

## Tunnel

Nel sottosuolo della città bisogna scavare un tunnel rettilineo per la nuova linea della metropolitana. Esso dovrà essere poi collegato tramite altri tunnel secondari alle uscite, collocate in alcune piazze già identificate, che ovviamente non sono tutte perfettamente allineate. Si vuole definire la posizione del tunnel in modo da minimizzare la lunghezza degli scavi dei tunnel secondari, cioè in modo da minimizzare la somma delle distanze tra il tunnel principale e le uscite.

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file TUNNEL.TXT

Discutere poi l'ottimalità della soluzione ottenuta.

[Suggerimento: la distanza di un punto  $(x_0, y_0)$  da una retta  $ax+by+c=0$  è data da  $|ax_0+by_0+c| / \sqrt{a^2+b^2}$  ]

---

Le piazze sono localizzate nel piano cartesiano nei punti seguenti:

Piazza	X	Y
1	-10	14
2	-8	7
3	-5	10
4	-3	10
5	0	9
6	2	8
7	5	8
8	8	7
9	9	5
10	11	6
11	14	7
12	16	5

## Soluzione

Il problema chiede di localizzare nel piano una retta: perciò le variabili sono i tre coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$  che la definiscono. L'obiettivo è quello di minimizzare la somma delle distanze tra la retta e i punti dati. Poiché la formula che esprime tale distanza contiene un valore assoluto, è necessario sdoppiare la relazione di uguaglianza in due disuguaglianze con segni opposti. Le tre variabili devono essere dichiarate libere, cioè non vincolate in segno.

Il problema è evidentemente di programmazione non-lineare nel continuo. La soluzione calcolata dal solutore è ottima poiché il problema è convesso: ciascuna delle distanze di un punto dalla retta, infatti, è una funzione convessa delle variabili e la somma di funzioni convesse è sua volta convessa.