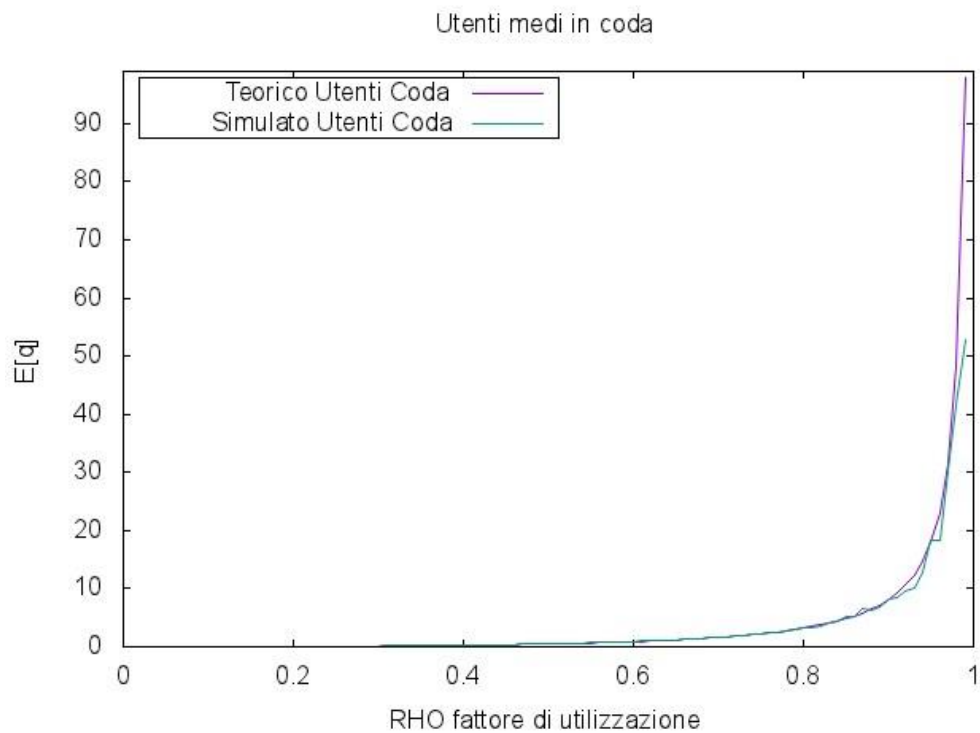


Figura 4.21 Numero medio di utenti in coda con 100000 utenti

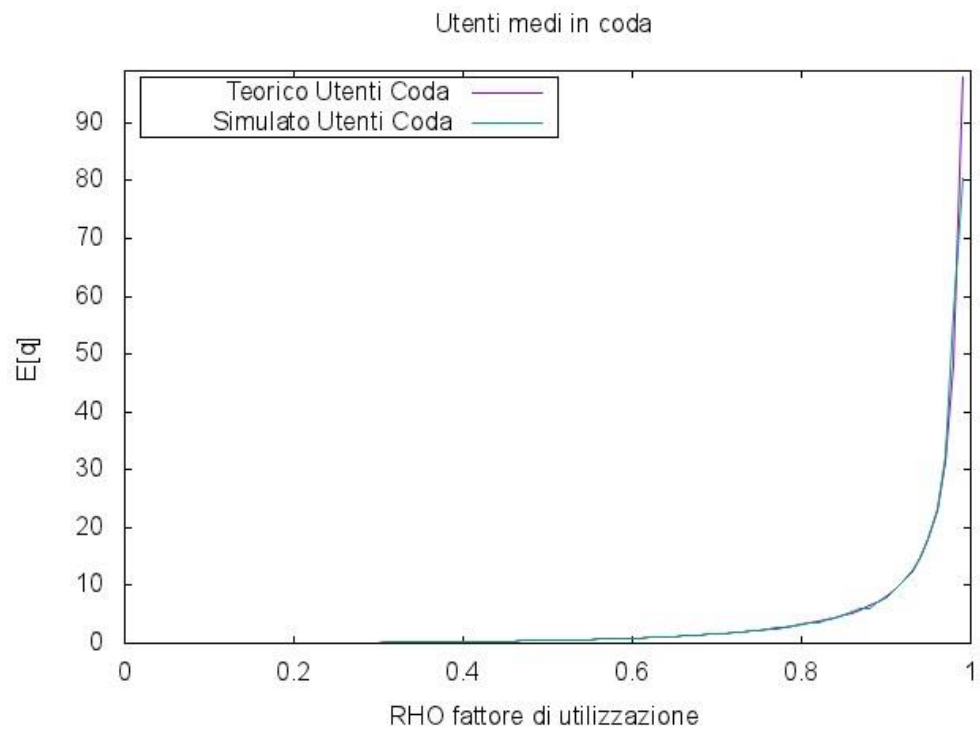


Figura 4.22 Numero medio di utenti in coda con 1000000 utenti

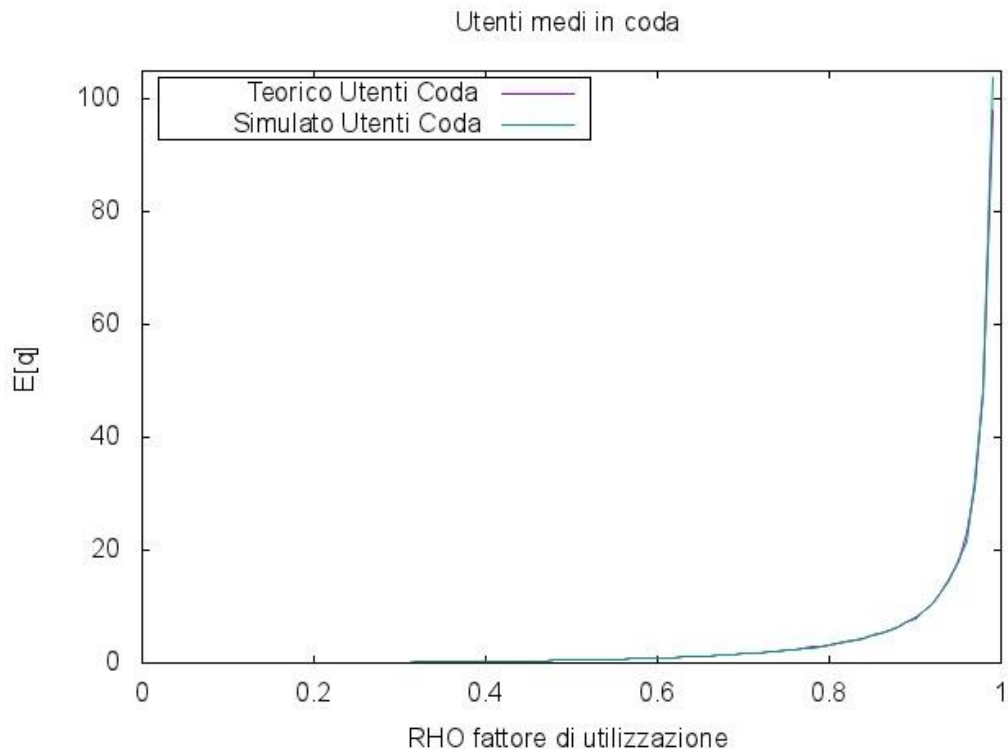


Figura 4.23 Numero medio di utenti in coda con 5000000 utenti

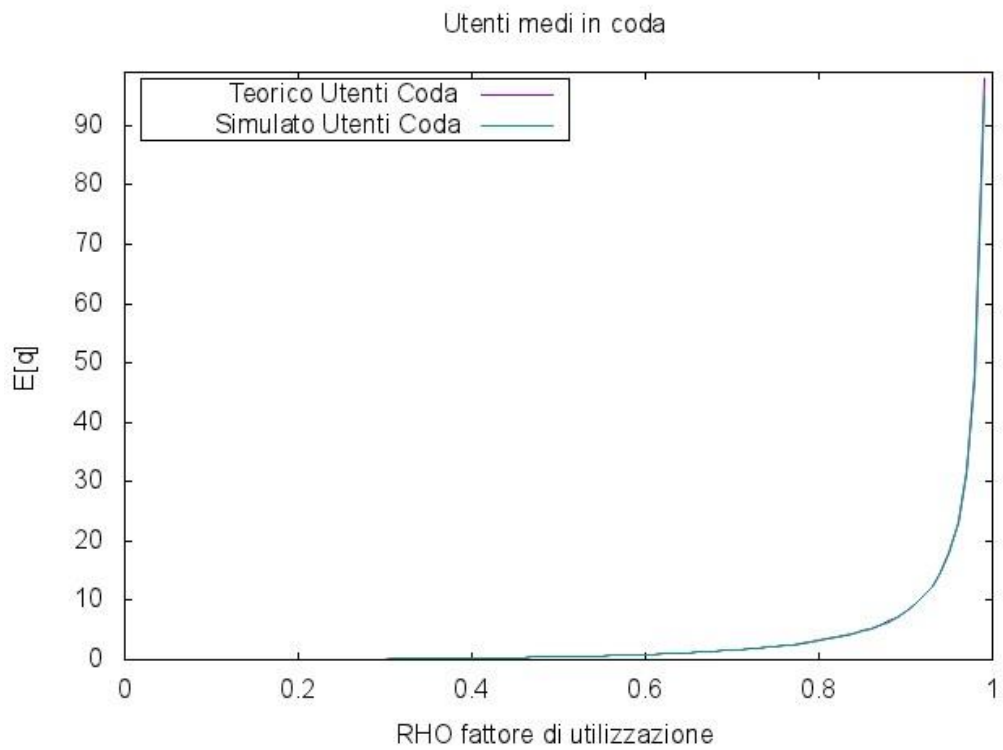


Figura 4.24 Numero medio di utenti in coda con 10000000 utenti

### 4.3 ERRORI TRA VALORI TEORICI E SIMULATI NEL SISTEMA M/M/1

#### 4.3.1 Tempo medio trascorso nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[T]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

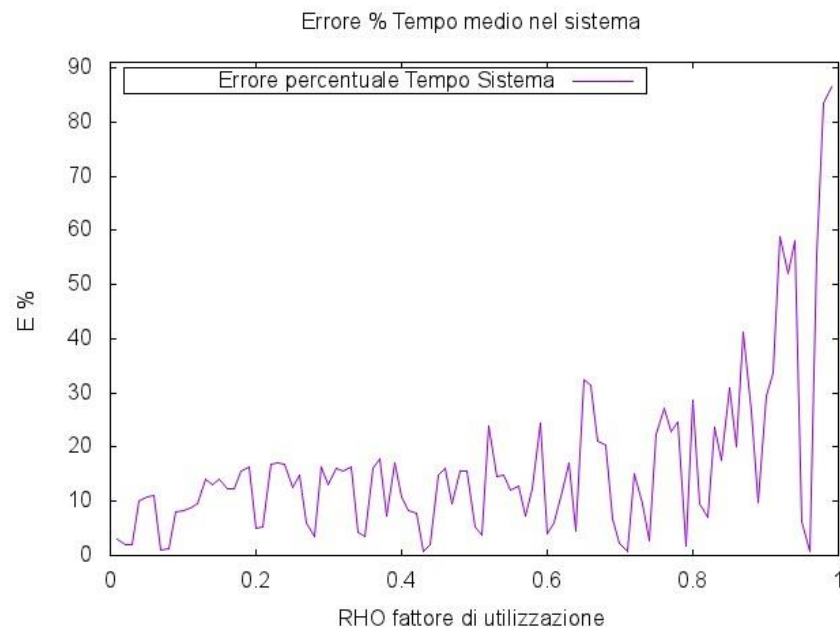


Figura 4.25 Errore percentuale  $E[T]$  con 1000 utenti

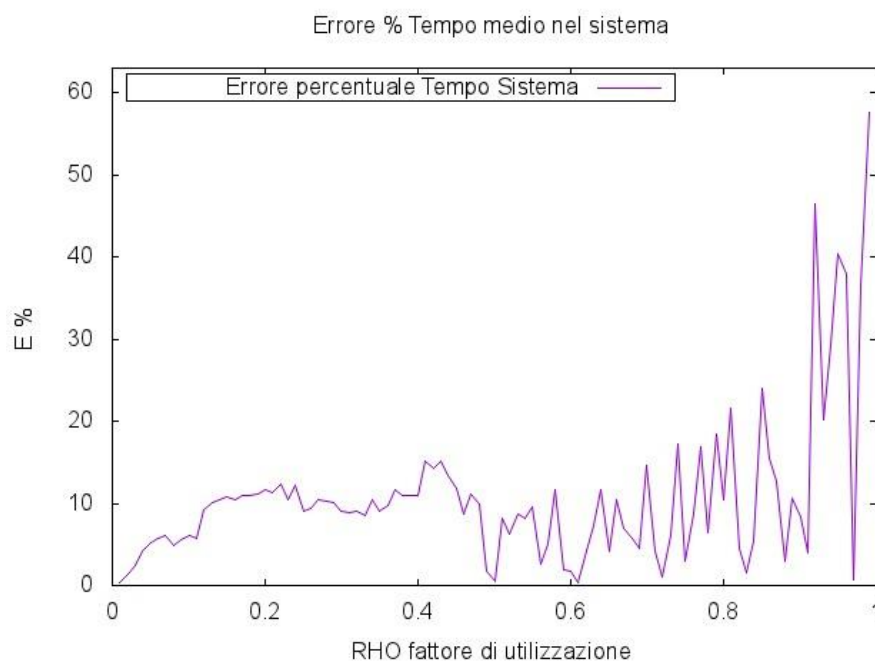


Figura 4.26 Errore percentuale  $E[T]$  con 10000 utenti

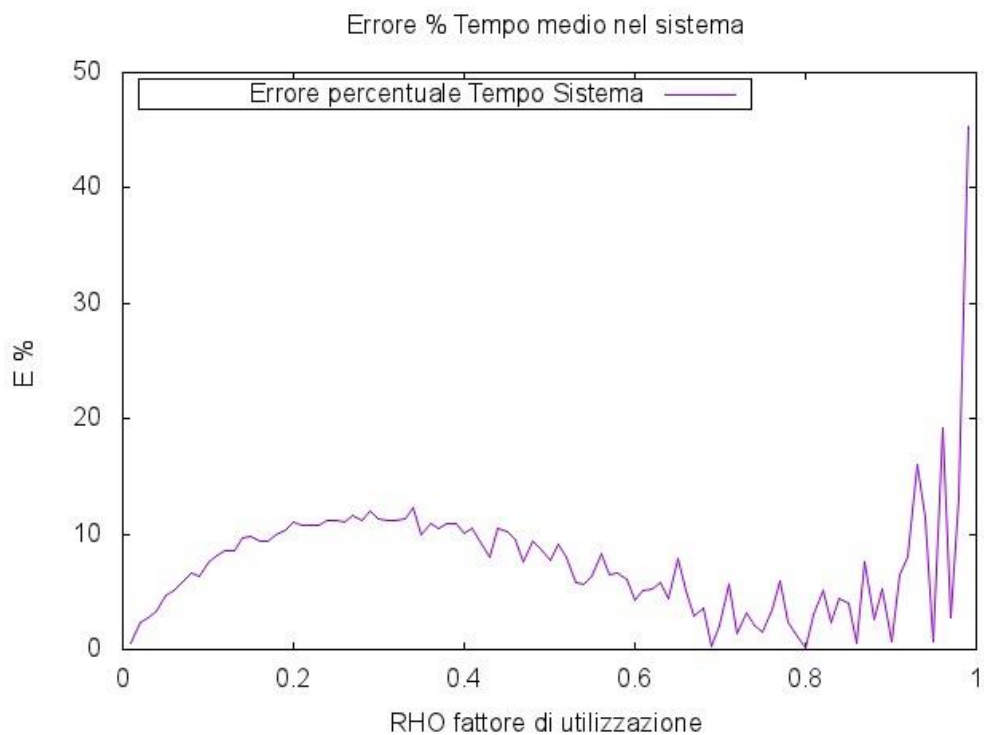


Figura 4.27 Errore percentuale  $E[T]$  con 100000 utenti

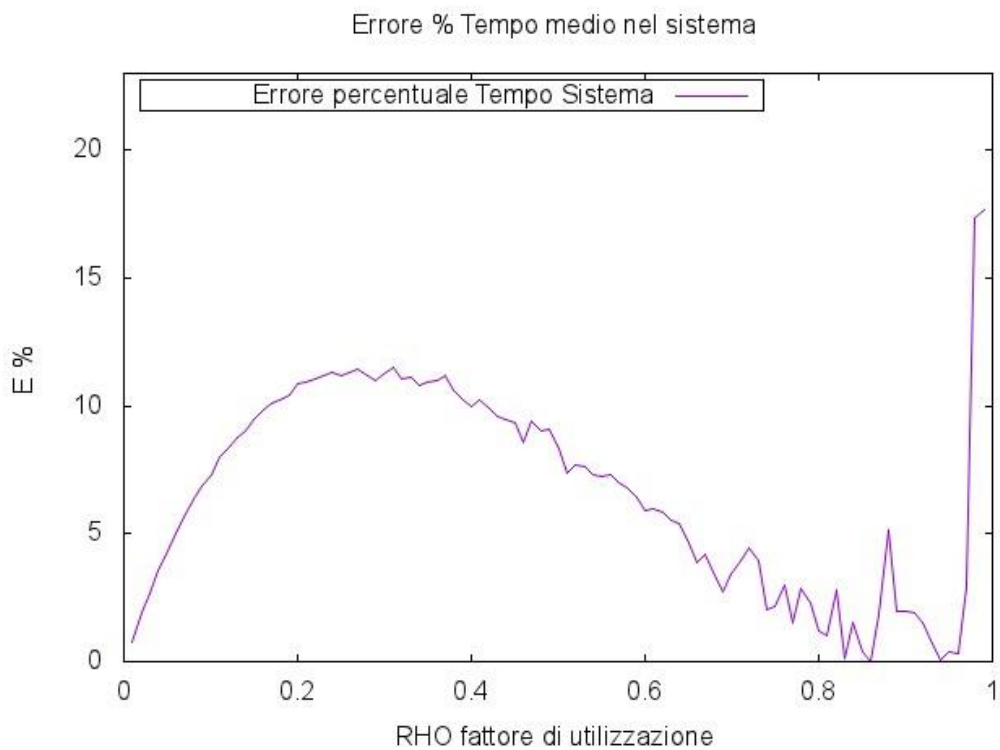


Figura 4.28 Errore percentuale  $E[T]$  con 1000000 utenti

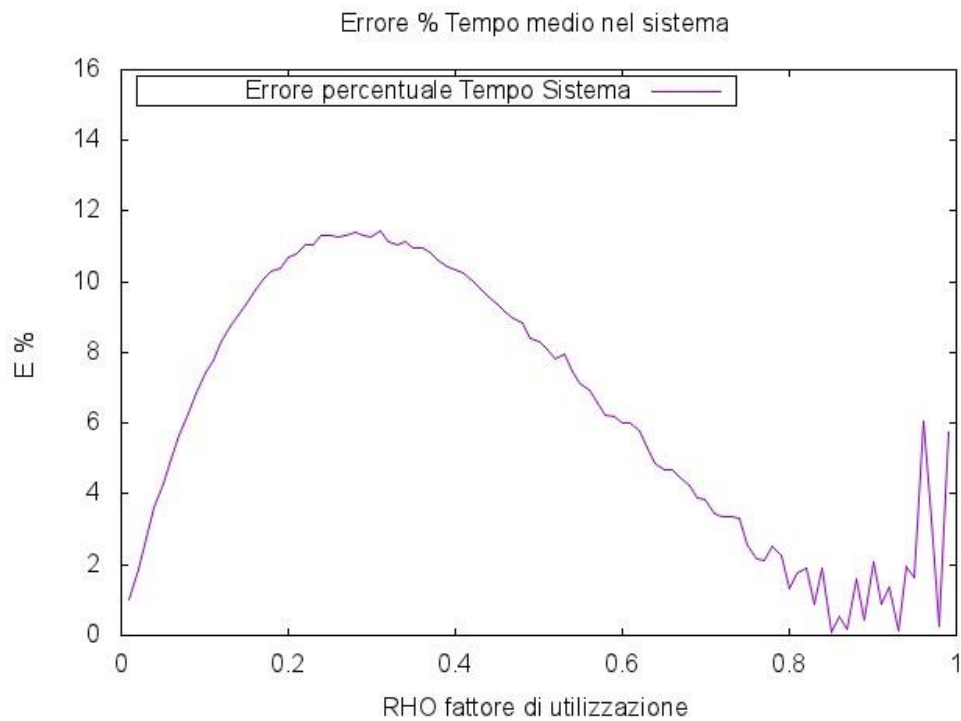


Figura 4.29 Errore percentuale  $E[T]$  con 5000000 utenti

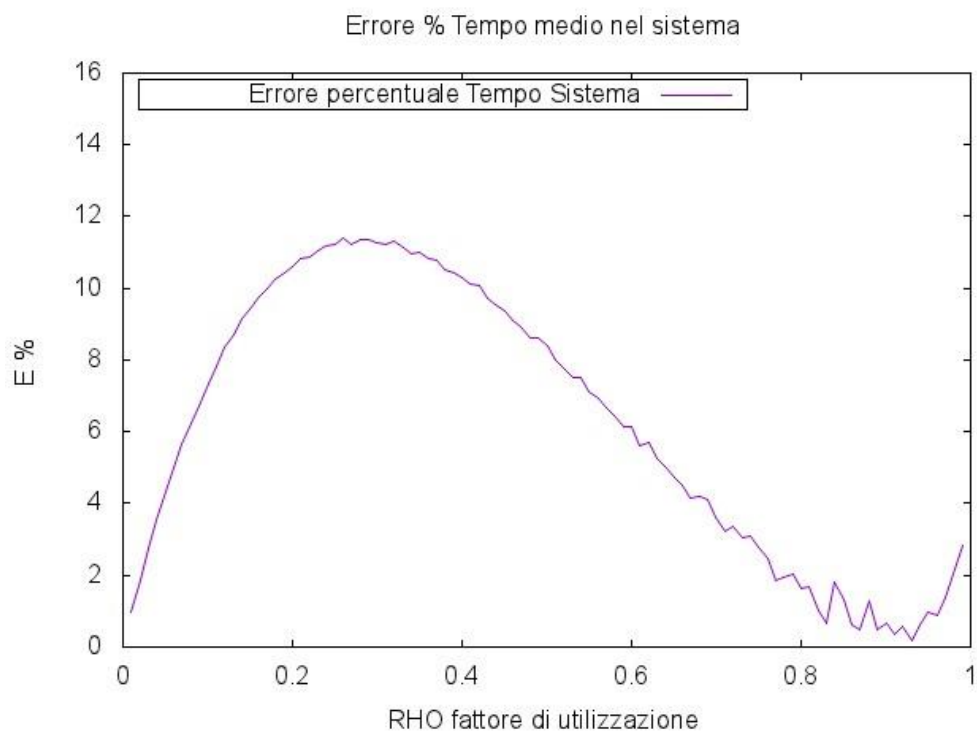


Figura 4.30 Errore percentuale  $E[T]$  con 10000000 utenti

#### 4.3.2 Tempo medio trascorso in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[T_q]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

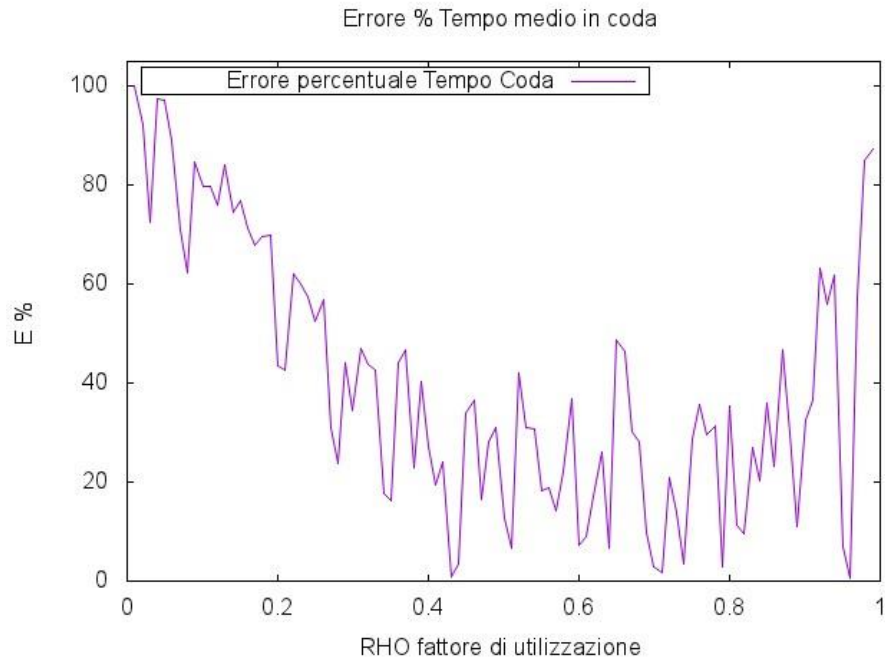


Figura 4.31 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 1000 utenti

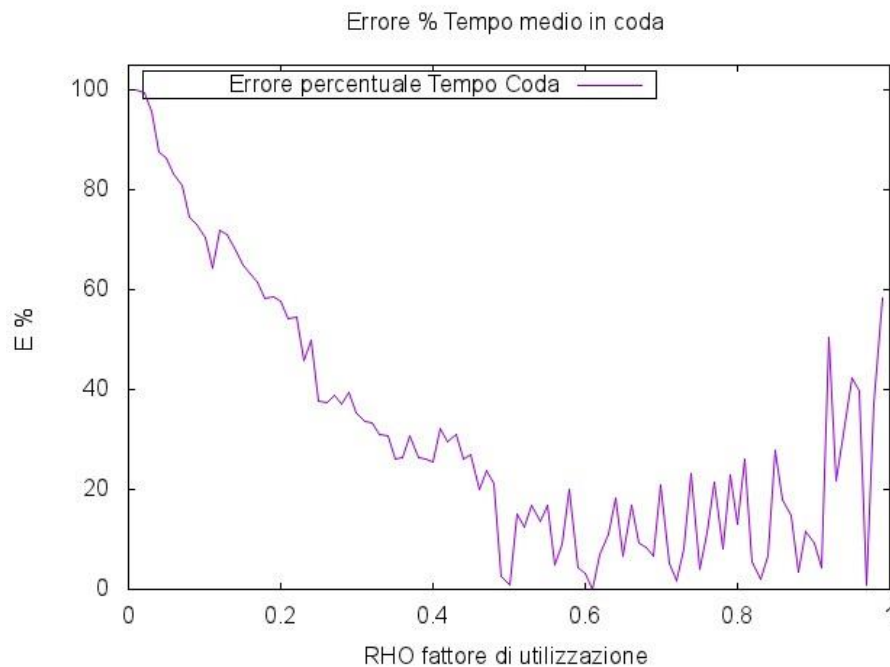


Figura 4.32 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 10000 utenti



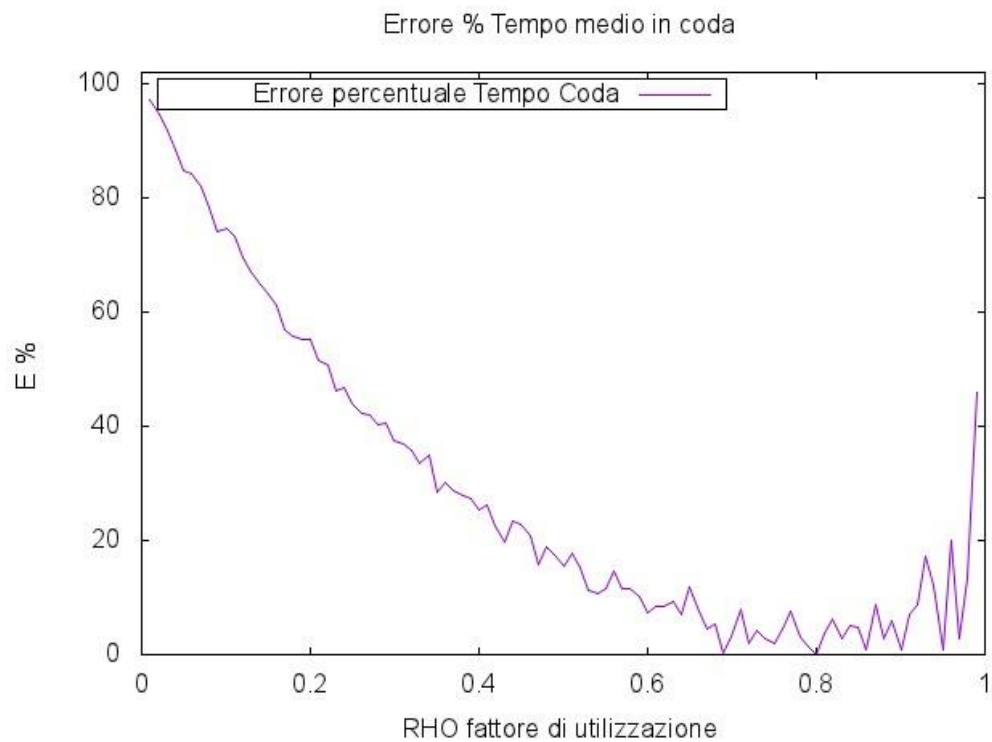


Figura 4.33 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 100000 utenti

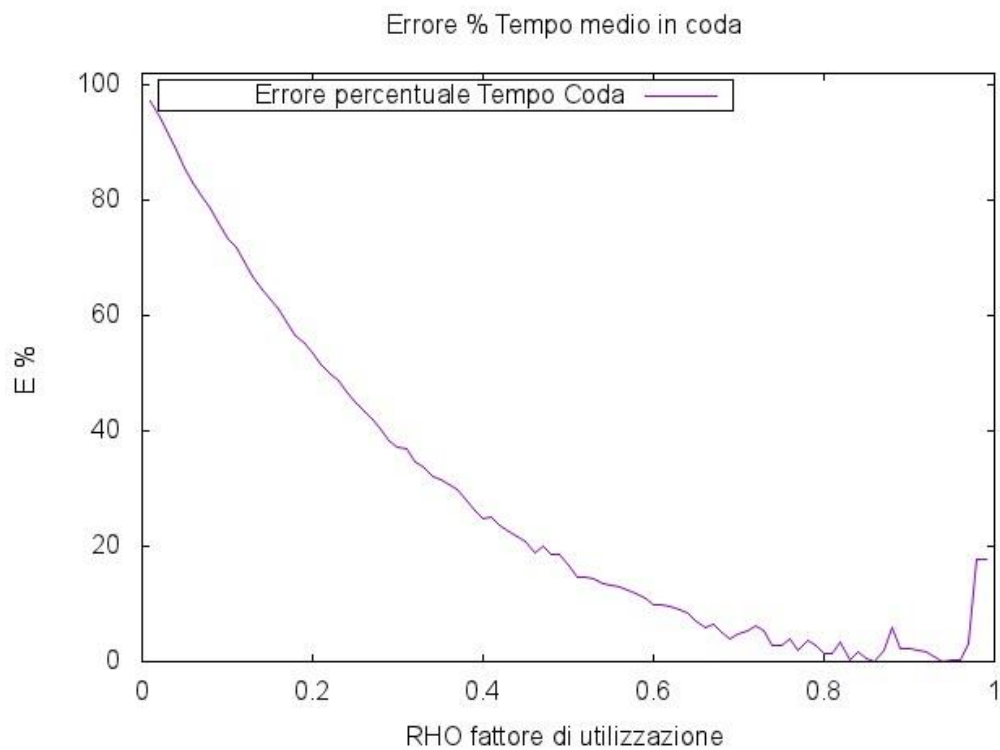


Figura 4.34 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 1000000 utenti

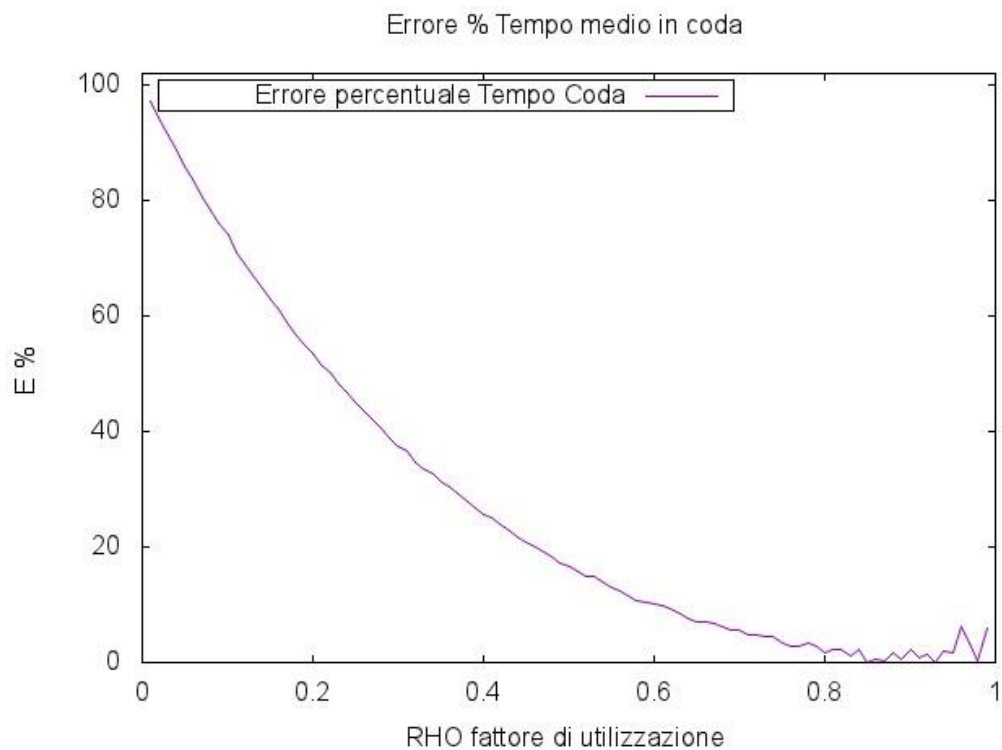


Figura 4.35 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 5000000 utenti

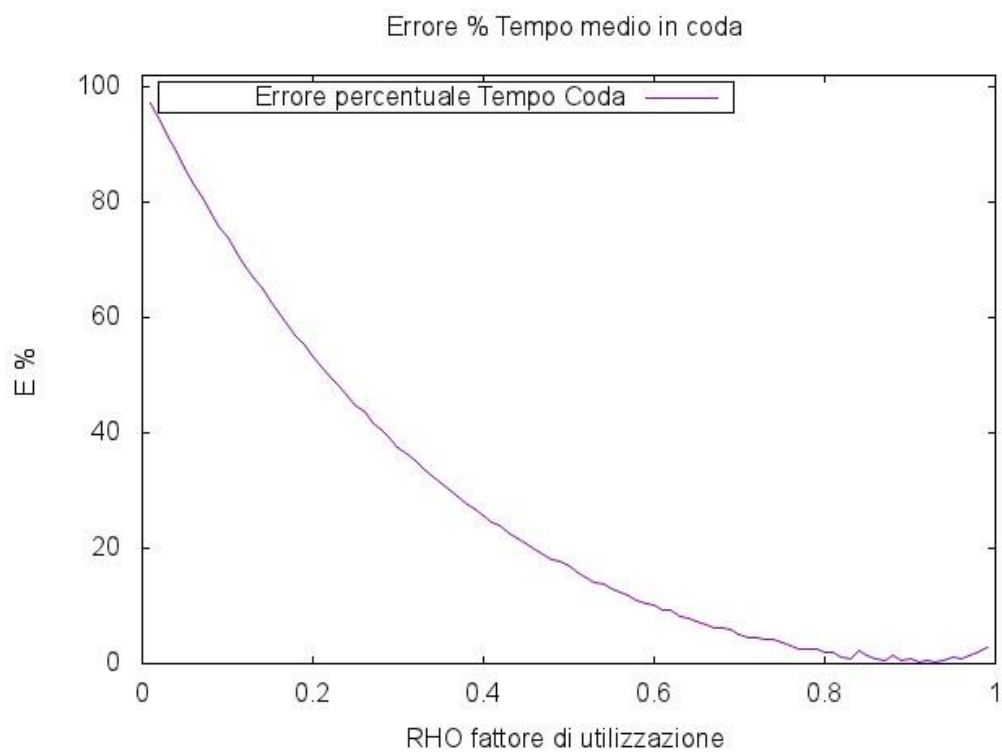


Figura 4.36 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 10000000 utenti

#### 4.3.3 Numero medio di utenti nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[k]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

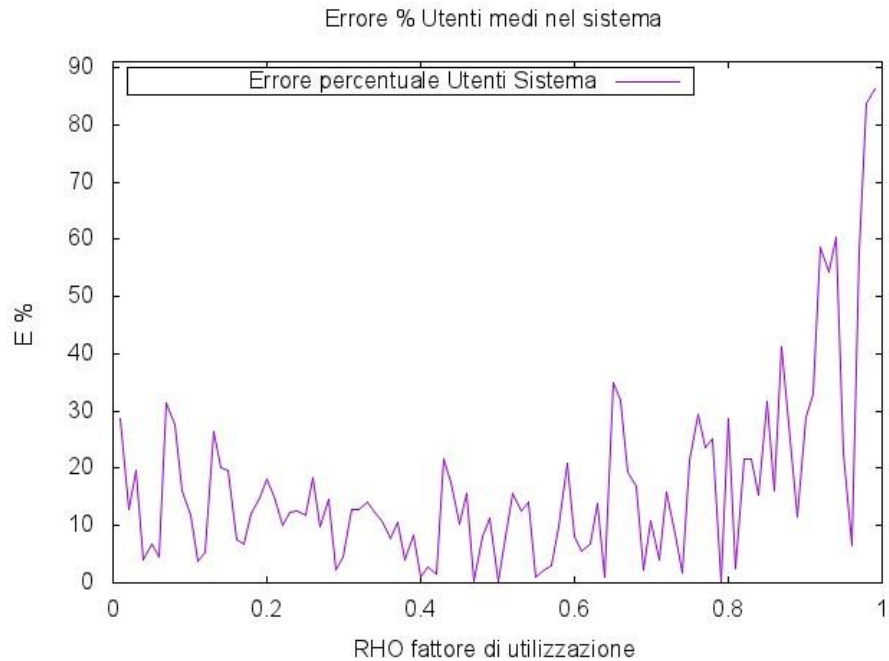


Figura 4.37 Errore percentuale  $E[k]$  con 1000 utenti

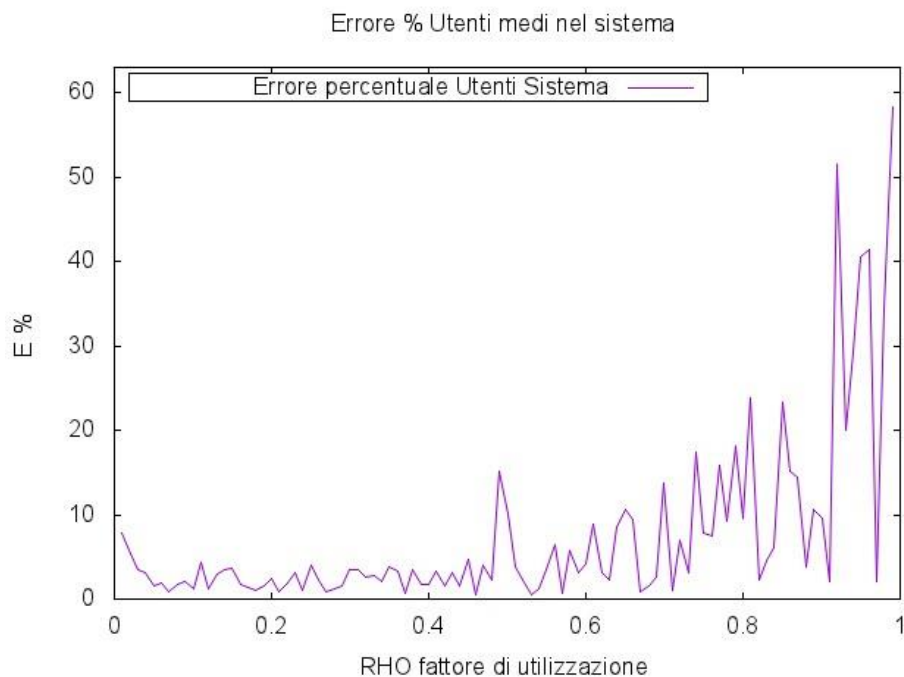


Figura 4.38 Errore percentuale  $E[k]$  con 10000 utenti

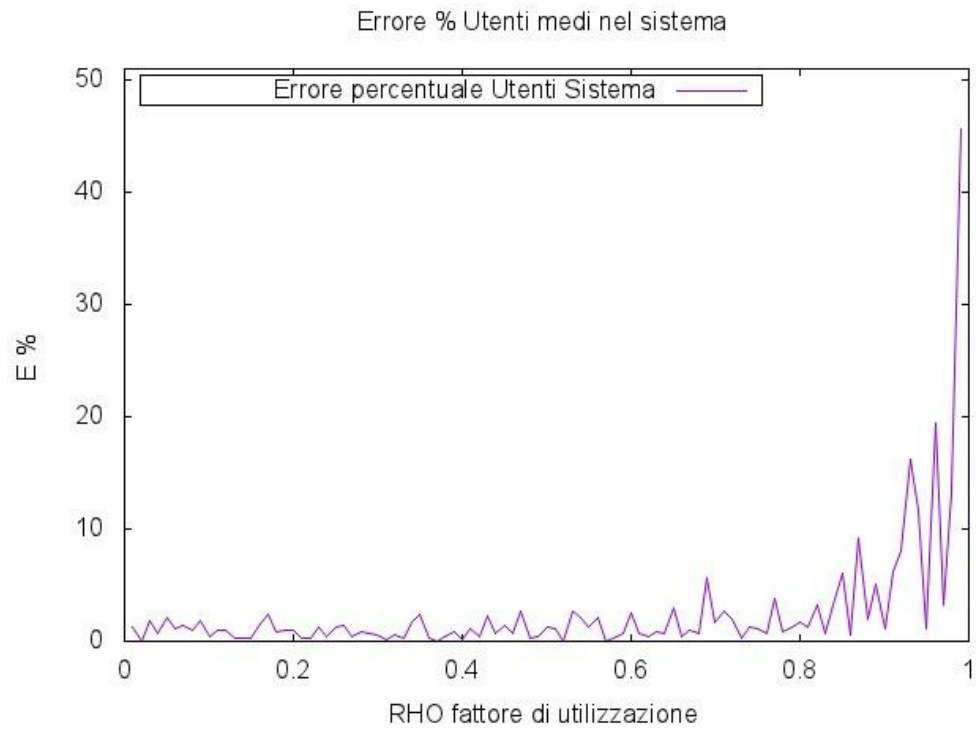


Figura 4.39 Errore percentuale  $E[k]$  con 100000 utenti

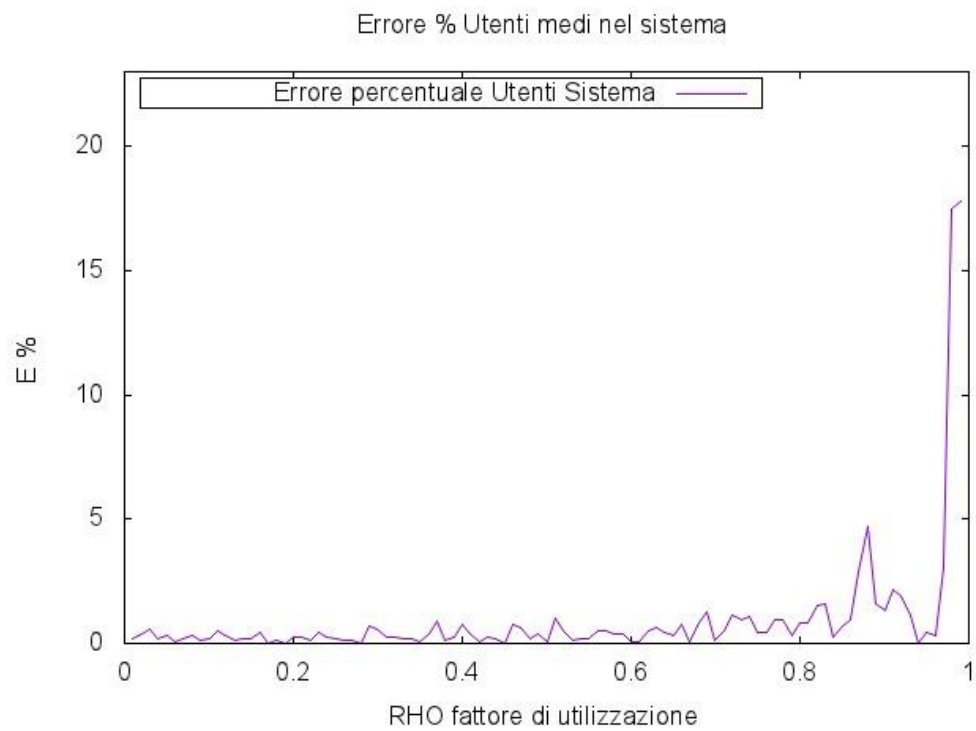


Figura 4.40 Errore percentuale  $E[k]$  con 1000000 utenti

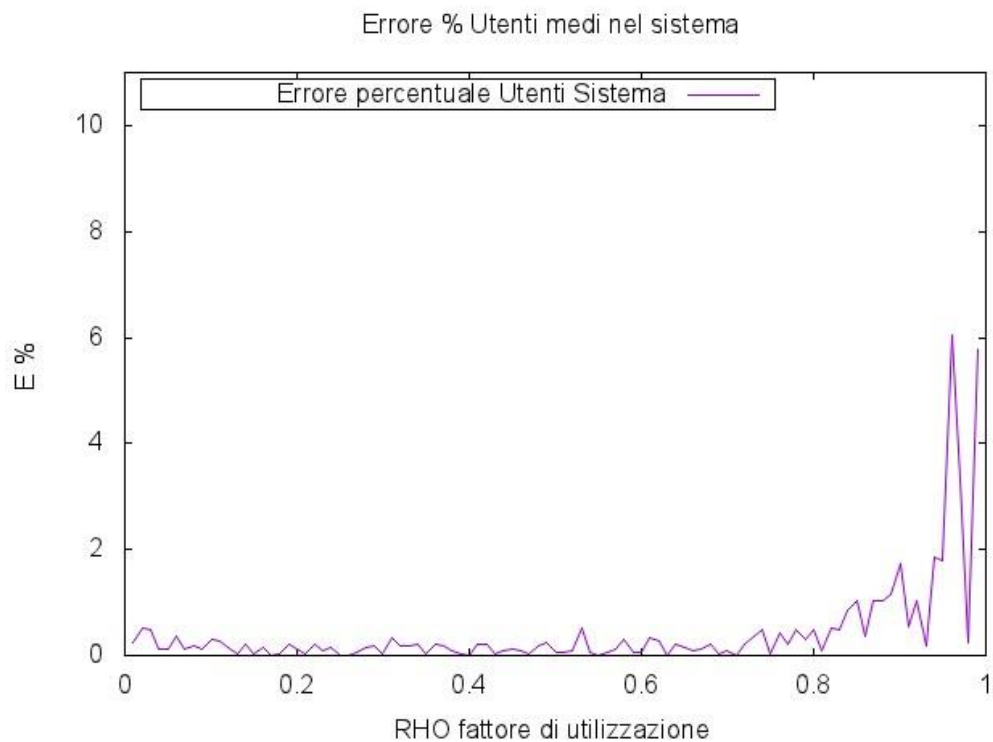


Figura 4.41 Errore percentuale  $E[k]$  con 5000000 utenti

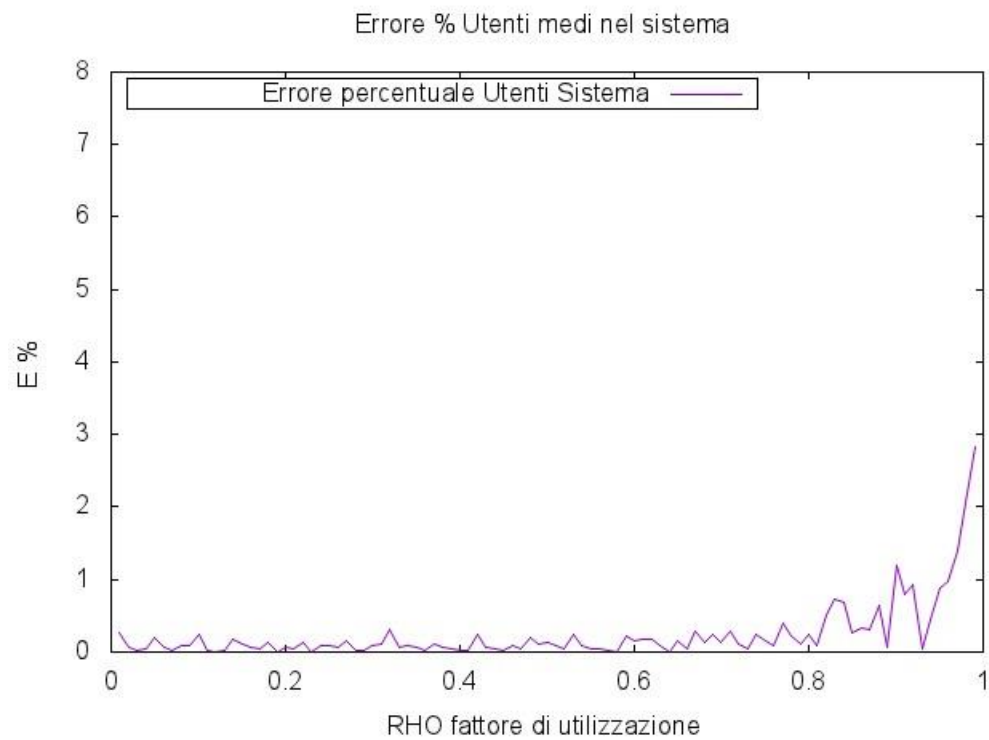


Figura 4.42 Errore percentuale  $E[k]$  con 10000000 utenti

#### 4.3.4 Numero medio di utenti in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[q]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

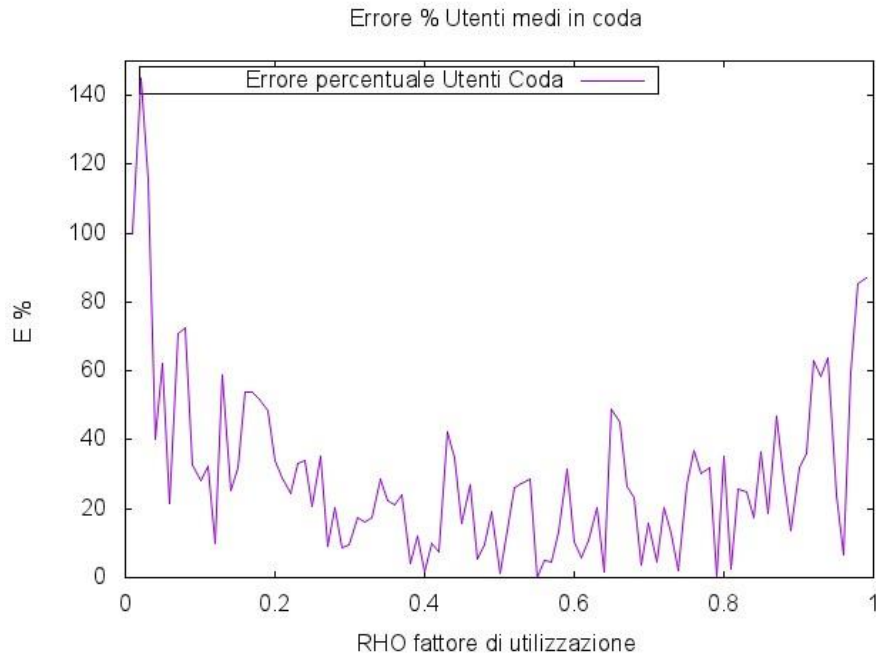


Figura 4.43 Errore percentuale  $E[q]$  con 1000 utenti

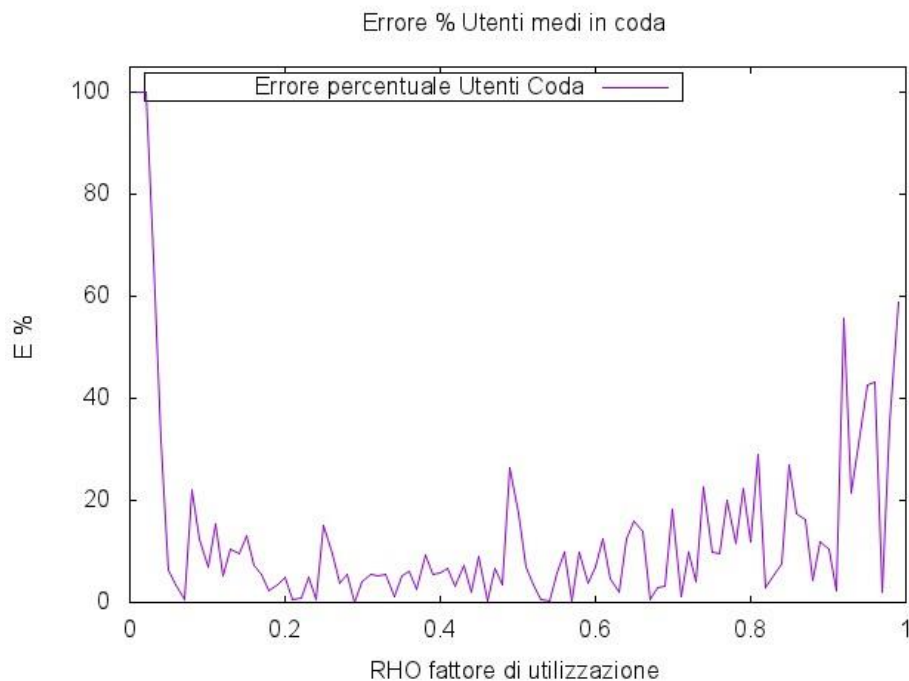


Figura 4.44 Errore percentuale  $E[q]$  con 10000 utenti

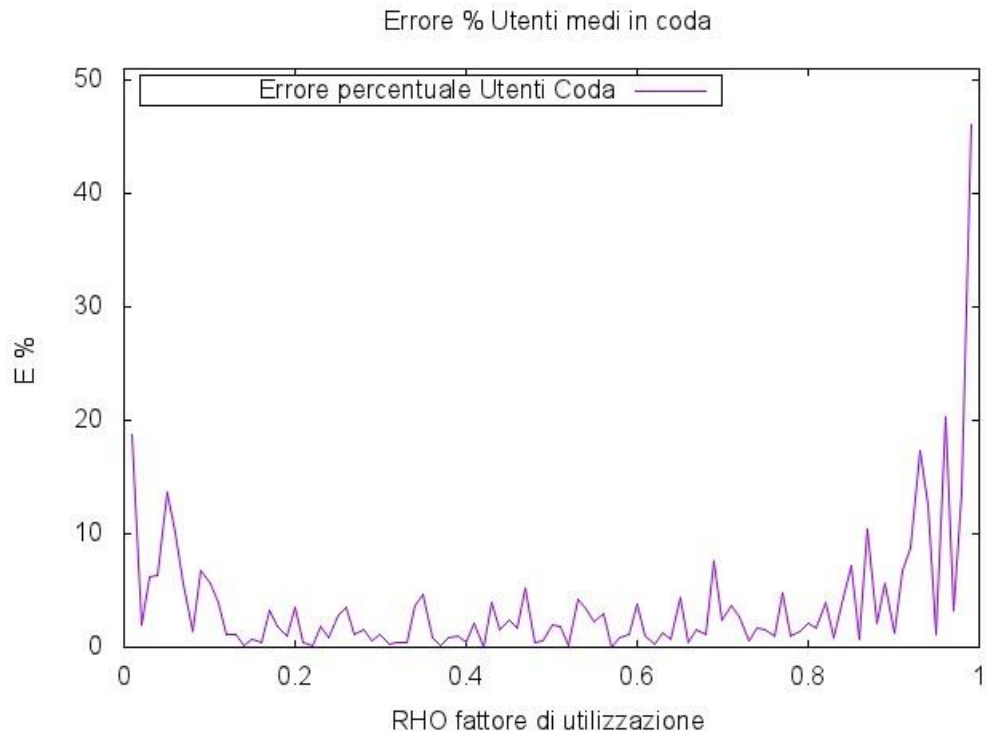


Figura 4.45 Errore percentuale  $E[q]$  con 100000 utenti

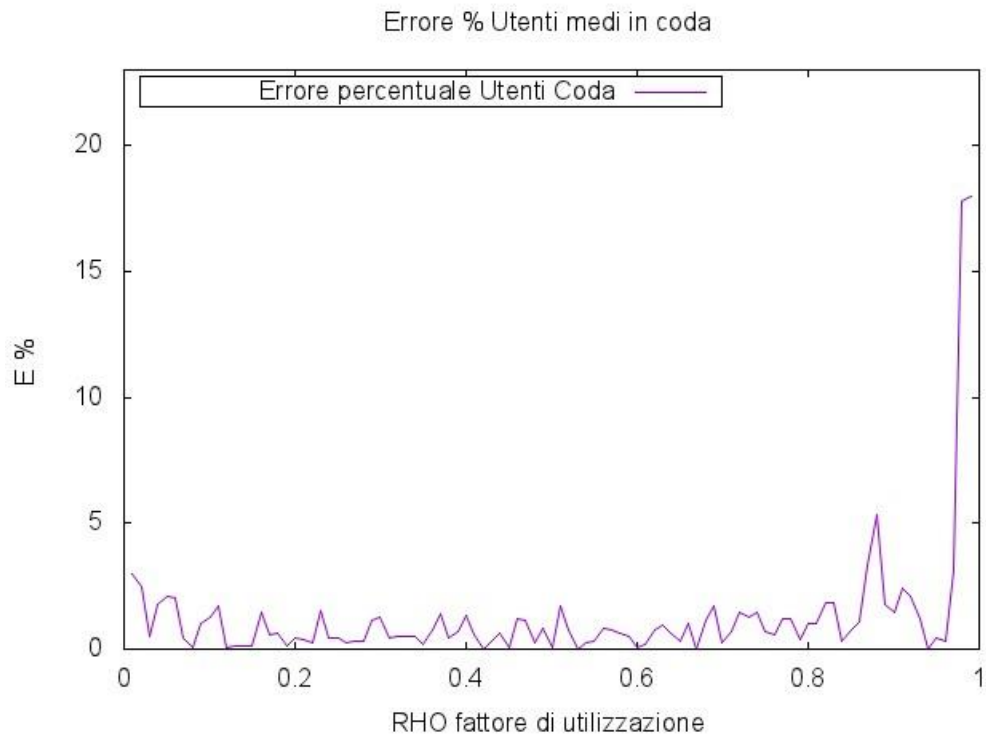


Figura 4.46 Errore percentuale  $E[q]$  con 1000000 utenti

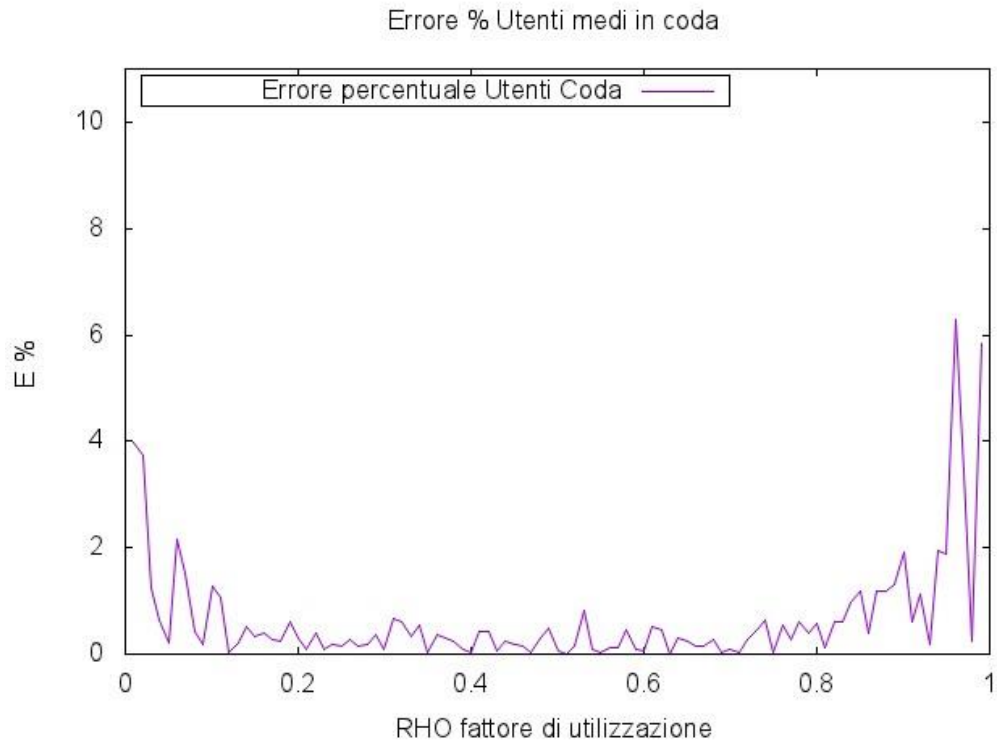


Figura 4.47 Errore percentuale  $E[q]$  con 5000000 utenti



Figura 4.48 Errore percentuale  $E[q]$  con 10000000 utenti



## 5 SISTEMA M/M/1/Y

---

### 5.1 RICHIAMI TEORICI

Un sistema a coda M/M/1/Y ha una distribuzione dei tempi interarrivo e di servizio di tipo esponenziale, un solo servitore e una dimensione della coda di Y. Quando nel sistema sono presenti Y utenti, quelli in arrivo non vengono accettati. In pratica questo equivale a dire che:

$$\begin{cases} \lambda_k = \begin{cases} \lambda & \text{se } K < Y \\ 0 & \text{se } K \geq Y \end{cases} \\ \mu_k = \mu \end{cases}$$

Specializzando le soluzioni generali dei processi di nascita e morte in equilibrio, otteniamo:

$$\begin{cases} P_k = P_0 \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \\ P_0 = \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \right]^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_k = \begin{cases} P_0 A^k & \text{se } K < Y \\ 0 & \text{se } K \geq Y \end{cases} \\ P_0 = \frac{1-A}{1-A^{Y+1}} \end{cases}$$

avendo posto  $A = \frac{\lambda}{\mu}$ .

Il numero medio di utenti è:

$$E[k] = \frac{A}{1-A} - \frac{(Y+1)A^{Y+1}}{1-A^{Y+1}}$$

Il numero medio di utenti in coda è:

$$E[q] = E[k] - E[s] = E[k] - (1 - P_0) = \frac{A^2}{1-A} - \frac{(Y+A)A^{Y+1}}{1-A^{Y+1}}$$

Il tempo medio speso nel sistema e in coda sono esprimibili mediante il Risultato di Little, con la relazione:

$$E[Tq] = \frac{E[q]}{E[\lambda]} \qquad E[T] = \frac{E[k]}{E[\lambda]}$$

dove  $E[\lambda] = \sum_i \lambda_i P_i = \lambda \sum_{i=0}^{Y-1} P_i = \lambda(1 - P_Y)$ .

### 5.2 SIMULAZIONE DEL SISTEMA M/M/1/Y

Per simulare il comportamento di un sistema M/M/1/Y, basta impostare la dimensione della coda del simulatore inferiore al numero di utenti con il quale la simulazione verrà effettuata. I grafici che seguono sono il risultato di una simulazione effettuata con  $Y = 10$ , ma nulla vieta di effettuare simulazioni impostando valori diversi.

### 5.2.1 Tempo medio trascorso nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[T]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

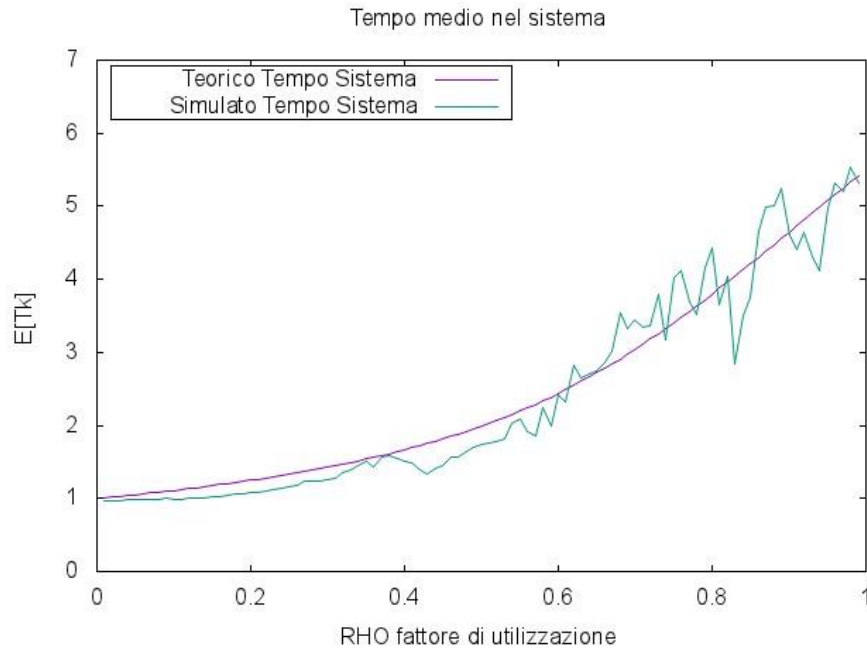


Figura 5.1 Tempo medio speso nel sistema con 1000 utenti

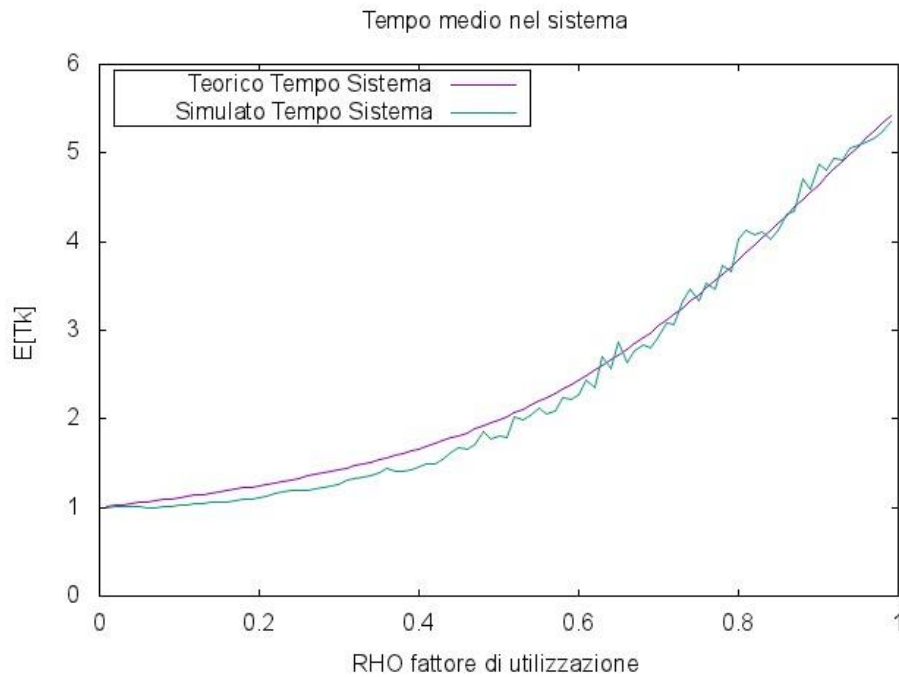


Figura 5.2 Tempo medio speso nel sistema con 10000 utenti

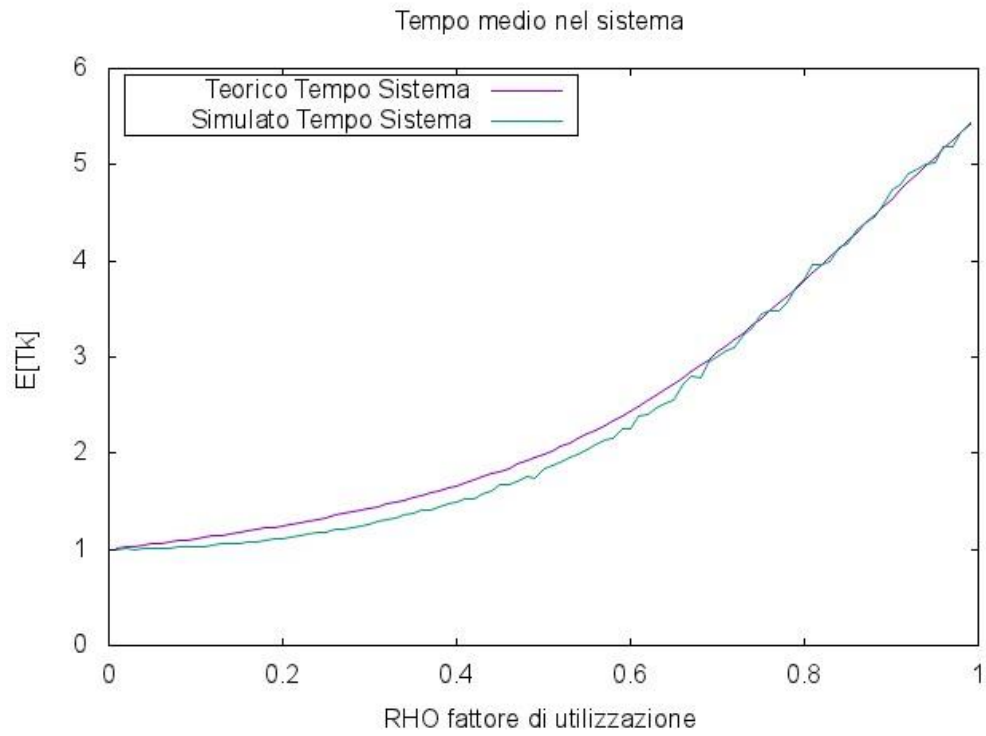


Figura 5.3 Tempo medio speso nel sistema con 100000 utenti

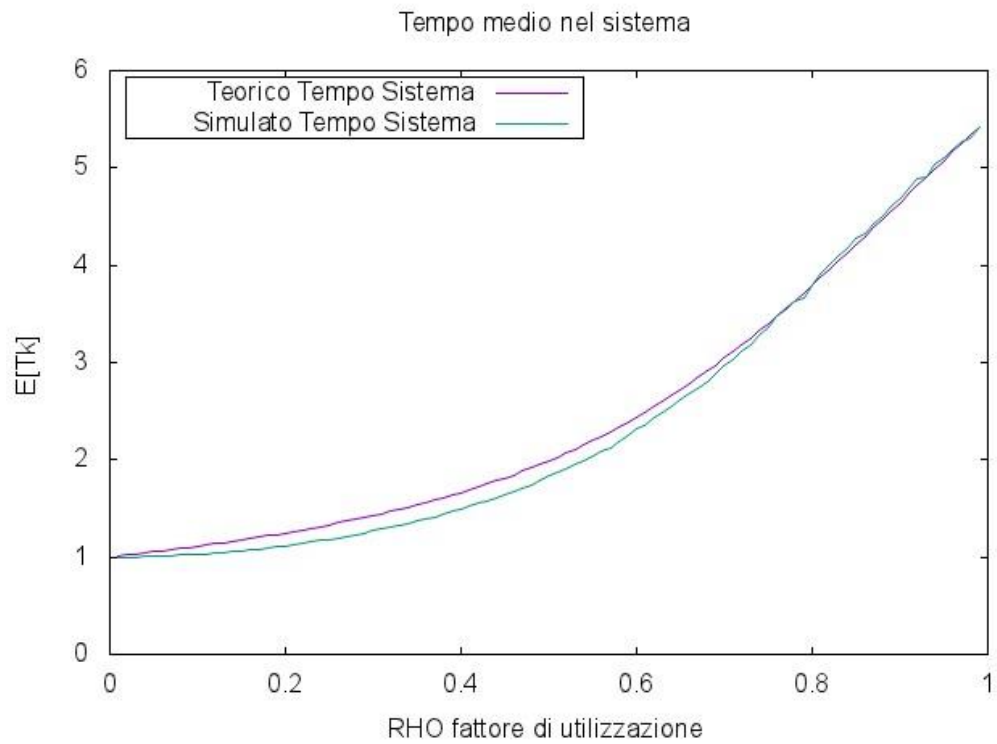


Figura 5.4 Tempo medio speso nel sistema con 1000000 utenti

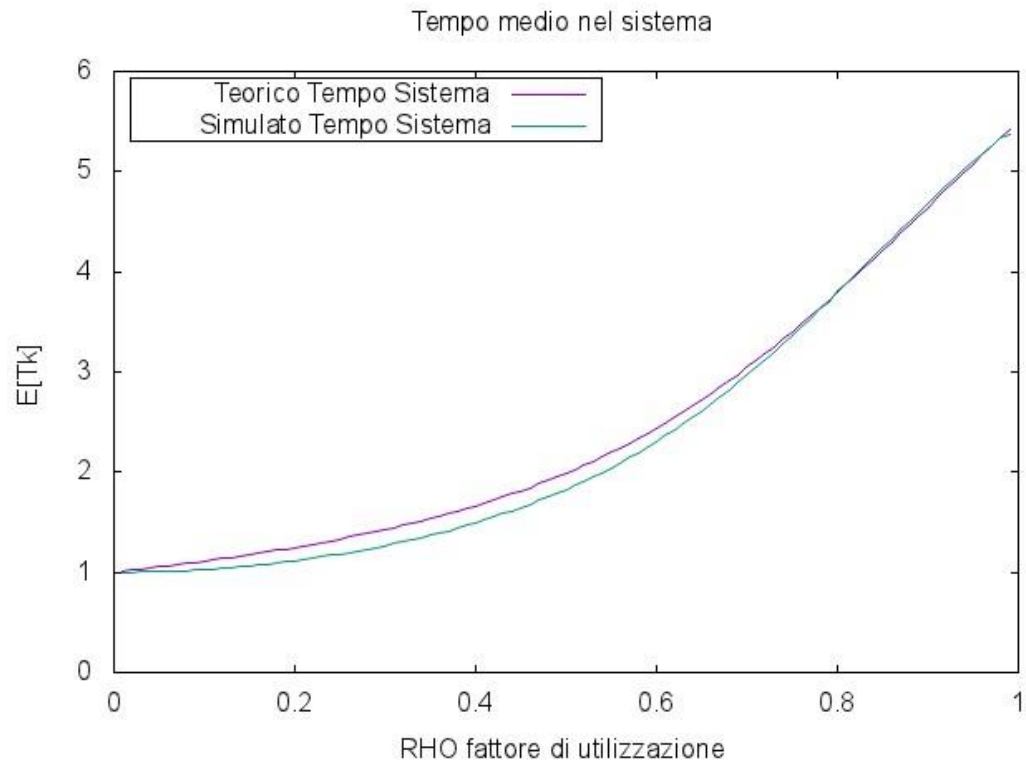


Figura 5.5 Tempo medio speso nel sistema con 5000000 utenti

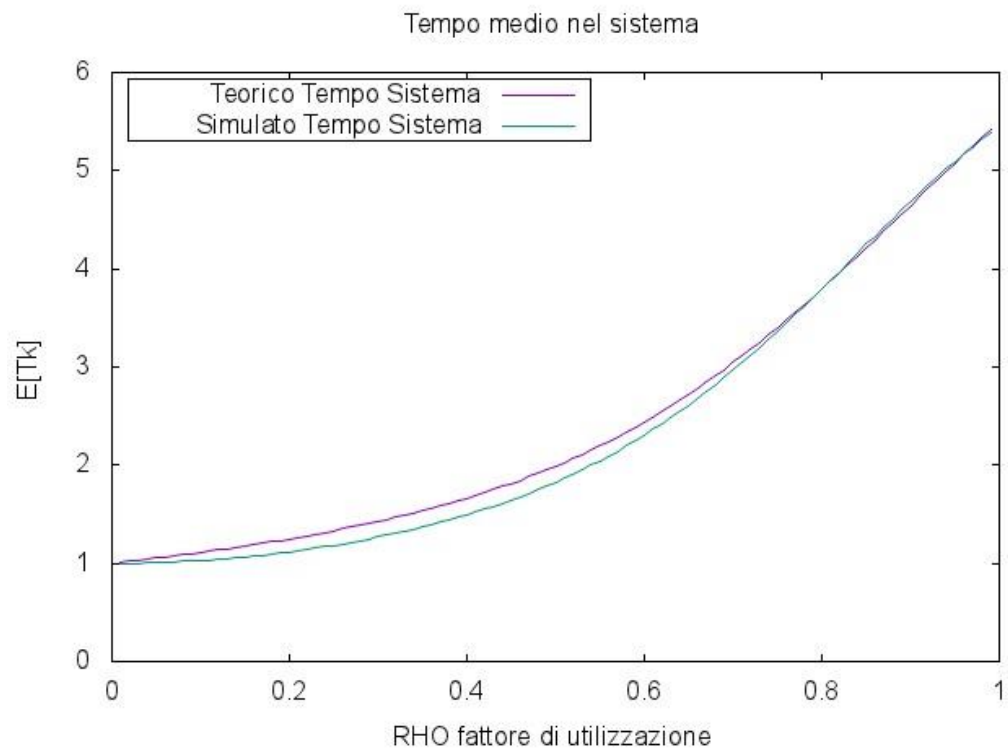


Figura 5.6 Tempo medio speso nel sistema con 10000000 utenti

### 5.2.2 Tempo medio trascorso in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[T_q]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

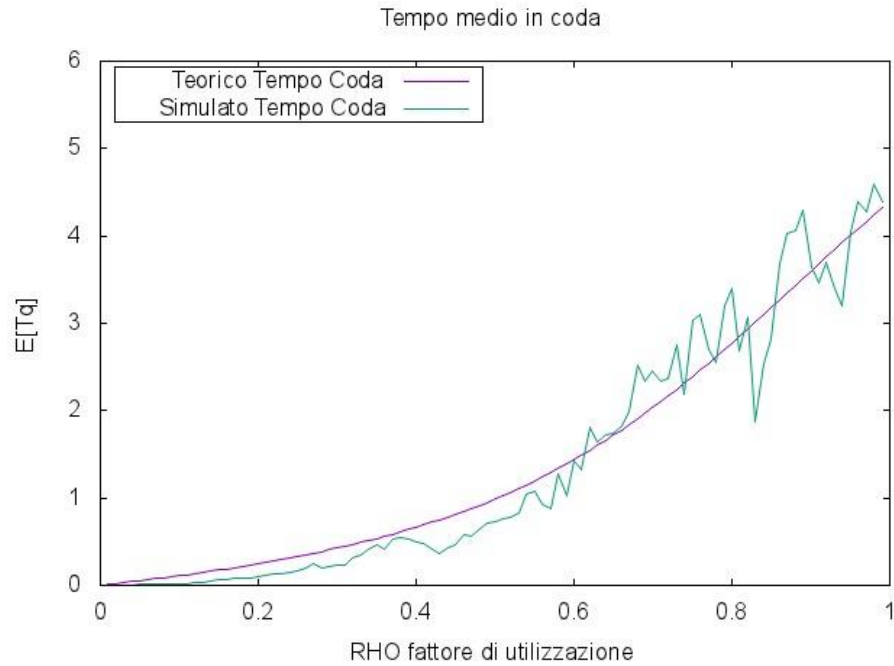


Figura 5.7 Tempo medio speso in coda con 1000 utenti

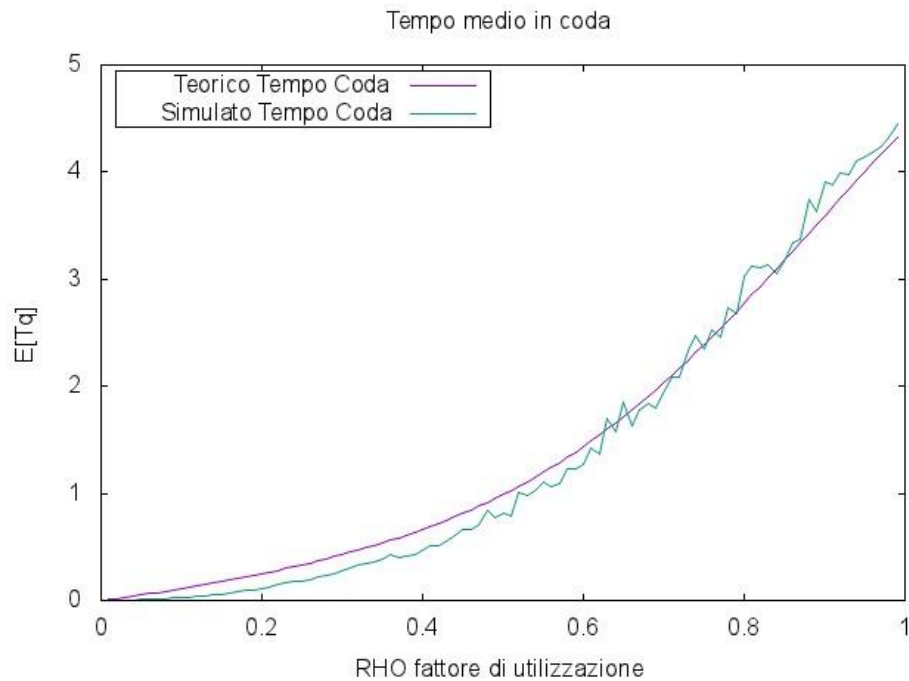


Figura 5.8 Tempo medio speso in coda con 10000 utenti

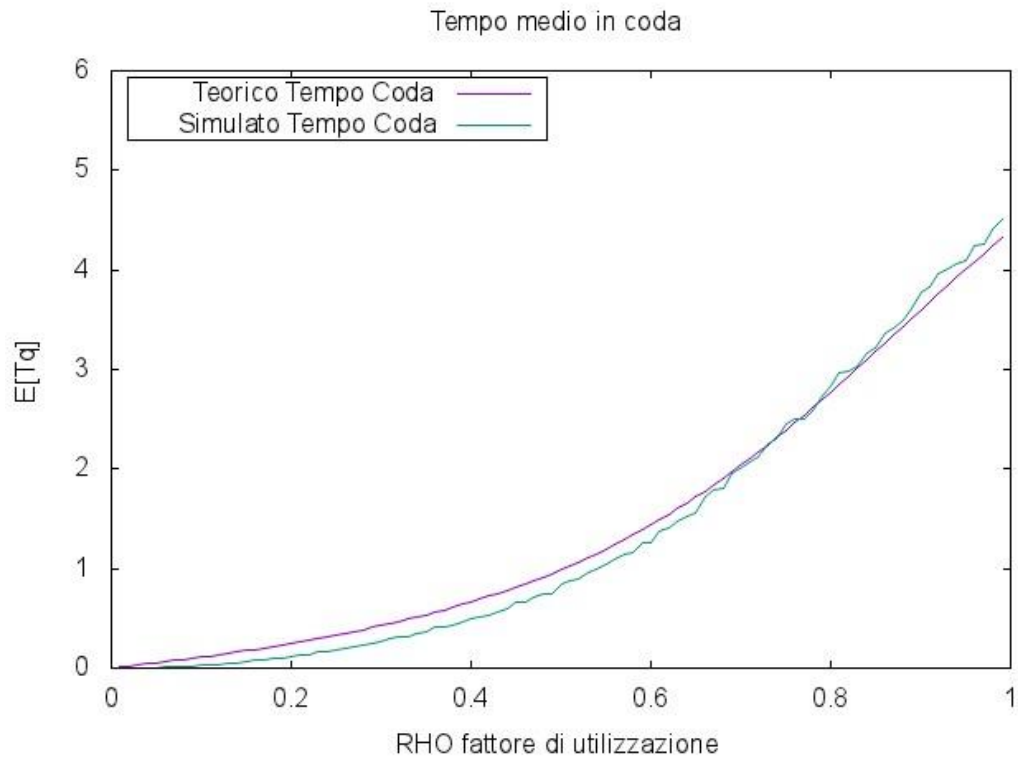


Figura 5.9 Tempo medio speso in coda con 100000 utenti

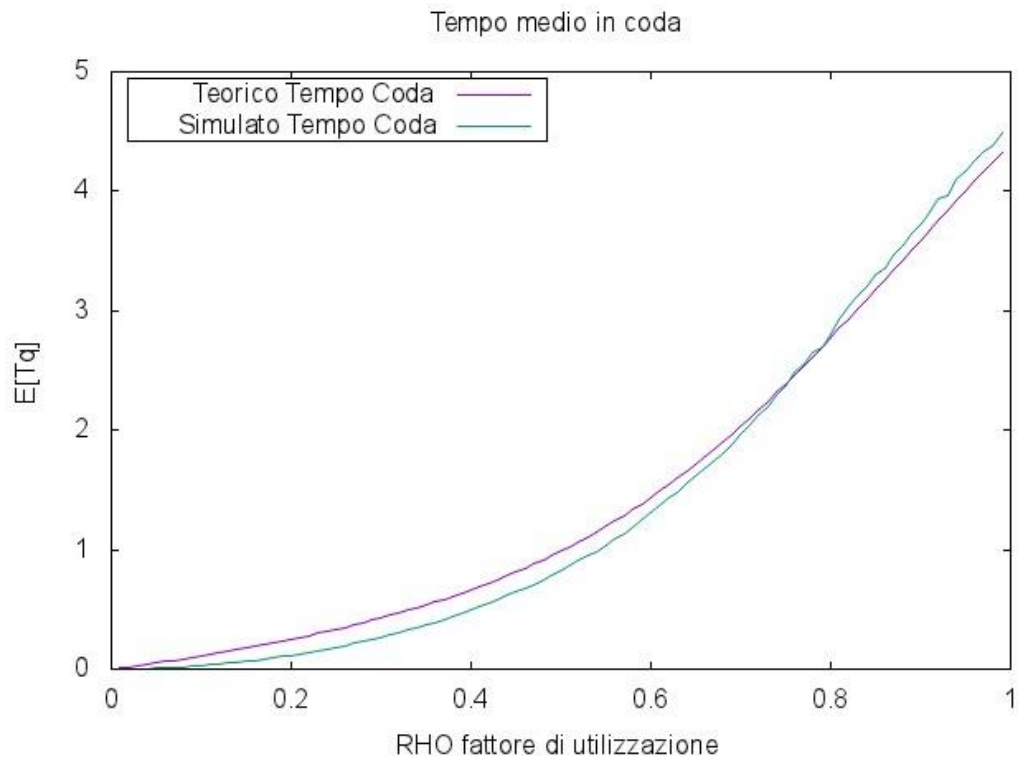


Figura 5.10 Tempo medio speso in coda con 1000000 utenti

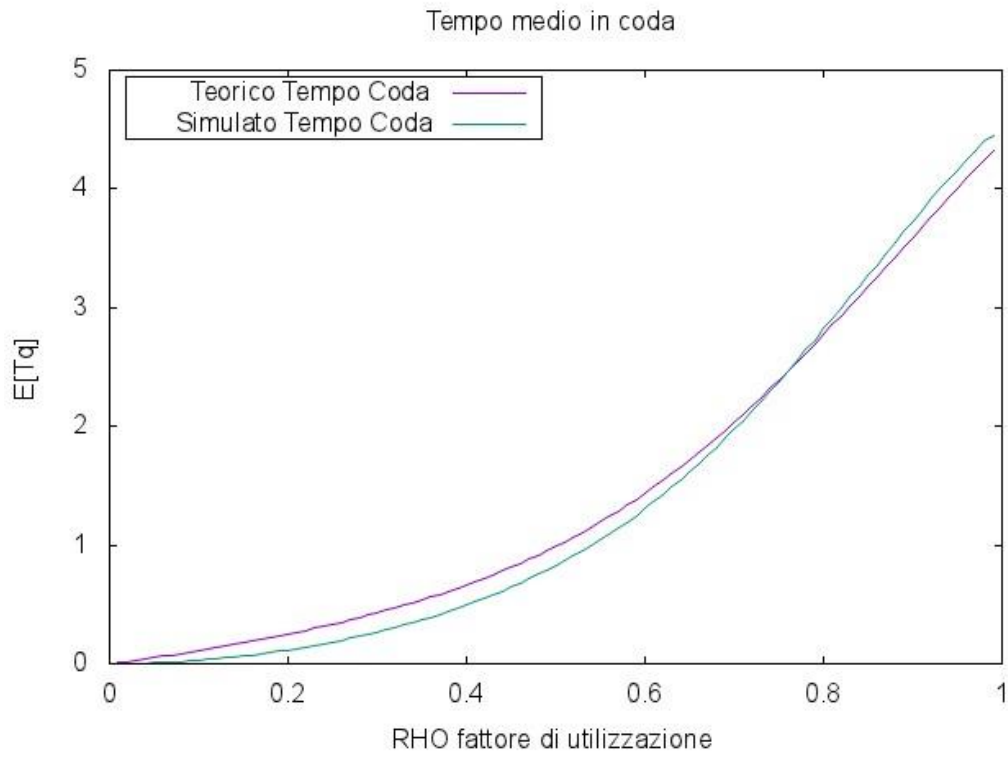


Figura 5.11 Tempo medio speso in coda con 5000000 utenti

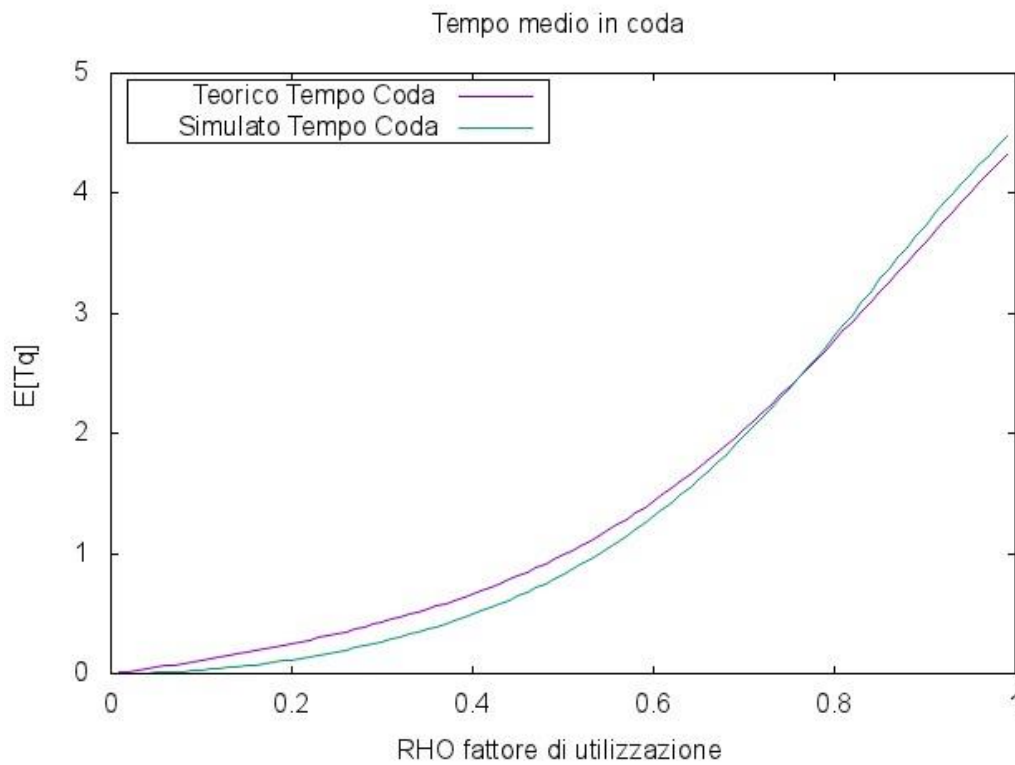


Figura 5.12 Tempo medio speso in coda con 10000000 utenti

### 5.2.3 Numero medio di utenti nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[k]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

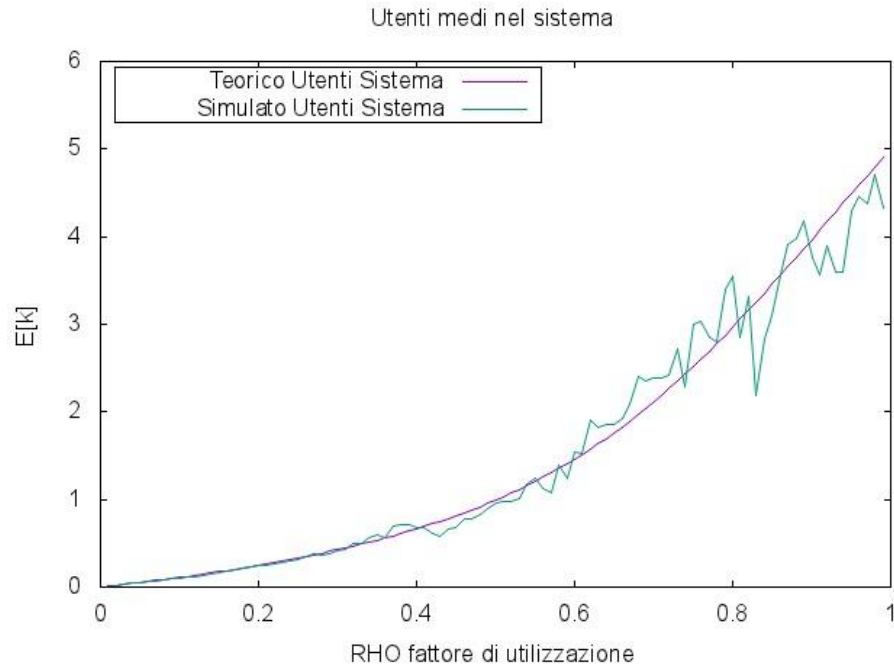


Figura 5.13 Numero medio di utenti nel sistema con 1000 utenti

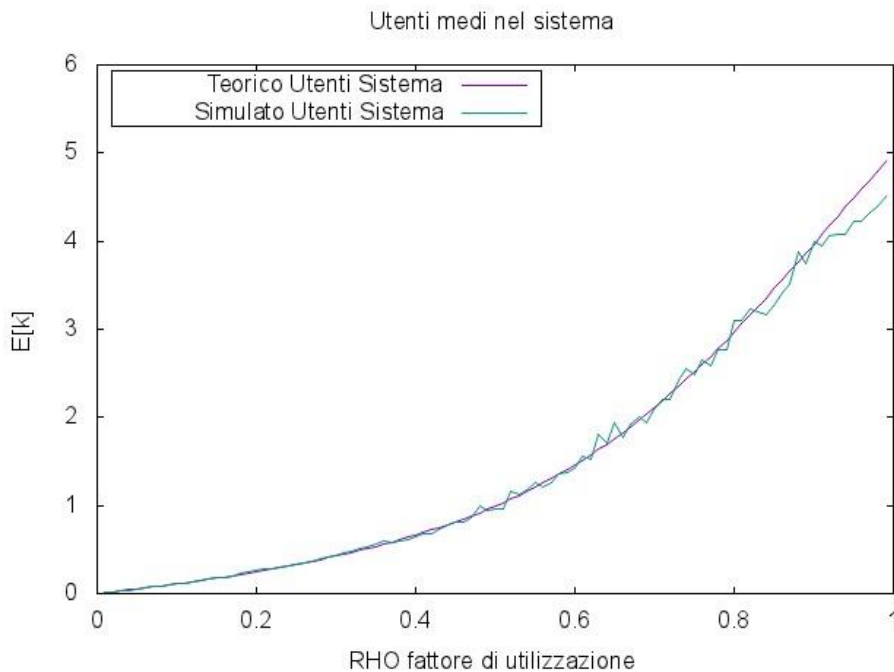


Figura 5.14 Numero medio di utenti nel sistema con 10000 utenti



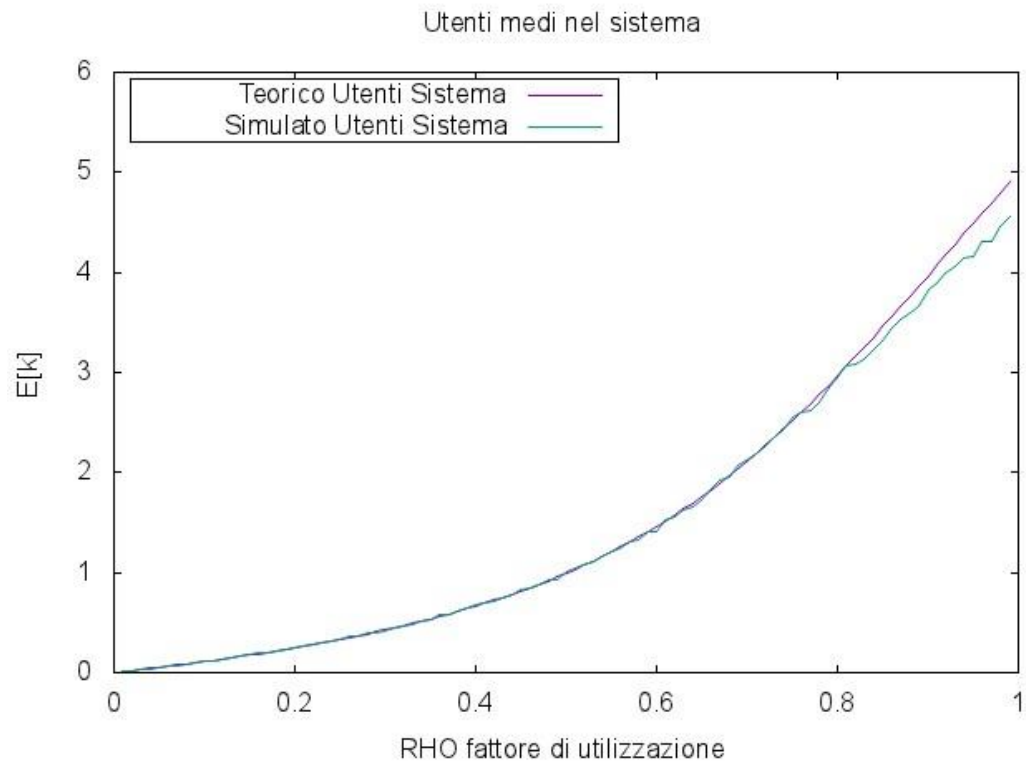


Figura 5.15 Numero medio di utenti nel sistema con 100000 utenti

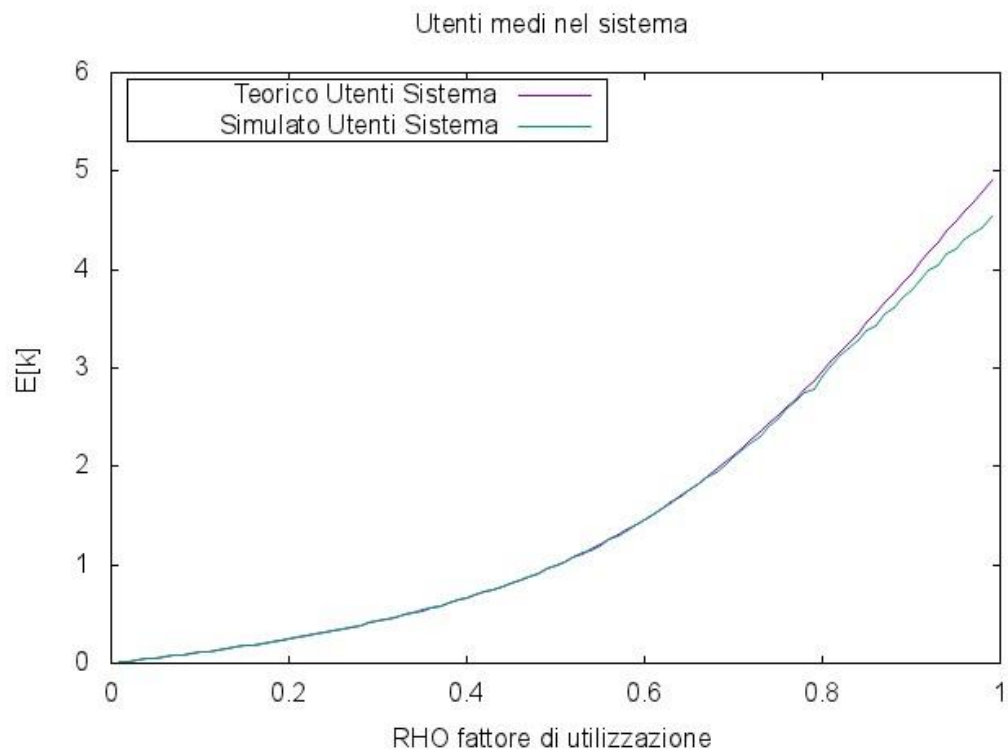


Figura 5.16 Numero medio di utenti nel sistema con 1000000 utenti

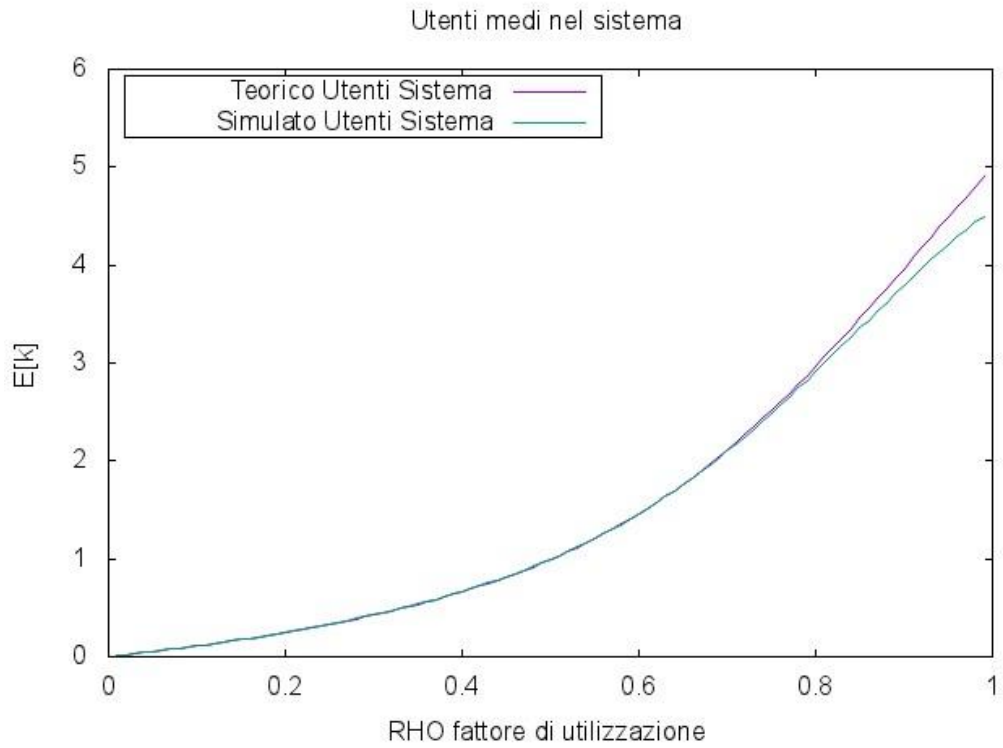


Figura 5.17 Numero medio di utenti nel sistema con 5000000 utenti

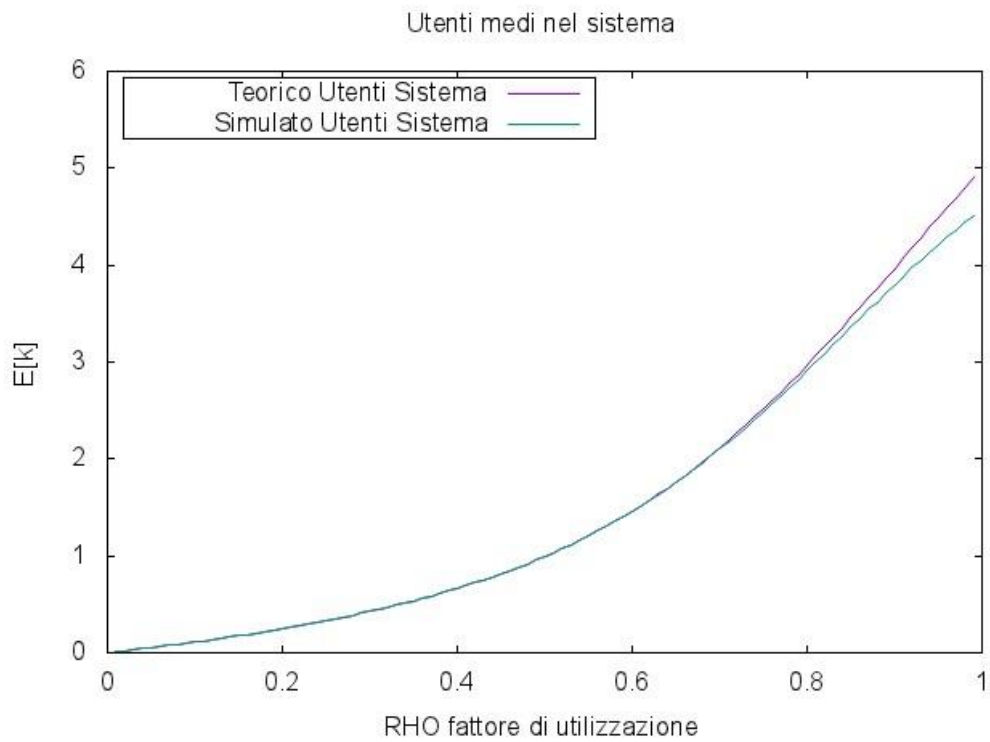


Figura 5.18 Numero medio di utenti nel sistema con 10000000 utenti

#### 5.2.4 Numero medio di utenti in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che mettono a confronto i valori teorici di  $E[q]$  con i risultati ottenuti dalla simulazione, al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

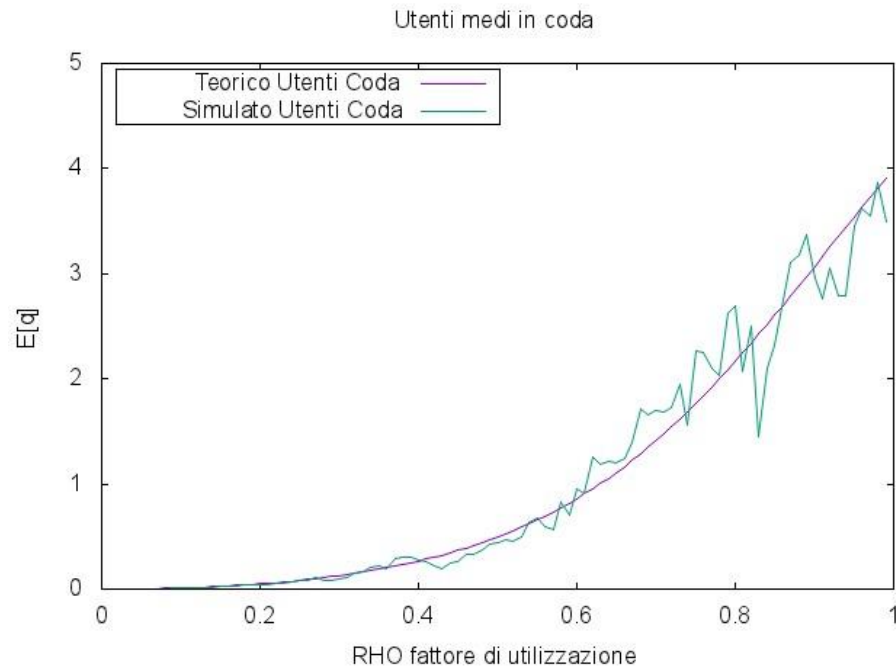


Figura 5.19 Numero medio di utenti in coda con 1000 utenti

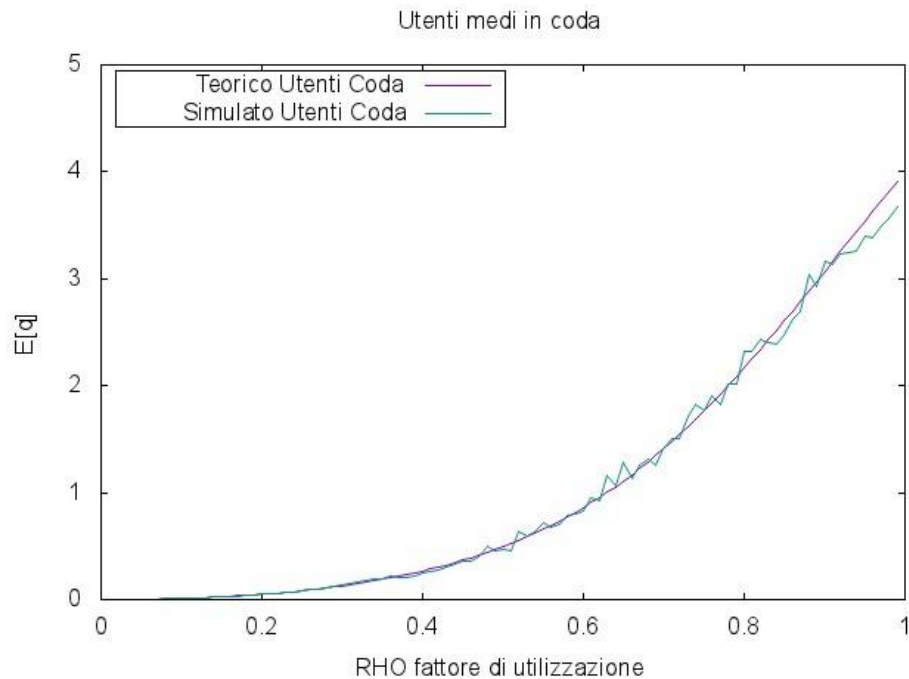


Figura 5.20 Numero medio di utenti in coda con 10000 utenti

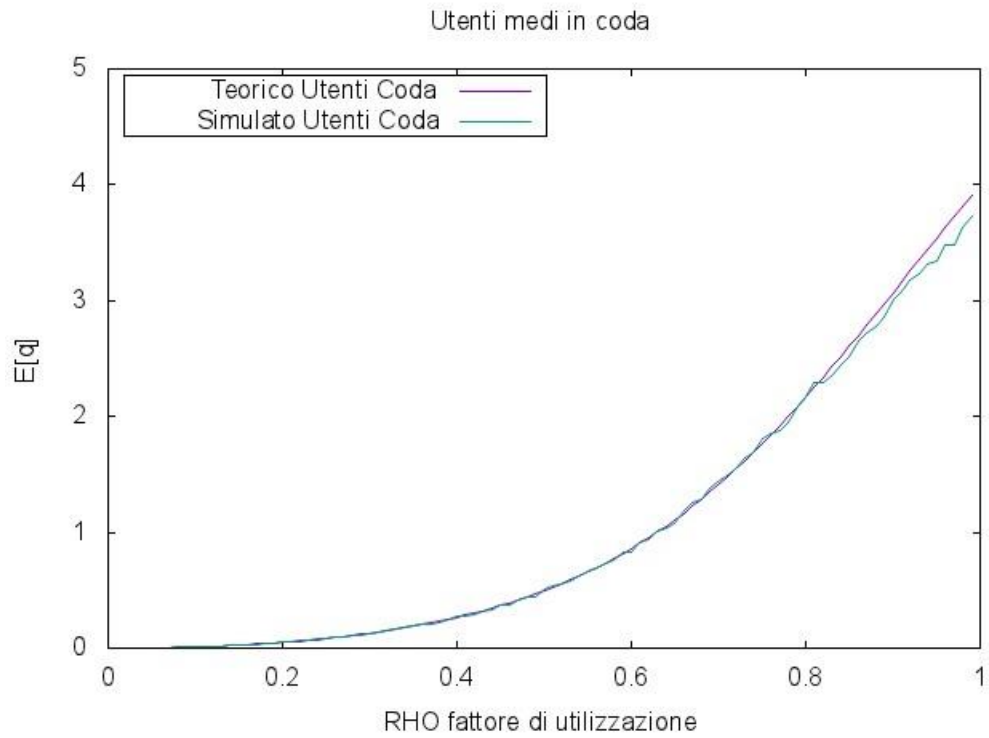


Figura 5.21 Numero medio di utenti in coda con 100000 utenti

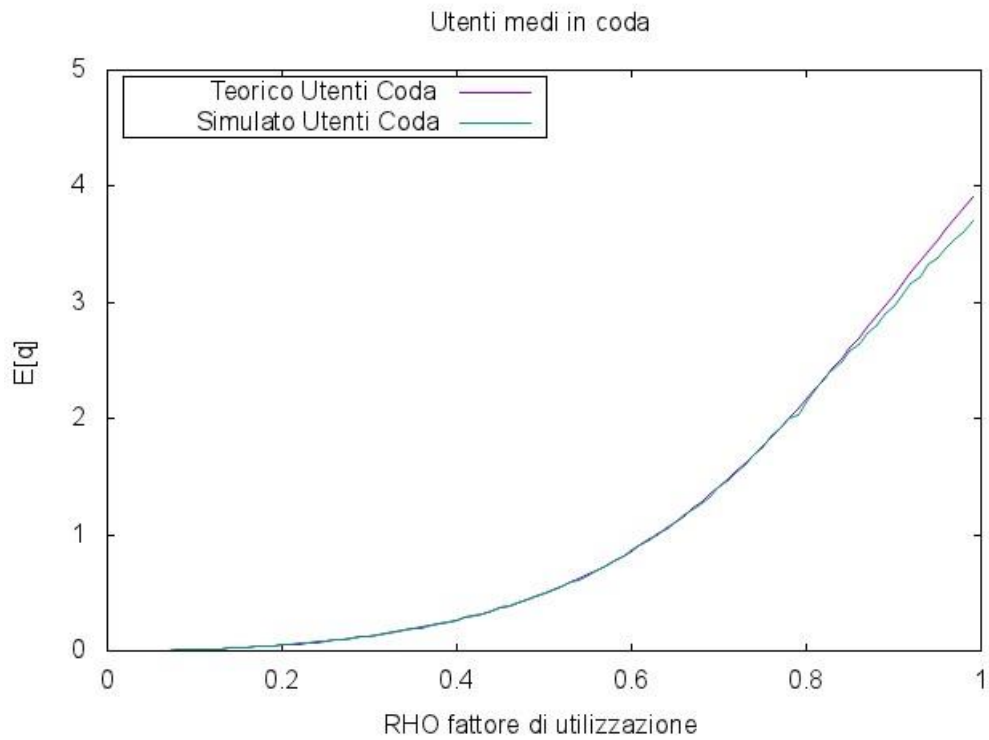


Figura 5.22 Numero medio di utenti in coda con 1000000 utenti

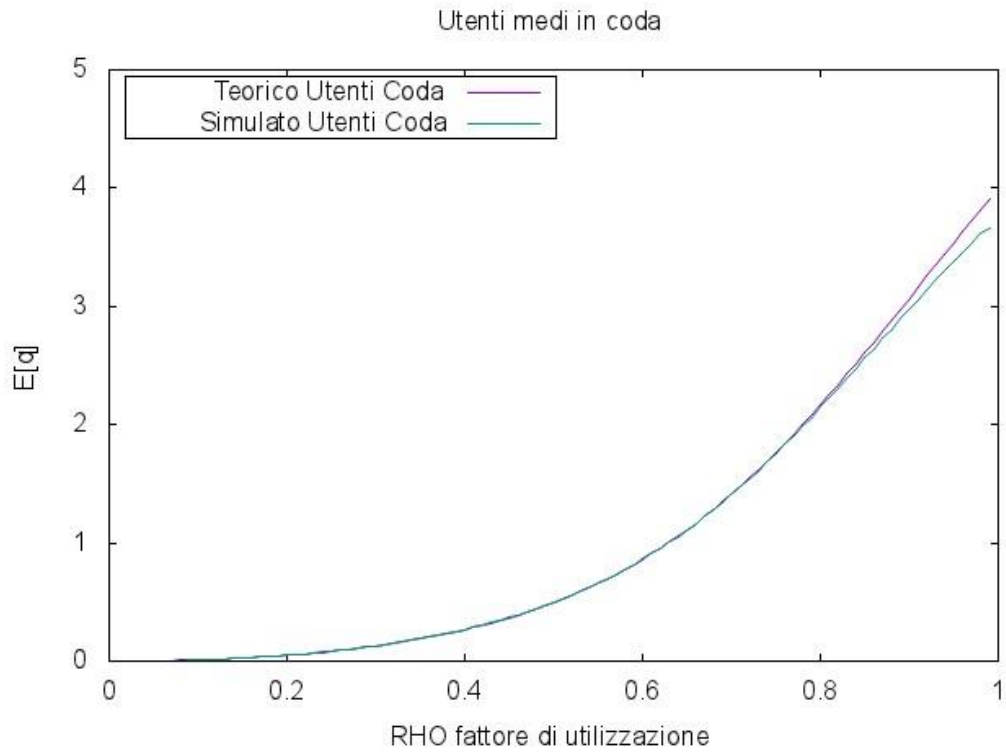


Figura 5.23 Numero medio di utenti in coda con 5000000 utenti

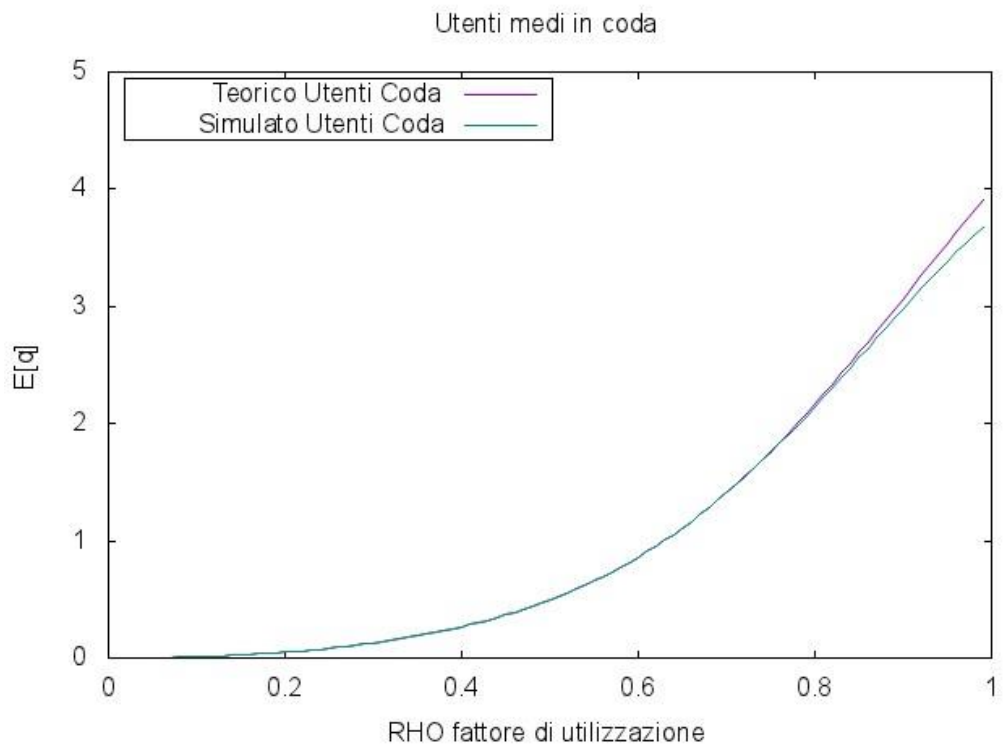


Figura 5.24 Numero medio di utenti in coda con 10000000 utenti

## 5.3 ERRORI TRA VALORI TEORICI E SIMULATI NEL SISTEMA M/M/1/Y

### 5.3.1 Tempo medio trascorso nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[T]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

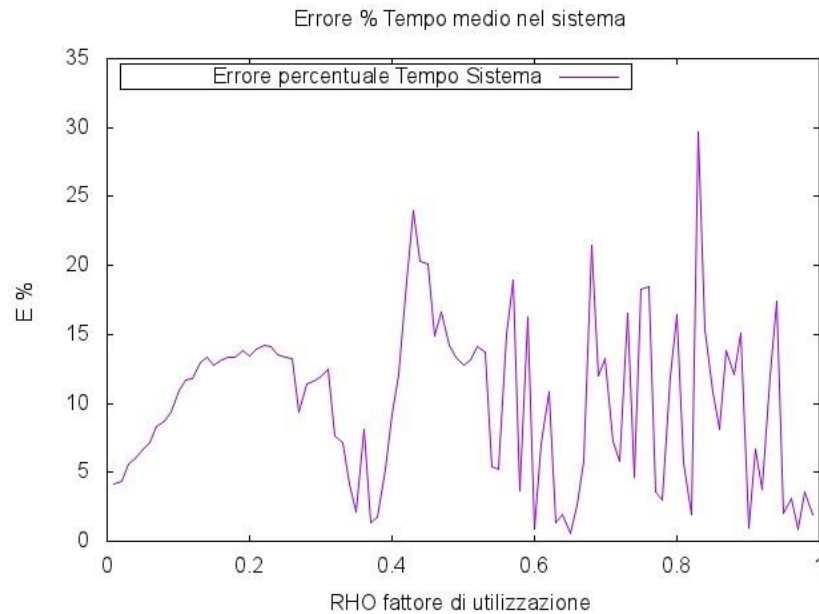


Figura 5.25 Errore percentuale  $E[T]$  con 1000 utenti

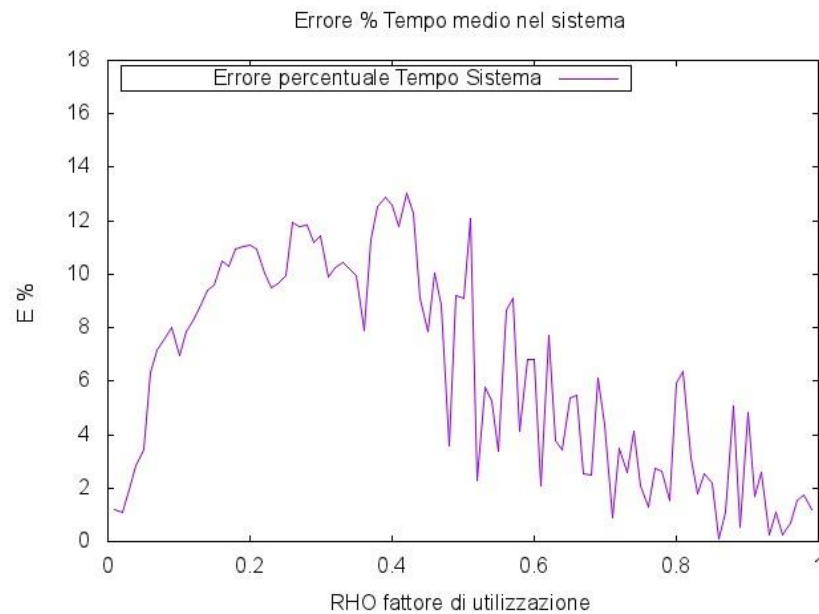


Figura 5.26 Errore percentuale  $E[T]$  con 10000 utenti

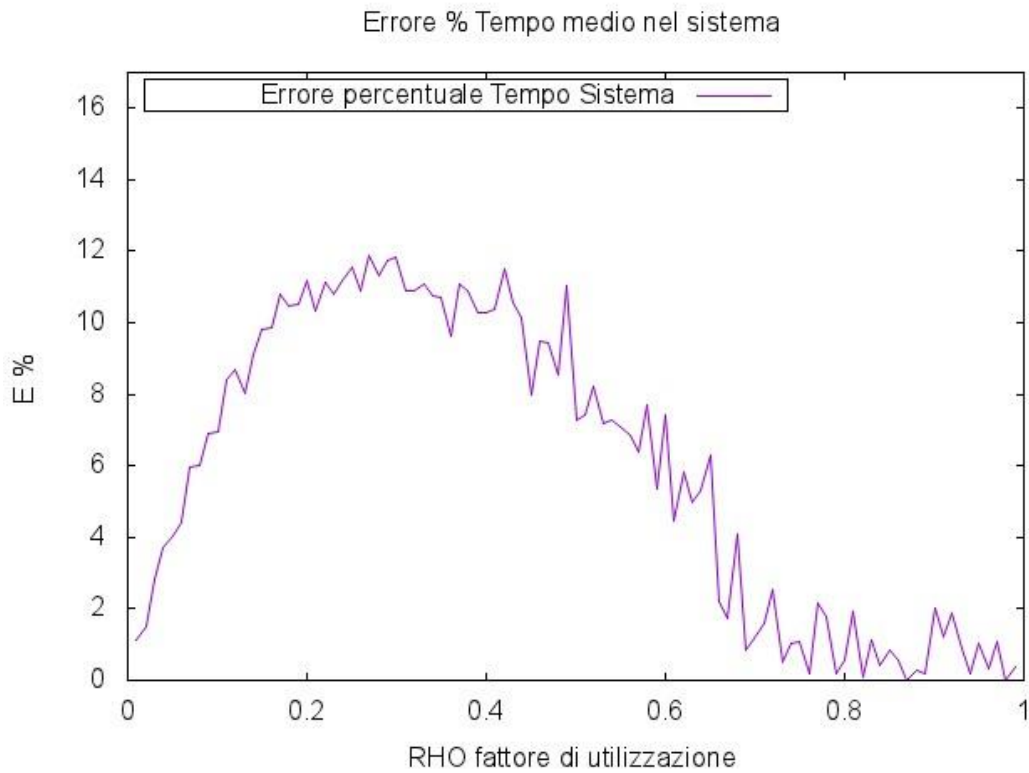


Figura 5.27 Errore percentuale  $E[T]$  con 100000 utenti

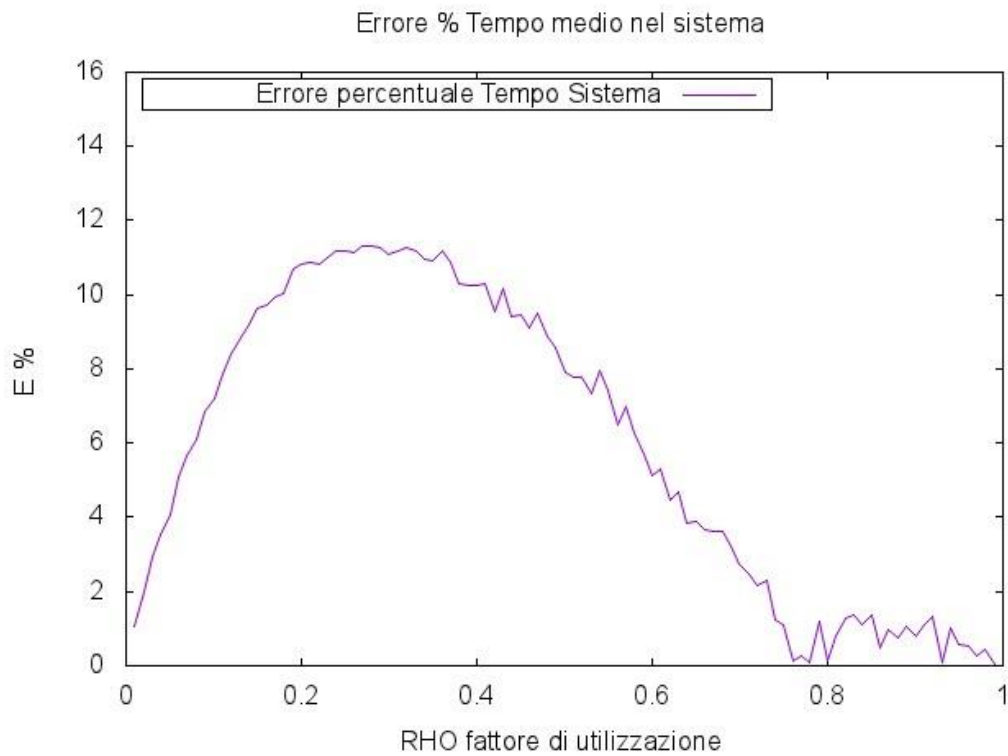


Figura 5.28 Errore percentuale  $E[T]$  con 1000000 utenti

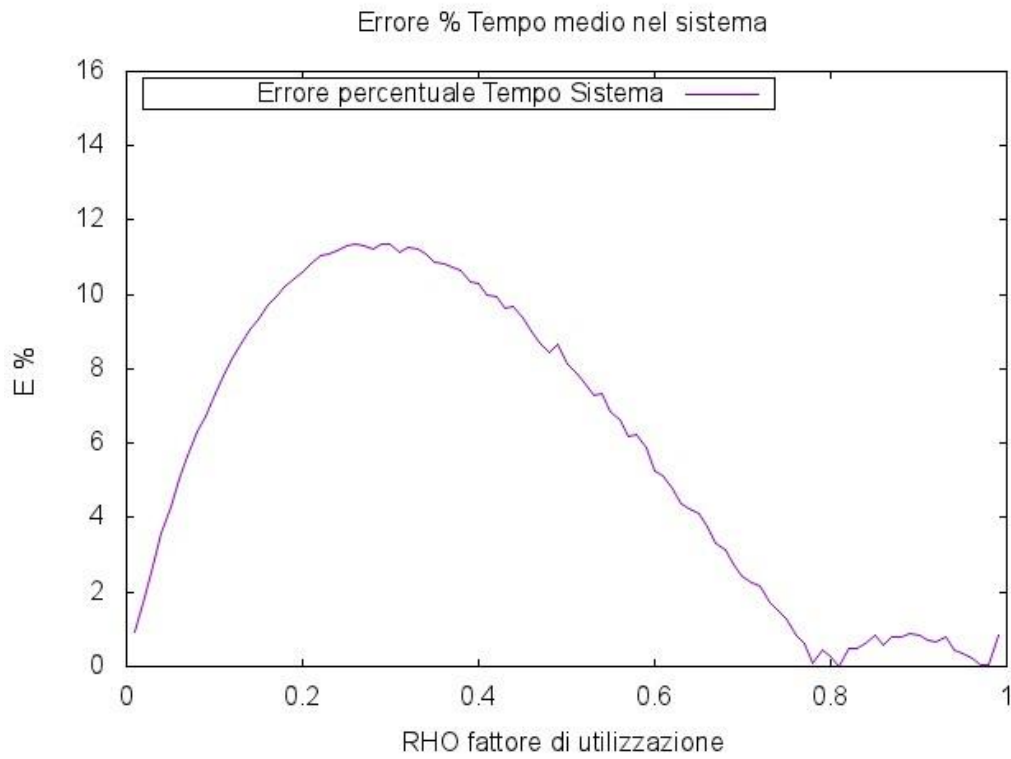


Figura 5.29 Errore percentuale  $E[T]$  con 5000000 utenti

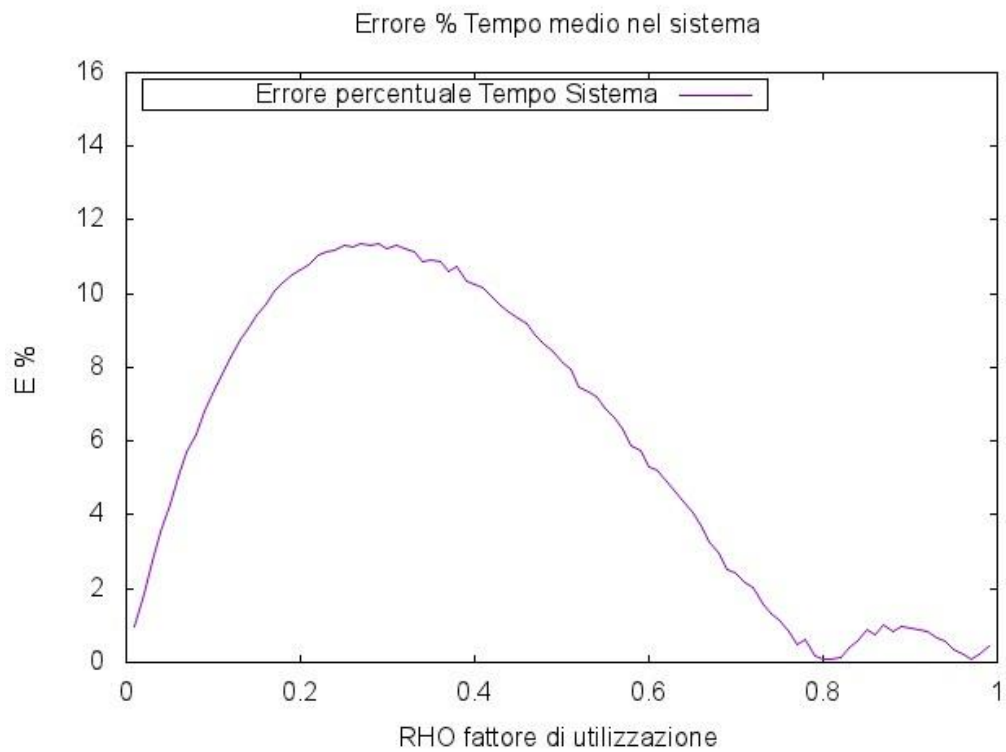


Figura 5.30 Errore percentuale  $E[T]$  con 10000000 utenti



### 5.3.2 Tempo medio trascorso in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[T_q]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

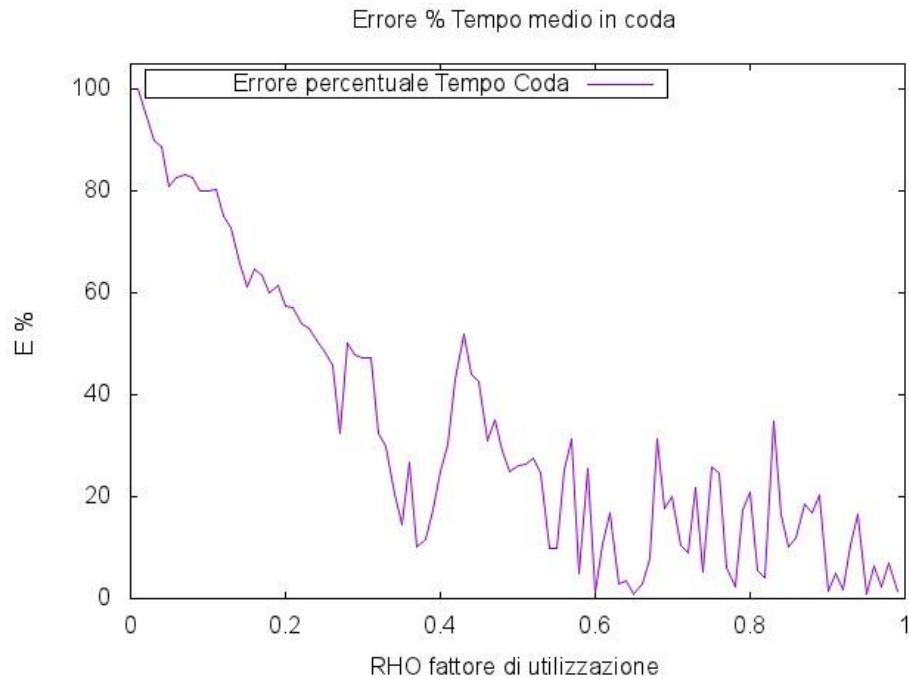


Figura 5.31 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 1000 utenti

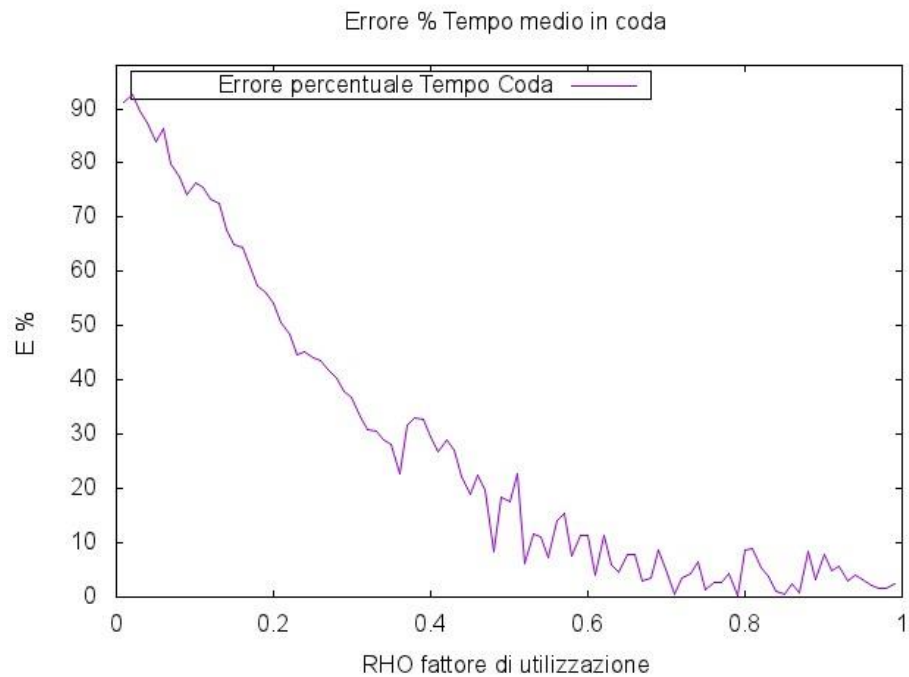


Figura 5.32 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 10000 utenti

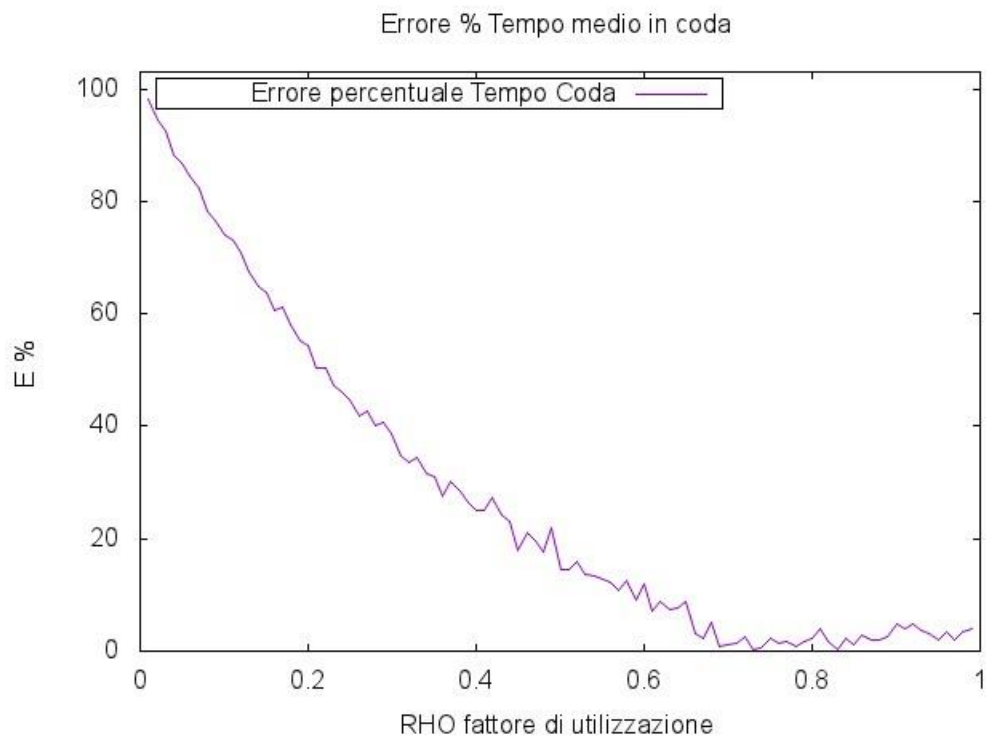


Figura 5.33 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 100000 utenti

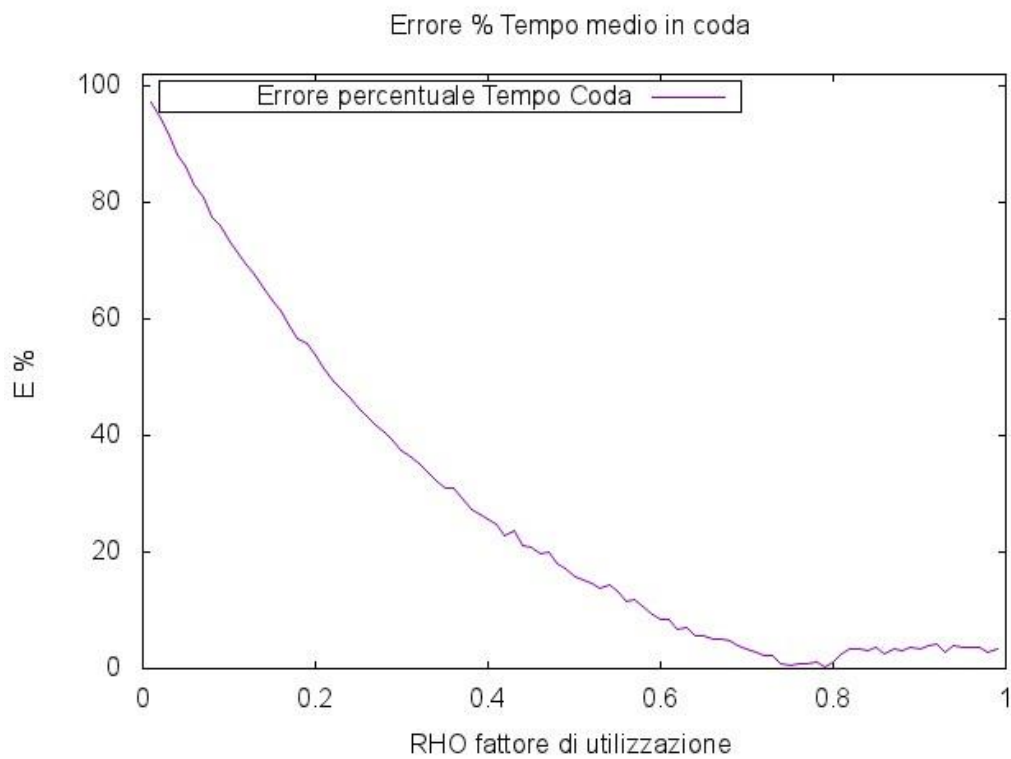


Figura 5.34 Errore percentuale  $E[T_q]$  con 1000000 utenti

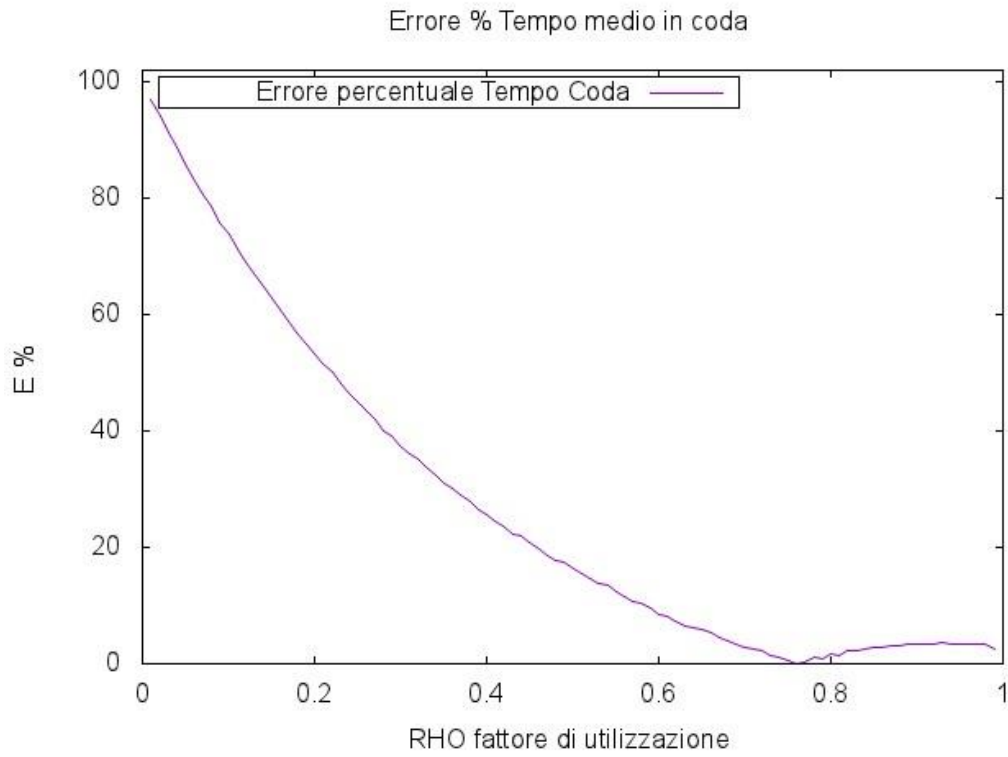


Figura 5.35 Errore percentuale  $E[Tq]$  con 5000000 utenti

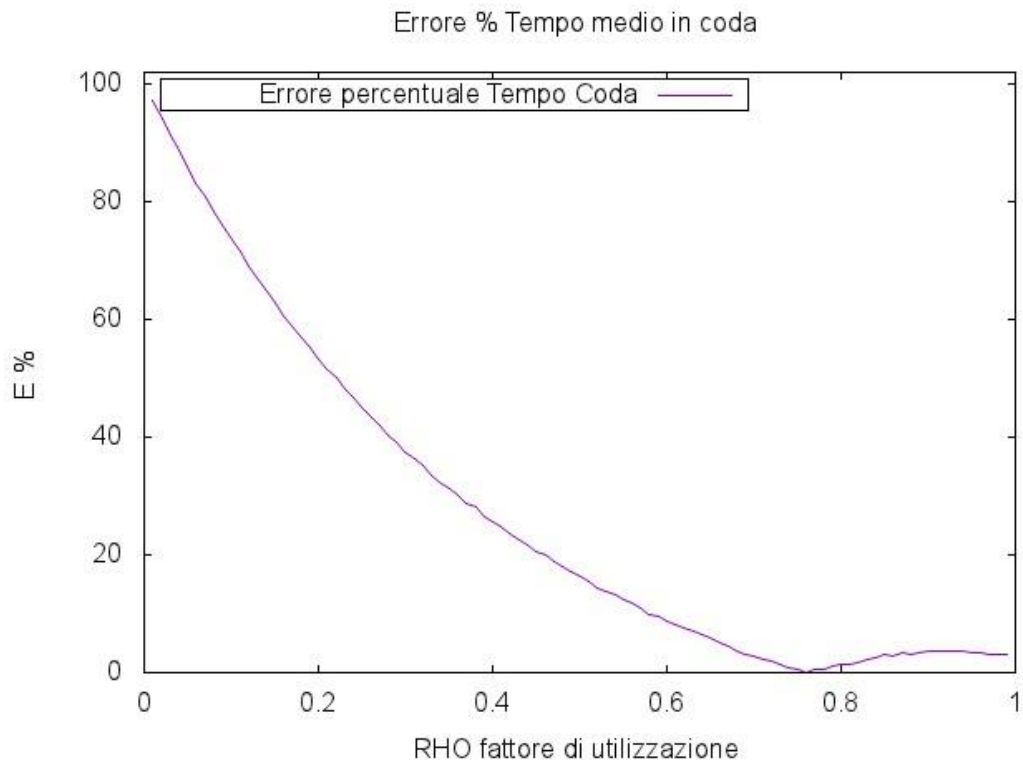


Figura 5.36 Errore percentuale  $E[Tq]$  con 10000000 utenti

### 5.3.3 Numero medio di utenti nel sistema

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[k]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

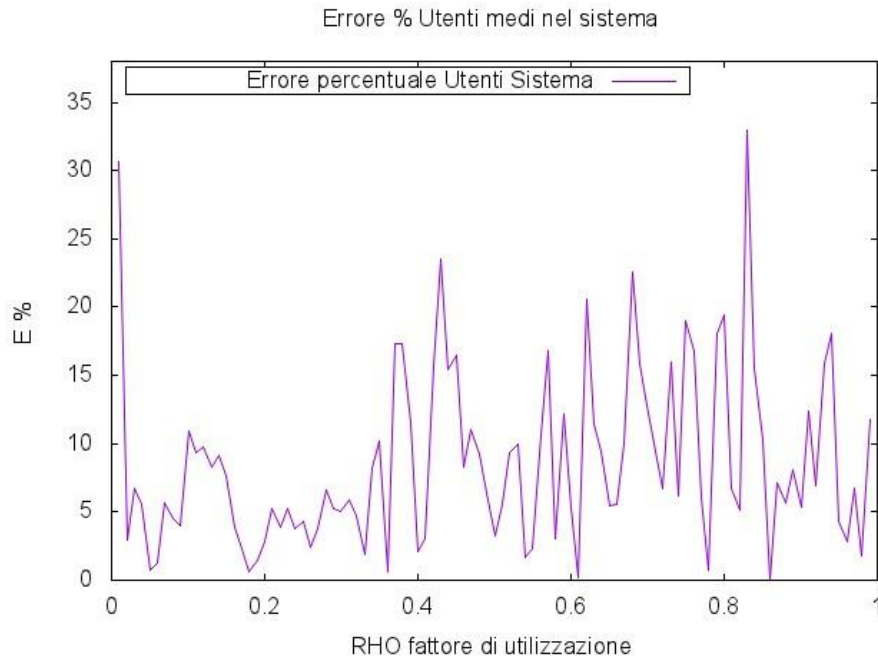


Figura 5.37 Errore percentuale  $E[k]$  con 1000 utenti

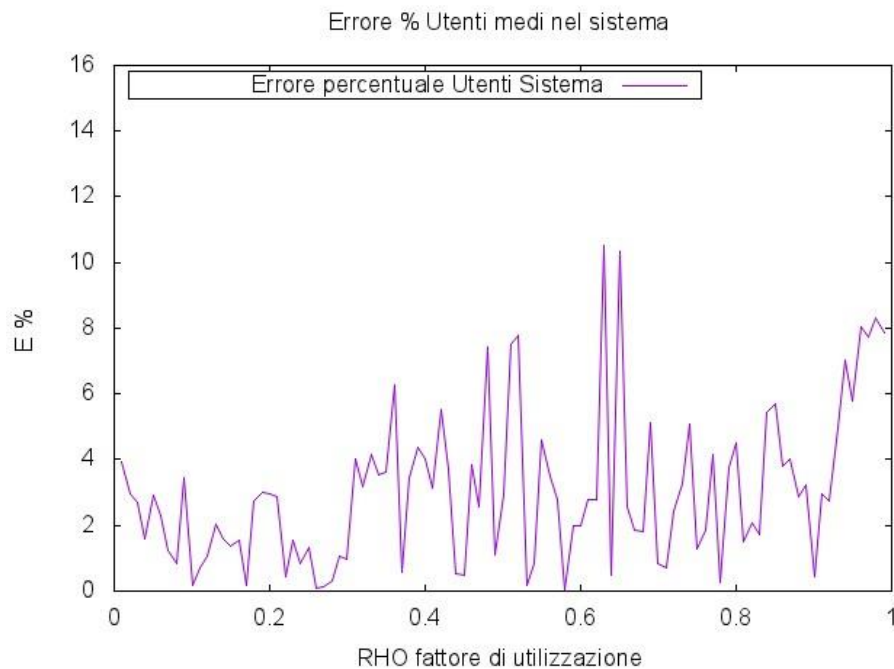


Figura 5.38 Errore percentuale  $E[k]$  con 10000 utenti

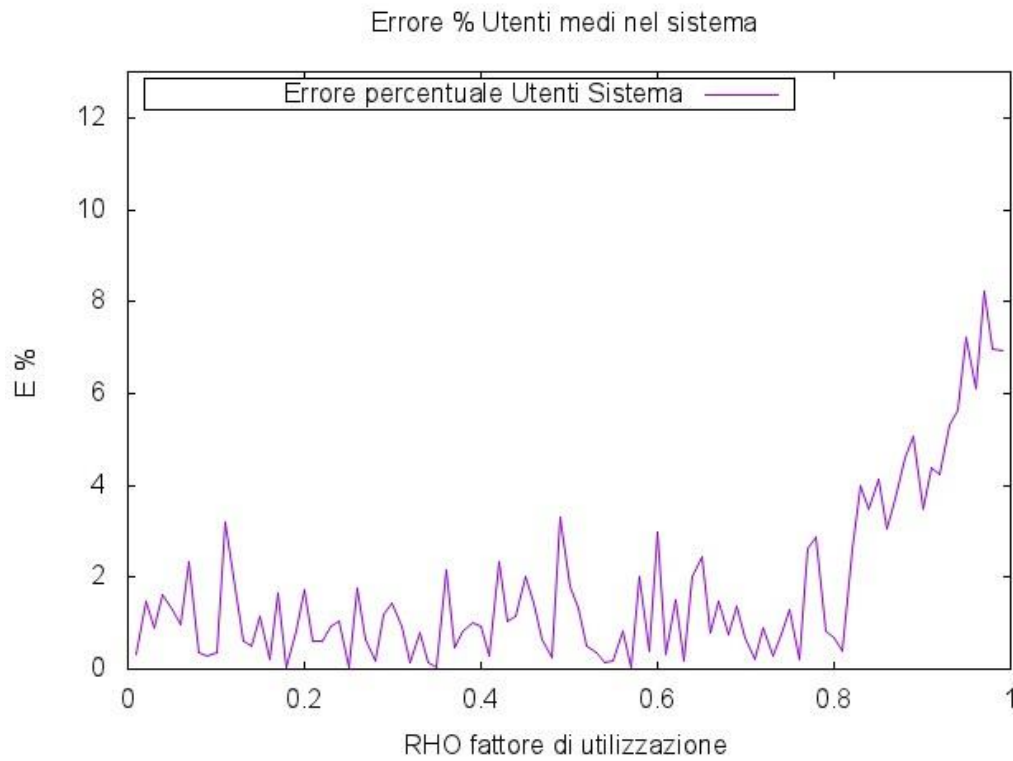


Figura 5.39 Errore percentuale  $E[k]$  con 100000 utenti

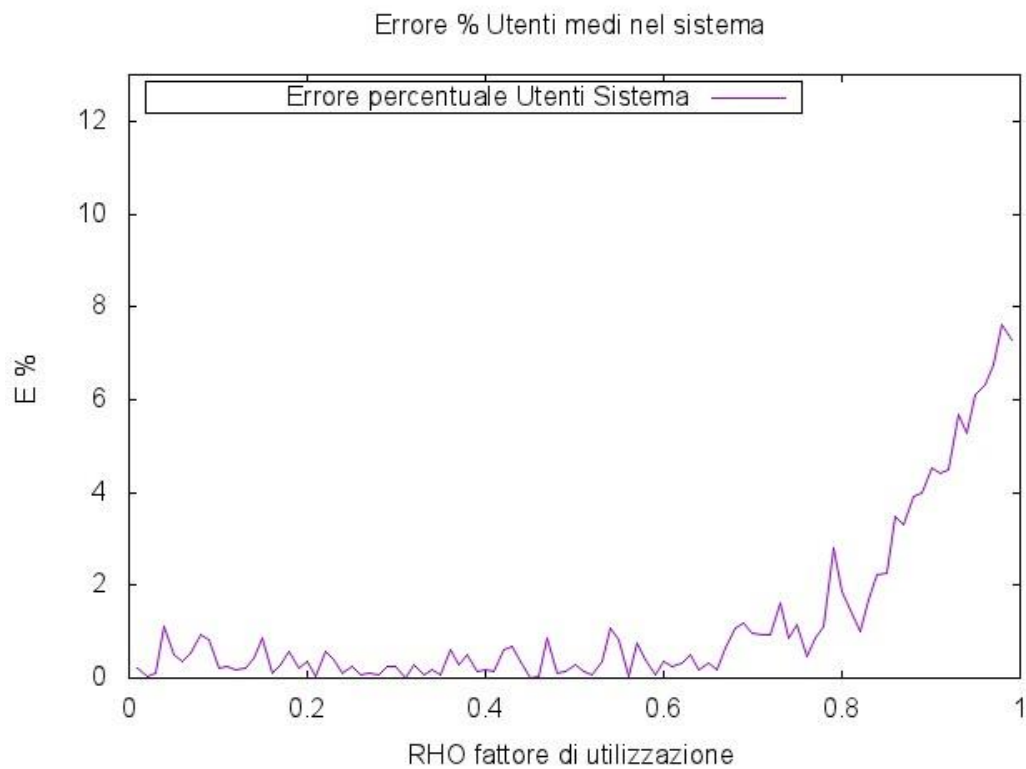


Figura 5.40 Errore percentuale  $E[k]$  con 1000000 utenti

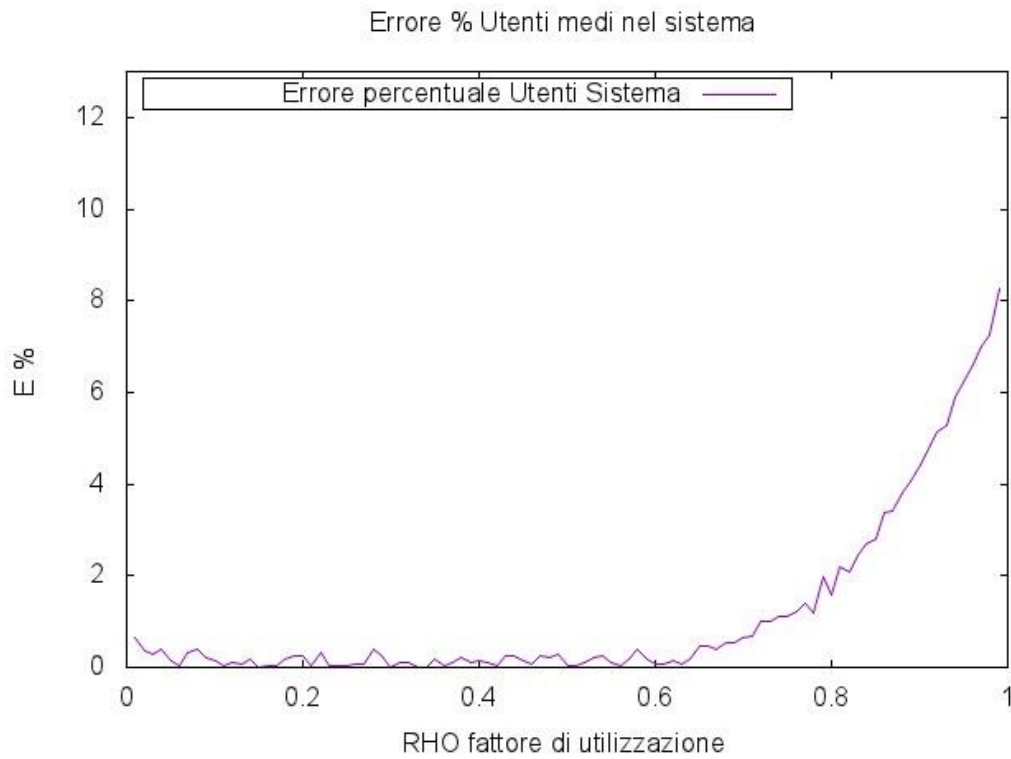


Figura 5.41 Errore percentuale  $E[k]$  con 5000000 utenti

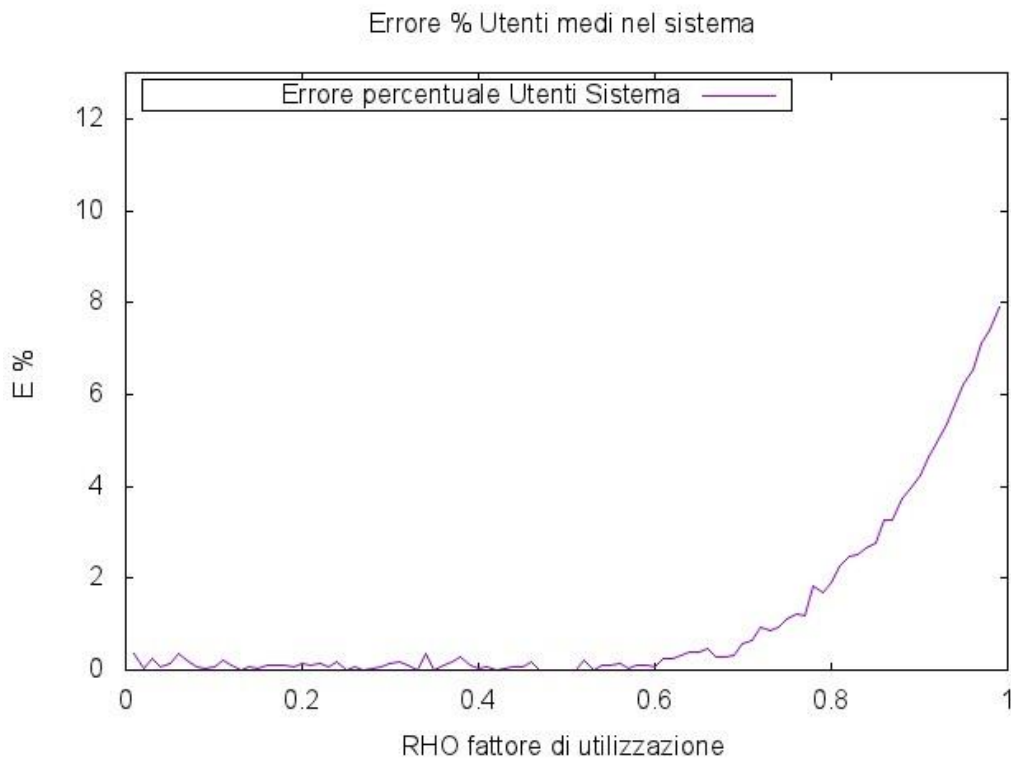


Figura 5.42 Errore percentuale  $E[k]$  con 10000000 utenti

### 5.3.4 Numero medio di utenti in coda

Vengono ora riportati i grafici generati dal programma che illustrano l'errore percentuale (calcolato come illustrato nel Capitolo 3) riguardante  $E[q]$ , al variare del numero di utenti con il quale la simulazione viene effettuata.

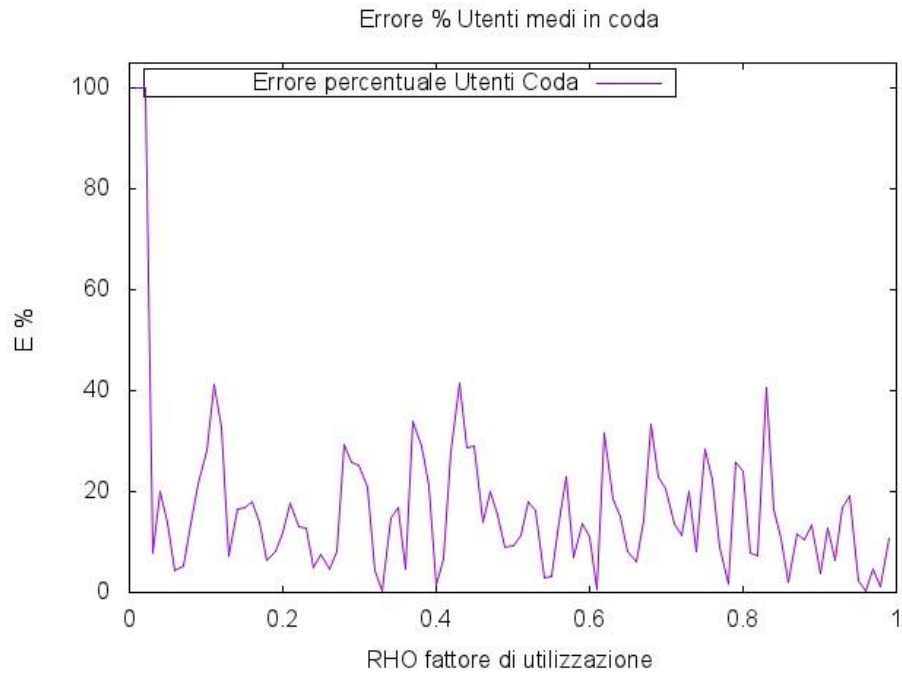


Figura 5.43 Errore percentuale  $E[q]$  con 1000 utenti

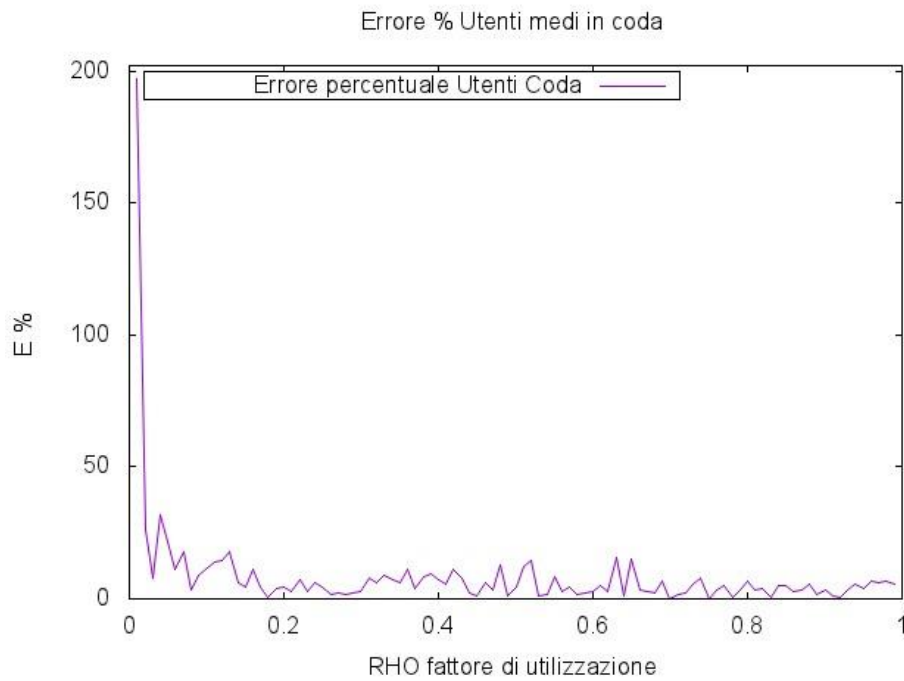


Figura 5.44 Errore percentuale  $E[q]$  con 10000 utenti

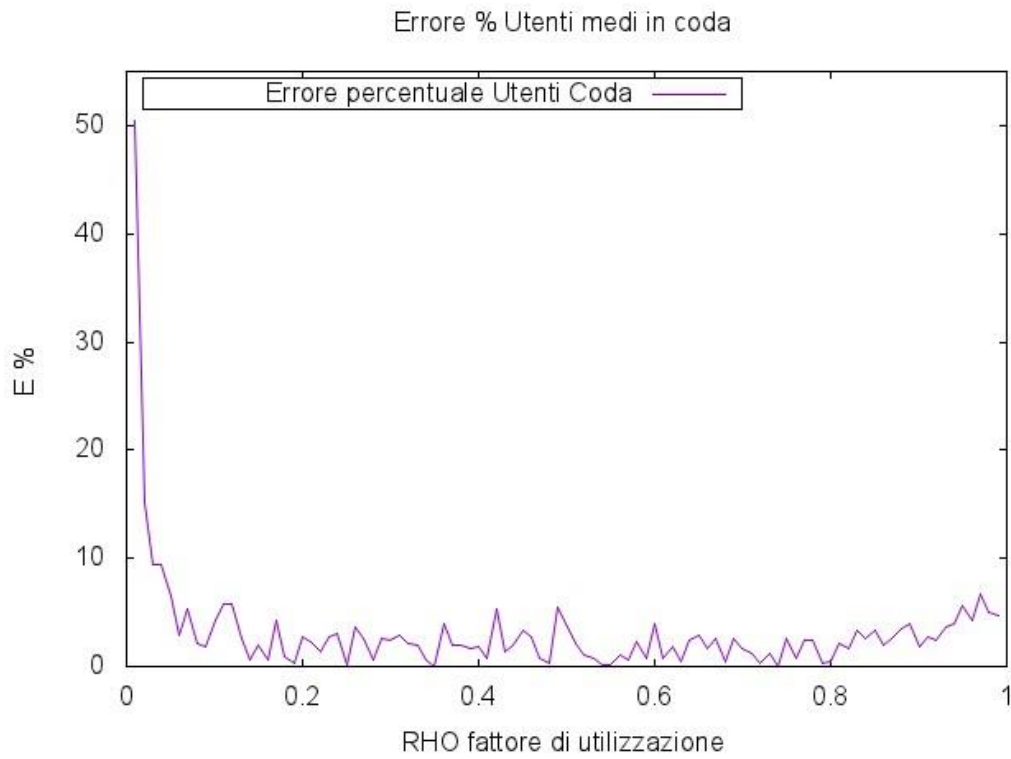


Figura 5.45 Errore percentuale  $E[q]$  con 100000 utenti

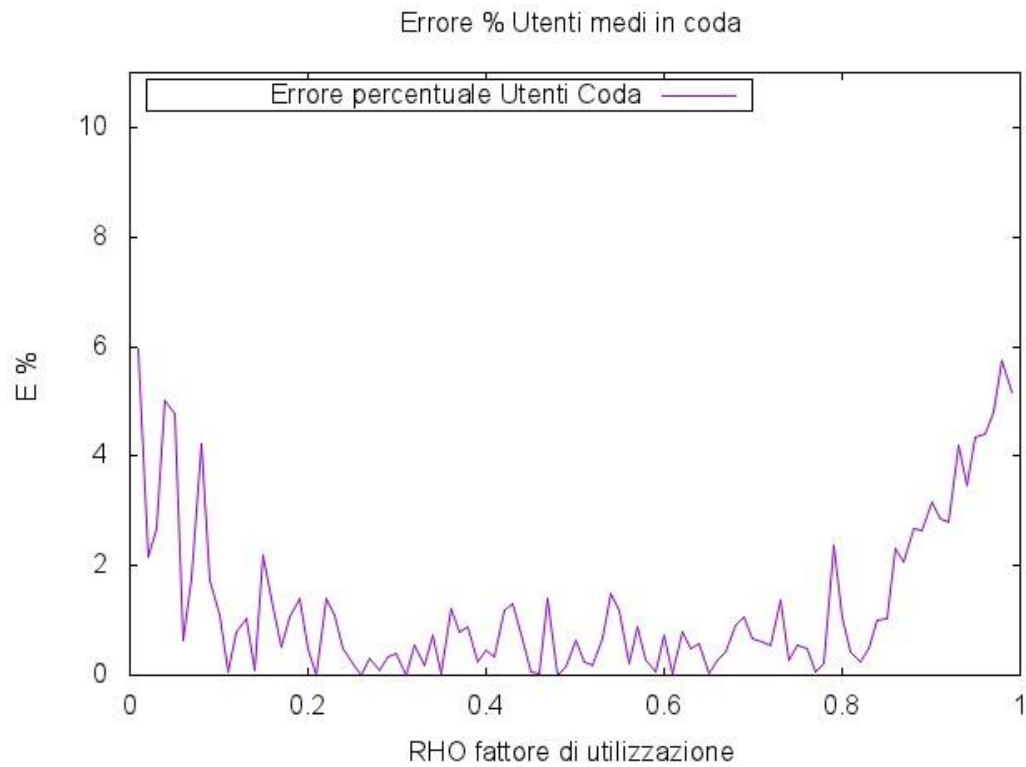


Figura 5.46 Errore percentuale  $E[q]$  con 1000000 utenti



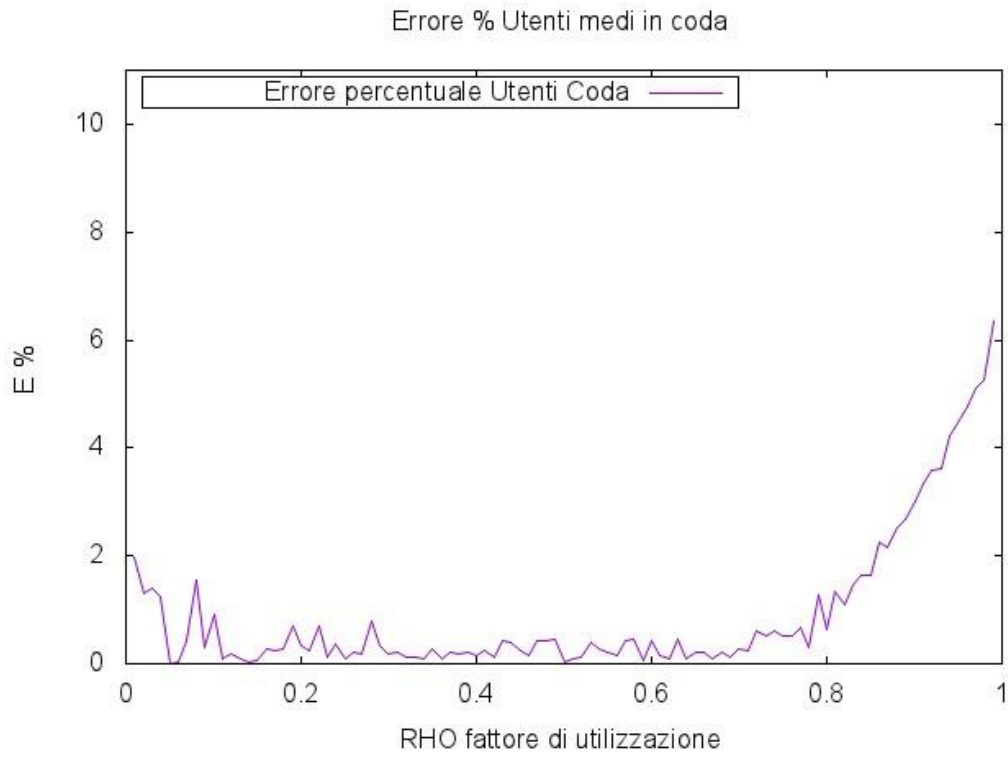


Figura 5.47 Errore percentuale  $E[q]$  con 5000000 utenti

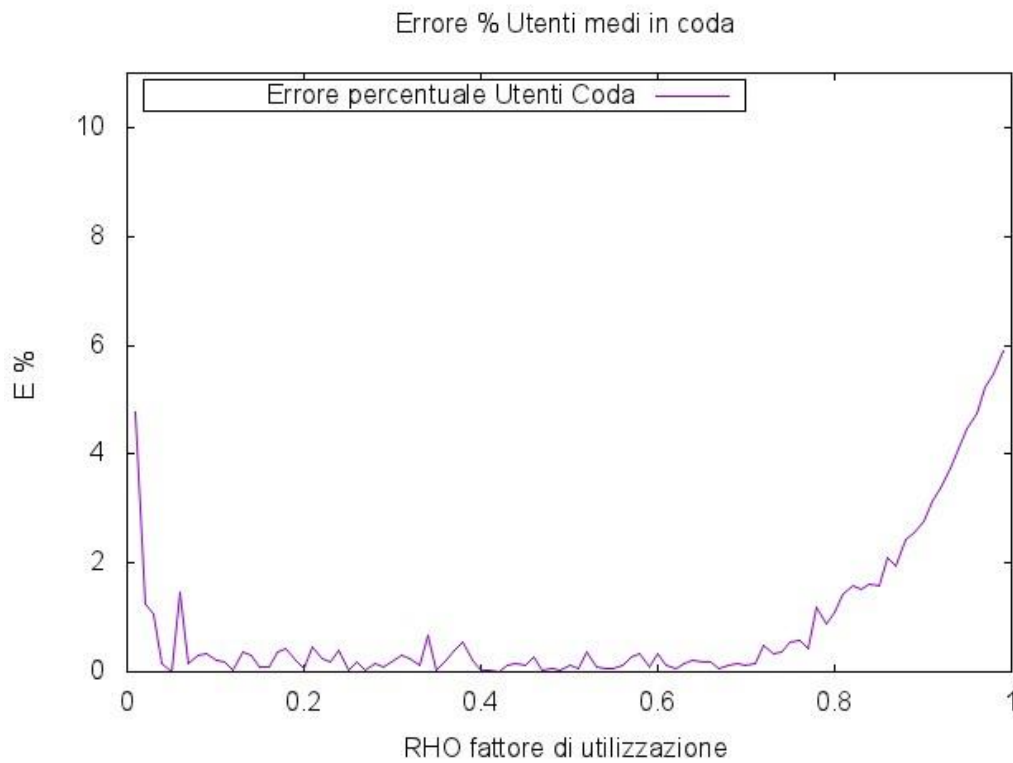


Figura 5.48 Errore percentuale  $E[q]$  con 10000000 utenti

## 6 CONCLUSIONI

---

I risultati simulati confermano quelli teorici con un discreto grado di precisione. Miglioramenti sarebbero ottenibili aumentando il numero di utenti generati per collezionare dati statistici, con conseguente aumento del tempo reale di simulazione. Per questo motivo è possibile impostare il passo di incremento di  $\rho$ , in modo da poter diminuire il tempo richiesto dalla simulazione al crescere del numero di utenti. Esiste tuttavia un limite inferiore oltre il quale gli errori relativi non potranno mai scendere, limite imposto dalle ipotesi esemplificative introdotte nel modello teorico.

## APPENDICE A – VARIABILE ALEATORIA DISTRIBUITA SECONDO POISSON

---

La variabile aleatoria  $X$  con funzione di densità di probabilità  $f_x(x)$  è stata calcolata adottando la tecnica di trasformazione inversa.

1. Si calcola la funzione di distribuzione di probabilità di  $f_x(x)$ . Tale funzione (qualora sia possibile calcolarla in forma chiusa) è continua, monotona crescente ed è sempre compresa tra 0 e 1 (per definizione  $F_x(x) = P[X \leq x]$ ).
2. Si pone  $u = F_x(x)$ , con  $u$  numero casuale distribuito uniformemente nell'intervallo  $[0, 1]$ , ossia  $u \sim U(0, 1)$ .
3. Si risolve  $X = F_x^{-1}(u)$ , ottenendo la variabile aleatoria  $X$  distribuita secondo la desiderata  $f_x(x)$ , ossia  $X \sim f_x(x)$ .

Nel nostro caso volendo una variabile casuale distribuita secondo Poisson, abbiamo considerato la funzione di distribuzione di probabilità:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

quindi ponendo:

$$u = 1 - e^{-\lambda t}$$

che invertita:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - u)$$

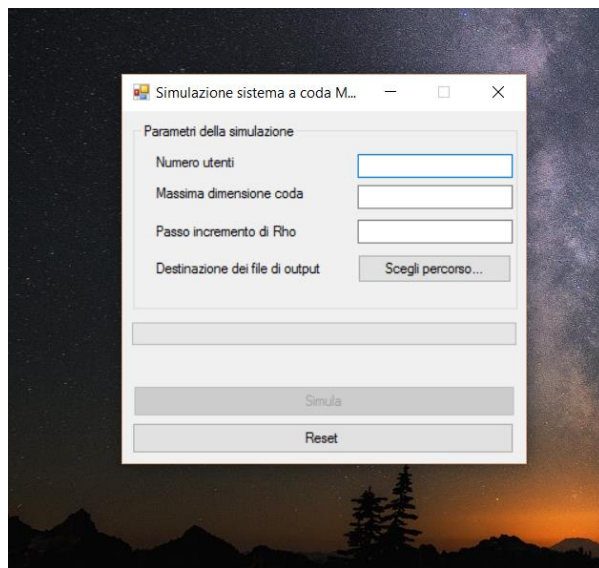
Il codice C# che consente di generare  $t$  è allora:

```
// genera un tempo di interarrivo distribuito secondo Poisson
public static double poisson()
{
    return (-Math.Log(1 - r.NextDouble())) / lambda;
}
```

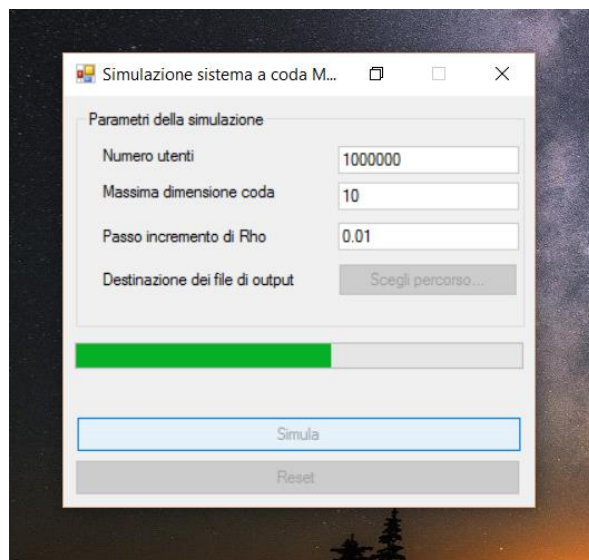
dove  $r$  è un oggetto Random, che tramite il metodo NextDouble() ritorna un numero casuale in virgola mobile, con 15 cifre decimali.

## APPENDICE B – BREVE GUIDA ALL'USO DEL SIMULATORE

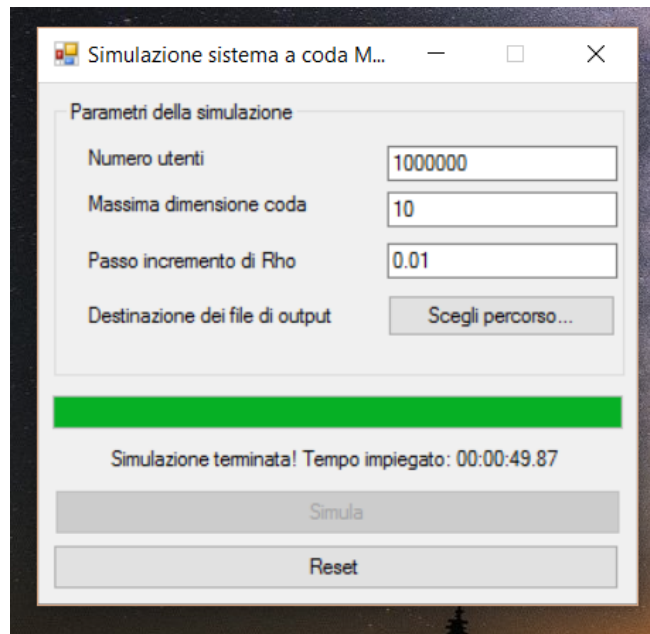
Una volta lanciato il programma, si aprirà la finestra riportata in figura:



Il pulsante simula non risulterà abilitato finché l'utente non avrà compilato tutti i campi necessari alla simulazione. La textBox contraddistinta dalla label "Numero utenti" indica il campo in cui è necessario inserire il numero di utenti con cui la simulazione verrà effettuata. La textBox contraddistinta dalla label "Massima dimensione coda" indica il campo in cui è necessario inserire la massima dimensione della coda del sistema. Combinando questi due parametri è possibile simulare un sistema M/M/1 o M/M/1/Y. La textBox contraddistinta dalla label "Passo di incremento di Rho" indica il passo di incremento di  $\rho$  con cui la simulazione deve essere effettuata. Questo parametro consente di diminuire il tempo richiesto dalla simulazione al crescere del numero di utenti. Infine, il pulsante "Scegli percorso", apre una finestra di dialogo che consente all'utente di selezionare il percorso in cui il programma creerà i file di output. Una volta impostati questi parametri, il pulsante "Simula" verrà abilitato, e la simulazione può essere avviata. Una progressBar indica l'avanzamento temporale della simulazione, come mostrato in figura:



Al termine della simulazione, comparirà la schermata:



I risultati (compresi i grafici riportati in questa relazione) saranno nel percorso specificato. Premendo il pulsante "Reset" sarà possibile resettare il programma per effettuare una nuova simulazione.

## APPENDICE C - CODICE SORGENTE DEL SIMULATORE

---

Riportiamo ora il codice sorgente del simulatore.

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Diagnostics;
using System.Drawing;
using System.IO;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace SimulatoreTLC
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        static string percorso = "";
        static TimeSpan durataSimulazione = new TimeSpan(0, 0, 0);

        //variabili della simulazione
        static double NUTENTI = 1000000; // numero di utenti del sistema
        static double Y = 1000000; // massima dimensione della coda
        static double lambda; // tasso di nascita degli utenti
        static double MU = 1; // tasso di morte degli utenti
        static double INCR_LAMBDA = 0.01; // incremento sul tasso di nascita degli utenti
        static int x; // contatore del numero di utenti attualmente in servizio
        static int q; // contatore del numero di utenti attualmente in coda
        static int k; // contatore del numero di utenti attualmente nel sistema
        static double accumula_tx; // accumula il tempo trascorso in servizio
        static double accumula_tq; // accumula il tempo trascorso in coda
        static double accumula_tk; // accumula il tempo trascorso nel sistema
        static double accumula_x; // accumula il numero di utenti attualmente in servizio
        static double accumula_q; // accumula il numero di utenti attualmente in coda
        static double accumula_k; // accumula il numero di utenti attualmente nel sistema
        static double nUtEntratiServ; // contatore del numero di utenti entrati in
servizio
        static double nUtEntratiCoda; // accumula il numero di utenti entrati in coda
        static double nUtEntratiSist; // accumula il numero di utenti entrati nel sistema
        static double nUtUscitiServ; // contatore del numero di utenti usciti dal
servizio
        static double nUtUscitiCoda; // accumula il numero di utenti usciti in coda
        static double nUtUscitiSist; // accumula il numero di utenti usciti nel sistema
        static double nUtentiGenerati; // contatore del numero di utenti generati
        static double nUtentiPersi; // contatore del numero di utenti persi per coda
piena
        static double occorrenzeCodaPiena; // numero di volte in cui la coda è piena
        static double tInterarrivo; // tempo trascorso fra due arrivi consecutivi di
utenti
        static double tSimulazione; // accumula il tempo di simulazione
        static double tServitoreLibero; // accumula il tempo in cui il servitore è libero
        static double tServitoreOccupato; // accumula il tempo in cui il servitore è
occupato
        static Random r;
```

```

static List<Utente> coda;
static Utente utente;

// genera un tempo di interarrivo distribuito secondo Poisson
public static double poisson()
{
    return (-Math.Log(1 - r.NextDouble()) / lambda);
}

// genera un tempo di interservizio distribuito secondo Poisson
public static double txUtente()
{
    return (-Math.Log(1 - r.NextDouble()) / MU);
}

public static void inizializzaSimulazione()
{
    r = new Random(DateTime.Now.Millisecond);
    x = 0; // contatore del numero di utenti attualmente in servizio
    q = 0; // contatore del numero di utenti attualmente in coda
    k = 0; // contatore del numero di utenti attualmente nel sistema
    accumula_tx = 0; // accumula il tempo trascorso in servizio
    accumula_tq = 0; // accumula il tempo trascorso in coda
    accumula_tk = 0; // accumula il tempo trascorso nel sistema
    accumula_x = 0; // accumula il numero di utenti attualmente in servizio
    accumula_q = 0; // accumula il numero di utenti attualmente in coda

    accumula_k = 0; // accumula il numero di utenti attualmente nel sistema
    nUtEntratiServ = 0; // contatore del numero di utenti entrati in servizio
    nUtEntratiCoda = 0; // accumula il numero di utenti entrati in coda
    nUtEntratiSist = 0; // accumula il numero di utenti entrati nel sistema
    nUtUscitiServ = 0; // contatore del numero di utenti usciti dal servizio
    nUtUscitiCoda = 0; // accumula il numero di utenti usciti in coda
    nUtUscitiSist = 0; // accumula il numero di utenti usciti nel sistema
    nUtentiGenerati = 0; // contatore del numero di utenti generati
    nUtentiPersi = 0; // contatore del numero di utenti persi per coda piena
    occorrenzeCodaPiena = 0; // numero di volte in cui la coda è piena
    tInterarrivo = 0; // tempo trascorso fra due arrivi consecutivi di utenti
    tSimulazione = 0; // accumula il tempo di simulazione
    tServitoreLibero = 0; // accumula il tempo in cui il servitore è libero
    tServitoreOccupato = 0; // accumula il tempo in cui il servitore è occupato
    coda = new List<Utente>();
    utente = new Utente();
}

// gestisce l'accodamento di un utente in coda alla lista
public static void inserisciInCoda(Utente utente)
{
    coda.Add(utente);
}

// ritorna l'elemento di testa della lista, cancellandolo. // il chiamante si è
già assicurato che la coda NON sia vuota
public static Utente prelevaInTesta()
{
    Utente u = coda[0];

```

```

        coda.RemoveAt(0);
        return u;
    }

    // aggiunge agli utenti in coda il tempo time
    public static void aggiorna_tq_tkCoda(double time)
    {
        foreach (var u in coda)
        {
            u.TempoInCoda += time;
        }
    }

    // gestisce l'entrata in servizio dell'utente
    public static bool serviUtente(ref Utente utente, ref int x, ref double
nUtEntratiServ)
    {
        // incremento il contatore degli utenti entrati in servizio
        nUtEntratiServ++;
        x++; // l'utente entra in servizio
        utente.TempoServizio = txUtente();
        // starà in servizio per un certo tempo txUtente
        utente.TempoServizioRimanente = utente.TempoServizio; // setto il tempo di
servizio rimanente
        return true; // l'utente arrivato è stato gestito
    }

    // gestisce l'entrata in servizio di un utente quando il sistema è vuoto
    public static bool gestisciArrivoUtenteConSistemaVuoto(ref Utente utente, ref int
x, ref int k, ref double nUtEntratiServ, ref double nUtEntratiSist)
    {
        // incremento il contatore degli utenti entrati nel sistema
        nUtEntratiSist++;
        // accumulo il numero di utenti attualmente nel sistema
        accumula_k = accumula_k + k;
        // accumulo il numero di utenti attualmente in coda
        accumula_q = accumula_q + q;
        k++;
        // arriva l'utente che entra nel sistema
        utente.TempoServizio = 0; // non è ancora stato messo in servizio
        utente.TempoInCoda = 0; // non ha atteso in coda perchè il sistema è vuoto
        utente.TempoNelSistema = 0; // è appena entrato nel sistema
        utente.TempoServizioRimanente = 0; // non è ancora stato messo in servizio
        // gestisce l'entrata in servizio dell'utente
        return (serviUtente(ref utente, ref x, ref nUtEntratiServ));
    }

    // gestisce l'eventuale (MM1Y) accodamento dell'utente
    public static bool gestisciAccodamentoUtenteMM1Y(ref int q, ref int k, ref double
nUtEntratiCoda, ref double nUtEntratiSist, ref double nUtentiPersi)
    {
        Utente utDaAccodare = new Utente();
        // se la coda NON è piena
        if (q < Y)
        {
            // incremento il contatore del numero totale di utenti entrati nel
sistema
            nUtEntratiSist++;

```



```

        // incremento il contatore del numero totale di utenti entrati in coda
        nUtEntratiCoda++;
        // accumulo il numero di utenti attualmente nel sistema
        accumula_k = accumula_k + k;
        // accumulo il numero di utenti attualmente in coda
        accumula_q = accumula_q + q;
        k++; // arriva l'utente che entra nel sistema
        q++; // incremento il numero di utenti in coda
        utDaAccodare.TempoServizio = 0; // non è ancora stato messo in servizio
        utDaAccodare.TempoInCoda = 0; // entrerà ora in coda
        utDaAccodare.TempoNelSistema = 0; // è appena entrato nel sistema
        utDaAccodare.TempoServizioRimanente = 0; // non è ancora stato messo in
servizio
        inserisciInCoda(utDaAccodare); // gestisce l'accodamento
                                     // se la coda è piena aggiorno il
contatore di coda piena
        if (q == Y)
            occorrenzeCodaPiena++;
    } // se la coda è piena
    else
        nUtentiPersi++; // arriva l'utente che trovando la coda piena sarà perso
    return true; // l'utente arrivato è stato gestito
}

// gestisce l'uscita dell'utente attualmente in servizio
public static void gestisciUscitaUtente(Utente utente, ref int x, ref int k, ref
double nUtUscitiServ, ref double nUtUscitiSist)
{
    // incremento il contatore del numero totale di utenti usciti dal servizio
    nUtUscitiServ++;
    // incremento il contatore del numero totale di utenti usciti dal sistema
    nUtUscitiSist++;
    // accumulo i tempi di servizio
    accumula_tx = accumula_tx + utente.TempoServizio;
    // accumulo i tempi di permanenza nel sistema
    accumula_tk = accumula_tk + utente.TempoNelSistema;
    x--; // l'utente esce dal servizio
    k--; // ed esce dal sistema
}

// gestisce l'entrata in servizio del primo utente in coda (FIFO)
public static void gestisciServiUtenteInCoda(ref Utente utente, ref int x, ref
int q, ref double nUtEntratiServ, ref double nUtUscitiCoda)
{
    // incremento il contatore del numero totale di utenti usciti dalla coda
    nUtUscitiCoda++;
    // accumulo i tempi di attesa in coda
    accumula_tq = accumula_tq + utente.TempoInCoda;
    q--; // l'utente esce dalla coda
    utente = prelevaInTesta(); // prelevo il primo utente dalla coda
    // gestisco l'entrata in servizio dell'utente
    serviUtente(ref utente, ref x, ref nUtEntratiServ);
}

public static void simulazione()
{
    bool arrivato; // 1 se è arrivato un utente, 0 se NON è arrivato alcun utente
    // arriva il primo utente che trova il sistema vuoto

```

```

        arrivato = gestisciArrivoUtenteConSistemaVuoto(ref utente, ref x, ref k, ref
nUtEntratiServ, ref nUtEntratiSist);
        nUtentiGenerati = 0;
        while (nUtentiGenerati < NUTENTI)
        {
            // se l'utente è già arrivato
            if (arrivato)
            {
                nUtentiGenerati++; // genero un arrivo
                // il prossimo utente arriverà fra un tempo
tInterarrivo

                tInterarrivo = poisson();
                arrivato = false; // poichè NON è ancora arrivato
            }
            // se il sistema è vuoto
            if (k == 0)
            {
                // la simulazione avanza temporalmente fino all'istante di arrivo
                tSimulazione = tSimulazione + tInterarrivo;
                // accumulo il tempo di servitore libero
                tServitoreLibero = tServitoreLibero + tInterarrivo;
                // arriva l'utente che trova il sistema vuoto
                arrivato = gestisciArrivoUtenteConSistemaVuoto(ref utente, ref x, ref
k, ref nUtEntratiServ, ref nUtEntratiSist);
            } // se il sistema NON è vuoto
            else
            {
                // se l'utente arriverà prima che termini il servizio di quello
attualmente in servizio
                if (tInterarrivo < utente.TempoServizioRimanente)
                {
                    // la simulazione avanza temporalmente fino all'istante di arrivo
                    tSimulazione = tSimulazione + tInterarrivo;
                    // trascorre il tempo tInterarrivo per l'utente in servizio
                    utente.TempoNelSistema = utente.TempoNelSistema + tInterarrivo;
                    // aggiorno il tempo di servizio rimanente
                    utente.TempoServizioRimanente = utente.TempoServizioRimanente -
tInterarrivo;

                    // trascorre il tempo tInterarrivo per gli EVENTUALI utenti in
coda

                    aggiorna_tq_tkCoda(tInterarrivo);
                    // gestisco l'eventuale (MM1Y) accodamento dell'utente
                    arrivato = gestisciAccodamentoUtenteMM1Y(ref q, ref k, ref
nUtEntratiCoda, ref nUtEntratiSist, ref nUtentiPersi);
                } // se l'utente arriverà dopo che termini il servizio di quello
attualmente in servizio
                else
                {
                    // la simulazione avanza temporalmente fino all'istante di uscita
                    tSimulazione = tSimulazione + utente.TempoServizioRimanente;
                    // trascorre il tempo txRimanente per l'utente in servizio
                    utente.TempoNelSistema = utente.TempoNelSistema +
utente.TempoServizioRimanente;

                    // trascorre il tempo txRimanente per gli EVENTUALI utenti in
coda

                    aggiorna_tq_tkCoda(utente.TempoServizioRimanente);
                    // trascorre il tempo txRimanente per l'utente in arrivo
                    tInterarrivo = tInterarrivo - utente.TempoServizioRimanente;

```

```

        // gestisce l'uscita dell'utente attualmente in servizio
        gestisciUscitaUtente(utente, ref x, ref k, ref nUtUscitiServ, ref
nUtUscitiSist);

        // se c'è coda
        if (q > 0)
        {
            // gestisce l'entrata in servizio del primo utente in coda
(FIFO)
            gestisciServiUtenteInCoda(ref utente, ref x, ref q, ref
nUtEntratiServ, ref nUtUscitiCoda);
        }
        } // se l'utente arriverà dopo che termini il servizio di quello
attualmente in servizio
        } // se il sistema NON è vuoto
        } // while (nUtentiGenerati < NUTENTI)
    }

    public static void stampaRisultatiSimulati(string percorso, List<double> r,
List<double> tq, List<double> tk, List<double> k, List<double> q, List<double> x)
    {

        StreamWriter ftempoCoda = new StreamWriter(percorso +
"\\simulati\\tempoCoda.txt", false);
        StreamWriter ftempoSistema = new StreamWriter(percorso +
"\\simulati\\tempoSistema.txt", false);
        StreamWriter fUtentiCoda = new StreamWriter(percorso +
"\\simulati\\utentiCoda.txt", false);
        StreamWriter fUtentiSistema = new StreamWriter(percorso +
"\\simulati\\utentiSistema.txt", false);

        for (int i = 0; i < tq.Count; i++)
        {

            ftempoCoda.Write(r[i].ToString().Replace(',', '.'));
            ftempoCoda.Write(' ');
            ftempoCoda.Write(tq[i].ToString().Replace(',', '.'));
            ftempoCoda.WriteLine();

            ftempoSistema.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
tk[i].ToString().Replace(',', '.'));

            fUtentiSistema.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
k[i].ToString().Replace(',', '.'));

            fUtentiCoda.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
q[i].ToString().Replace(',', '.'));

        }

        ftempoCoda.Close();
        ftempoSistema.Close();
        fUtentiCoda.Close();
        fUtentiSistema.Close();
    }
}

```

```

        public static void teoricoMM1(out double teoricoUtentiSistema, out double
teoricoUtentiCoda, out double teoricoTempoCoda, out double teoricoTempoSistema, out
double teoricoTempoServizio)
        {
            double rho = lambda / (double)MU;
            teoricoUtentiSistema = rho / (1 - rho);
            teoricoUtentiCoda = Math.Pow(rho, 2) / (1 - rho);
            teoricoTempoSistema = teoricoUtentiSistema * (1 / lambda);
            teoricoTempoServizio = 1 / MU;
            teoricoTempoCoda = teoricoTempoSistema - teoricoTempoServizio;
        }

        public static void teoricoMM1Y(out double teoricoUtentiSistema, out double
teoricoUtentiCoda, out double teoricoTempoCoda, out double teoricoTempoSistema, out
double teoricoTempoServizio)
        {
            double a = lambda / (double)MU;
            double py = ((1 - a) / (1 - Math.Pow(a, Y + 1))) * Math.Pow(a, Y);
            double lambdaMedio = lambda * (1 - py);
            teoricoUtentiSistema = (a / (1 - a)) - (((Y + 1) * Math.Pow(a, Y + 1)) / (1 -
Math.Pow(a, Y + 1)));
            teoricoUtentiCoda = (Math.Pow(a, 2) / (1 - a)) - (((Y + 1) * Math.Pow(a, Y +
1)) / (1 - Math.Pow(a, Y + 1)));
            teoricoTempoSistema = teoricoUtentiSistema / lambdaMedio;
            teoricoTempoServizio = 1 / MU;
            teoricoTempoCoda = teoricoUtentiCoda / lambdaMedio;
        }

        public static void stampaTeorici(string percorso, List<double> r, List<double>
tq, List<double> tk, List<double> k, List<double> q, List<double> x)
        {
            StreamWriter fTtempoCoda = new StreamWriter(percorso +
"\\teorici\\tempoCoda.txt", false);
            StreamWriter fTtempoSistema = new StreamWriter(percorso +
"\\teorici\\tempoSistema.txt", false);
            StreamWriter fTUtentiCoda = new StreamWriter(percorso +
"\\teorici\\utentiCoda.txt", false);
            StreamWriter fTUtentiSistema = new StreamWriter(percorso +
"\\teorici\\utentiSistema.txt", false);

            for (int i = 0; i < tq.Count; i++)
            {
                fTtempoCoda.Write(r[i].ToString().Replace(',', '.'));
                fTtempoCoda.Write(' ');
                fTtempoCoda.Write(tq[i].ToString().Replace(',', '.'));
                fTtempoCoda.WriteLine();

                fTtempoSistema.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
tk[i].ToString().Replace(',', '.'));

                fTUtentiSistema.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
k[i].ToString().Replace(',', '.'));
            }
        }
    }
}

```

```

        fTUtentiCoda.WriteLine("{0} {1}", r[i].ToString().Replace(',', '.'),
q[i].ToString().Replace(',', '.'));

    }

    fTtempoCoda.Close();
    fTtempoSistema.Close();
    fTUtentiCoda.Close();
    fTUtentiSistema.Close();

}

public static void CalcolaErrore(List<double> stk, List<double> stq, List<double>
sk, List<double> sq, List<double> ttk, List<double> ttq, List<double> tk, List<double>
tq, out List<double> erroreTk, out List<double> erroreTq, out List<double> erroreK, out
List<double> erroreQ)
{
    erroreK = new List<double>();
    erroreQ = new List<double>();
    erroreTk = new List<double>();
    erroreTq = new List<double>();

    for (int i = 0; i < sk.Count; i++)
    {
        erroreK.Add((Math.Abs(sk[i] - tk[i]) / tk[i]) * 100);
    }

    for (int i = 0; i < stk.Count; i++)
    {
        erroreTk.Add((Math.Abs(stk[i] - ttk[i]) / ttk[i]) * 100);
    }

    for (int i = 0; i < stq.Count; i++)
    {
        erroreTq.Add((Math.Abs(stq[i] - ttq[i]) / tk[i]) * 100);
    }

    for (int i = 0; i < sq.Count; i++)
    {
        erroreQ.Add((Math.Abs(sq[i] - tq[i]) / tq[i]) * 100);
    }
}

public static string CreaCartelle(string percorso)
{
    string newPath;
    if(Directory.Exists(percorso + "\\risultati"))
    {
        int i = 0;
        do
        {
            i++;

```

```

        } while (Directory.Exists(percorso + "\\risultati(" + i.ToString() +
        ")"));

        percorso = percorso + "\\risultati(" + i.ToString() + ")";
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\errore");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\teorici");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\simulati");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\grafici");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\script");
    }
    else
    {
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\risultati\\errore");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\risultati\\teorici");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\risultati\\simulati");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\risultati\\grafici");
        Directory.CreateDirectory(percorso + "\\risultati\\script");
        percorso = percorso + "\\risultati";
    }
    newPath = percorso;
    return newPath;
}

public static double TrovaMax(List<double> lista)
{
    double max = 0;
    foreach(var i in lista)
    {
        if (max < i)
            max = i;
    }
    return max;
}

public static double TrovaMax(double a, double b)
{
    if (a < b)
        return b;
    else
        return a;
}

public static void CreaScript(List<double> erroreTq, List<double> erroreTk,
List<double> erroreK, List<double> erroreQ, List<double> teoricoTq, List<double>
teoricoTk, List<double> teoricoQ, List<double> teoricoK, List<double> simulatoTk,
List<double> simulatoTq, List<double> simulatoK, List<double> simulatoQ)
{
    //massimi errori
    double maxETq = TrovaMax(erroreTq);
    double maxETk = TrovaMax(erroreTk);
    double maxEQ = TrovaMax(erroreQ);
    double maxEK = TrovaMax(erroreK);

    //massimi teorici
    double maxTTq = TrovaMax(teoricoTq);

```

```

double maxTTk = TrovaMax(teoricoTk);
double maxTQ = TrovaMax(teoricoQ);
double maxTK = TrovaMax(teoricoK);

//massimi simulati
double maxSTq = TrovaMax(simulatoTq);
double maxSTk = TrovaMax(simulatoTk);
double maxSQ = TrovaMax(simulatoQ);
double maxSK = TrovaMax(simulatoK);

double maxTq = TrovaMax(maxSTq, maxTTq);
double maxTk = TrovaMax(maxSTk, maxTTk);
double maxQ = TrovaMax(maxSQ, maxTQ);
double maxK = TrovaMax(maxSK, maxTK);

StreamWriter script = new StreamWriter(percorso + "\\script\\script.txt",
false);

script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Tempo medio in coda""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\tempo_coda.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E[Tq]'");
script.WriteLine(@"set xrange[0:1]");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxTq + 1, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\teorici" + @"\\tempoCoda.txt"
title ""Teorico Tempo Coda"" with lines lt 1 lc 1, '" + percorso + "\\simulati" +
@"\\tempoCoda.txt" title ""Simulato Tempo Coda"" with lines lt 2 lc 2");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Tempo medio nel sistema""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\tempo_sistema.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E[Tk]'");
script.WriteLine(@"set xrange[0:1]");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxTk + 1, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\teorici" + @"\\tempoSistema.txt"
title ""Teorico Tempo Sistema"" with lines lt 1 lc 1, '" + percorso + "\\simulati" +
@"\\tempoSistema.txt" title ""Simulato Tempo Sistema"" with lines lt 2 lc 2");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Utenti medi in coda""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\utenti_coda.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E[q]'");

```

```

script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxQ + 1, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\teorici" + @"\\utentiCoda.txt'
title ""Teorico Utenti Coda"" with lines lt 1 lc 1, '" + percorso + "\\simulati" +
@"\\utentiCoda.txt' title ""Simulato Utenti Coda"" with lines lt 2 lc 2");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Utenti medi nel sistema""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\utenti_sistema.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E[k]');
script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxK + 1, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\teorici" + @"\\utentiSistema.txt'
title ""Teorico Utenti Sistema"" with lines lt 1 lc 1, '" + percorso + "\\simulati" +
@"\\utentiSistema.txt' title ""Simulato Utenti Sistema"" with lines lt 2 lc 2");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Errore % Utenti medi nel sistema""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\errore_utenti_sistema.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E %'");
script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxEK + 5, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\errore" + @"\\utentiSistema.txt'
title ""Errore percentuale Utenti Sistema"" with lines lt 1 lc 1");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Errore % Utenti medi in coda""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\errore_utenti_coda.jpeg'");
script.WriteLine(@"set key left box");
script.WriteLine(@"set multiplot");
script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
script.WriteLine(@"set ylabel 'E %'");
script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxEQ + 5, 0).ToString() +
"]");
script.WriteLine(@"set style data lines");
script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\errore" + @"\\utentiCoda.txt'
title ""Errore percentuale Utenti Coda"" with lines lt 1 lc 1");
script.WriteLine(@"unset multiplot");
script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
script.WriteLine(@"set title ""Errore % Tempo medio nel sistema""");
script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
"\\errore_tempo_sistema.jpeg'");

```



```

        script.WriteLine(@"set key left box");
        script.WriteLine(@"set multiplot");
        script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
        script.WriteLine(@"set ylabel 'E %'");
        script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
        script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxETk + 5, 0).ToString() +
    "]"");
        script.WriteLine(@"set style data lines");
        script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\errore" + @"\\tempoSistema.txt'
title ""Errore percentuale Tempo Sistema"" with lines lt 1 lc 1");
        script.WriteLine(@"unset multiplot");
        script.WriteLine(@"set terminal jpeg");
        script.WriteLine(@"set title ""Errore % Tempo medio in coda""");
        script.WriteLine(@"set output '" + percorso + "\\grafici" +
    "\\errore_tempo_coda.jpeg'");
        script.WriteLine(@"set key left box");
        script.WriteLine(@"set multiplot");
        script.WriteLine(@"set xlabel 'RHO fattore di utilizzazione'");
        script.WriteLine(@"set ylabel 'E %'");
        script.WriteLine(@"set xrange[0:1] ");
        script.WriteLine(@"set yrange[0:" + Math.Round(maxETq + 5, 0).ToString() +
    "]"");
        script.WriteLine(@"set style data lines");
        script.WriteLine(@"plot '" + percorso + "\\errore" + @"\\tempoCoda.txt' title
""Errore percentuale Tempo Coda"" with lines lt 1 lc 1");
        script.WriteLine(@"unset multiplot");

        script.Close();
    }

    public static void StampaErrore(string percorso, List<double> erroreK,
    List<double> erroreQ, List<double> erroreTq, List<double> erroreTk, List<double> rho)
    {
        StreamWriter fErroretempoCoda = new StreamWriter(percorso +
    "\\errore\\tempoCoda.txt", false);
        StreamWriter fErroretempoSistema = new StreamWriter(percorso +
    "\\errore\\tempoSistema.txt", false);
        StreamWriter fErroreUtentiCoda = new StreamWriter(percorso +
    "\\errore\\utentiCoda.txt", false);
        StreamWriter fErroreUtentiSistema = new StreamWriter(percorso +
    "\\errore\\utentiSistema.txt", false);

        for (int i = 0; i < rho.Count; i++)
        {
            fErroretempoCoda.WriteLine("{0} {1}", rho[i].ToString().Replace(',',
            '.'), erroreTq[i].ToString().Replace(',', '.'));
            fErroretempoSistema.WriteLine("{0} {1}", rho[i].ToString().Replace(',',
            '.'), erroreTk[i].ToString().Replace(',', '.'));
            fErroreUtentiCoda.WriteLine("{0} {1}", rho[i].ToString().Replace(',',
            '.'), erroreQ[i].ToString().Replace(',', '.'));
            fErroreUtentiSistema.WriteLine("{0} {1}", rho[i].ToString().Replace(',',
            '.'), erroreK[i].ToString().Replace(',', '.'));
        }

        fErroretempoCoda.Close();
        fErroretempoSistema.Close();
        fErroreUtentiCoda.Close();
    }

```

```

        fErroreUtentiSistema.Close();
    }

    public Form1()
    {
        InitializeComponent();
    }

    private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
    {
        buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void textBoxUtenti_Leave(object sender, EventArgs e)
    {
        if(textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
        textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void textBoxCoda_Leave(object sender, EventArgs e)
    {
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
        textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void buttonOutput_Click(object sender, EventArgs e)
    {
        folderBrowserDialogFileOutput.ShowDialog();
        percorso = folderBrowserDialogFileOutput.SelectedPath;
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
        textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void CreaGrafici()
    {
        string Pgm = @"C:\Program Files (x86)\gnuplot\bin\gnuplot.exe";
        Process extPro = new Process();
        extPro.StartInfo.FileName = Pgm;
        extPro.StartInfo.UseShellExecute = false;
        extPro.StartInfo.RedirectStandardInput = true;
        extPro.Start();

        StreamWriter gnupStWr = extPro.StandardInput;
        string path = percorso + "\\script\\script.txt";
        gnupStWr.WriteLine("load " + path + "");
        gnupStWr.Flush();
        gnupStWr.WriteLine("quit");
        gnupStWr.Flush();
    }

```

```

        extPro.Close();
    }

    private void buttonSimula_Click(object sender, EventArgs e)
    {
        //disabilito il form
        textBoxRho.Enabled = false;
        textBoxCoda.Enabled = false;
        textBoxUtenti.Enabled = false;
        buttonOutput.Enabled = false;
        buttonReset.Enabled = false;
        buttonSimula.Enabled = false;

        //imposto i parametri
        NUTENTI = Convert.ToInt32(textBoxUtenti.Text);
        Y = Convert.ToInt32(textBoxCoda.Text);
        percorso = folderBrowserDialogFileOutput.SelectedPath;
        INCR_LAMBDA = Convert.ToDouble(textBoxRho.Text.Replace('.', ','));
        percorso = CreaCartelle(percorso);
        //inizio simulazione
        List<double> tempoSistemaMedio = new List<double>();
        List<double> tempoCodaMedio = new List<double>();
        List<double> utentiSistemaMedio = new List<double>();
        List<double> utentiCodaMedio = new List<double>();
        List<double> tempoServizioMedio = new List<double>();
        List<double> r = new List<double>();

        List<double> TtempoSistemaMedio = new List<double>();
        List<double> TtempoCodaMedio = new List<double>();
        List<double> TutentiSistemaMedio = new List<double>();
        List<double> TutentiCodaMedio = new List<double>();
        List<double> TtempoServizioMedio = new List<double>();
        DateTime inizio = DateTime.Now;
        double tqTeorico, tkTeorico, kTeorico, qTeorico, txTeorico;
        for (lambda = 0.01; lambda <= 1; lambda += INCR_LAMBDA)
        {
            inizializzaSimulazione();
            simulazione();
            if (NUTENTI <= Y)
                teoricoMM1(out kTeorico, out qTeorico, out tqTeorico, out tkTeorico,
out txTeorico);
            else
                teoricoMM1Y(out kTeorico, out qTeorico, out tqTeorico, out tkTeorico,
out txTeorico);
            r.Add(Math.Round(lambda / (double)MU, 2));

            TtempoCodaMedio.Add(Math.Round(tqTeorico, 15));
            TtempoSistemaMedio.Add(Math.Round(tkTeorico, 15));
            TutentiCodaMedio.Add(Math.Round(qTeorico, 15));
            TutentiSistemaMedio.Add(Math.Round(kTeorico, 15));
            TtempoServizioMedio.Add(Math.Round(txTeorico, 15));

            //if (i == 80)
            //    Console.ReadLine();
        }
    }

```

```

        tempoCodaMedio.Add(Math.Round(MU * accumula_tq / (double)nUtentiGenerati,
15));
        tempoSistemaMedio.Add(Math.Round(MU * (accumula_tx + accumula_tq) /
(double)nUtentiGenerati, 15));
        utentiCodaMedio.Add(Math.Round(accumula_q / (double)nUtentiGenerati,
15));
        utentiSistemaMedio.Add(Math.Round(accumula_k / (double)nUtentiGenerati,
15));
        tempoServizioMedio.Add(Math.Round(accumula_tx / (double)nUtentiGenerati,
15));
        if(lambda == 0)
            progressBarAvanzamentoSIMulazione.Value = Convert.ToInt32(1);
        else
            progressBarAvanzamentoSIMulazione.Value = Convert.ToInt32(lambda *
100);
    }
    List<double> erroreK, erroreQ, erroreTk, erroreTq;
    erroreK = new List<double>();
    erroreQ = new List<double>();
    erroreTk = new List<double>();
    erroreTq = new List<double>();
    CalcolaErrore(tempoSistemaMedio, tempoCodaMedio, utentiSistemaMedio,
    utentiCodaMedio, TtempoSistemaMedio, TtempoCodaMedio, TutentiSistemaMedio,
    TutentiCodaMedio, out erroreTk, out erroreTq, out erroreK, out erroreQ);
    StampaErrore(percorso, erroreK, erroreQ, erroreTq, erroreTk, r);
    stampaRisultatiSimulati(percorso, r, tempoCodaMedio, tempoSistemaMedio,
    utentiSistemaMedio, utentiCodaMedio, tempoServizioMedio);
    stampaTeorici(percorso, r, TtempoCodaMedio, TtempoSistemaMedio,
    TutentiSistemaMedio, TutentiCodaMedio, TtempoSistemaMedio);
    CreaScript(erroreTq, erroreTk, erroreK, erroreQ, TtempoCodaMedio,
    TtempoSistemaMedio, TutentiCodaMedio, TutentiSistemaMedio, tempoSistemaMedio,
    tempoCodaMedio, utentiSistemaMedio, utentiCodaMedio);
    CreaGrafici();
    DateTime fine = DateTime.Now;
    TimeSpan durataSimulazione = fine.Subtract(inizio);
    labelTempoSimulazione.Text = "Simulazione terminata! Tempo impiegato: " +
    durataSimulazione.ToString().Substring(0, 11);

    //riabilito il form
    textBoxRho.Enabled = true;
    textBoxCoda.Enabled = true;
    textBoxUtenti.Enabled = true;
    buttonOutput.Enabled = true;
    buttonReset.Enabled = true;
    buttonSimula.Enabled = false;
    folderBrowserDialogFileOutput.SelectedPath = "";
}

private void buttonReset_Click(object sender, EventArgs e)
{
    buttonSimula.Enabled = false;
    percorso = "";
    textBoxCoda.Text = "";
    textBoxUtenti.Text = "";
    progressBarAvanzamentoSIMulazione.Value = 0;
    labelTempoSimulazione.Text = "";
    textBoxRho.Text = "";
}

```

```

    }

    private void textBoxRho_Leave(object sender, EventArgs e)
    {
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void textBoxUtenti_TextChanged(object sender, EventArgs e)
    {
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void textBoxCoda_TextChanged(object sender, EventArgs e)
    {
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }

    private void textBoxRho_TextChanged(object sender, EventArgs e)
    {
        if (textBoxCoda.Text != "" && textBoxUtenti.Text != "" && percorso != "" &&
textBoxRho.Text != "")
            buttonSimula.Enabled = true;
        else
            buttonSimula.Enabled = false;
    }
}

public class Utente
{
    double tempoServizio;
    double tempoNelSistema;
    double tempoInCoda;
    //tempo rimanente prima dell'esaurimento del tempo di servizio assegnato
    double tempoServizioRimanente;

    public double TempoServizio
    {
        get
        {
            return tempoServizio;
        }

        set
        {
            tempoServizio = value;
        }
    }
}

```

```

    }

    public double TempoInCoda
    {
        get
        {
            return tempoInCoda;
        }

        set
        {
            tempoInCoda = value;
        }
    }

    public double TempoNelSistema
    {
        get
        {
            return tempoNelSistema;
        }

        set
        {
            tempoNelSistema = value;
        }
    }

    public double TempoServizioRimanente
    {
        get
        {
            return tempoServizioRimanente;
        }

        set
        {
            tempoServizioRimanente = value;
        }
    }
}

```