

Esercizio 2: Artiglieria

Un reparto di artiglieria deve schierarsi su un pianoro dal quale deve battere un altopiano posto oltre una cresta rocciosa. E' noto che la traiettoria dei proietti è una parabola, la cui equazione dipende dalla posizione del reparto, dalla velocità iniziale del proietto e dall'angolo di tiro. La velocità iniziale è costante mentre l'angolo di tiro può essere scelto a piacimento.

L'obiettivo del reparto è di trovare la localizzazione ottimale per poter battere la maggior area possibile oltre la cresta rocciosa.

Si consideri per semplicità il problema in una sola dimensione.

Formulare il problema, classificarlo e risolverlo con i dati del file ARTIGLIERIA.TXT.

Rispetto al sistema di riferimento scelto:

- il pianoro su cui può schierarsi il reparto di artiglieria è rappresentato dai punti sull'asse delle ascisse con ascissa non superiore a 9500;
- la vetta della cresta rocciosa ha coordinate (10000,350);
- l'altopiano da battere è orizzontale ed ha ordinata pari a 200 ed ascissa da 10000 in su.

La velocità iniziale del proietto è pari a 100 m/sec.

L'accelerazione di gravità è pari a -9.81 m/sec^2 .

Artiglieria

Il problema è chiaramente non-lineare. E' necessario introdurre due variabili, x_1 e x_2 per indicare l'ascissa minima e massima del punto su cui cade il proietto. La funzione obiettivo si esprime semplicemente come massimizzazione della loro differenza.

I vincoli devono legare i valori di x_1 e x_2 ai parametri della traiettoria, che sono la posizione di tiro, indicata da un'altra variabile x_0 , e dall'alzo α . Il legame tra queste grandezze è dato dalla formula indicata nel testo, nella quale si deve sostituire ad "x" la differenza tra l'ascissa del punto di caduta e l'ascissa del punto di tiro e ad "y" la quota dell'altopiano. Si hanno perciò per le due traiettorie, corrispondenti ad x_1 e x_2 , i vincoli:

$$\begin{aligned}h &= \tan(\alpha_1) * (x_1 - x_0) * (1 - (g * (x_1 - x_0)) / (v^2 * \sin(2 * \alpha_1))) ; \\h &= \tan(\alpha_2) * (x_2 - x_0) * (1 - (g * (x_2 - x_0)) / (v^2 * \sin(2 * \alpha_2))) ;\end{aligned}$$

Per imporre che entrambe le traiettorie considerate scavalchino la cresta rocciosa bisogna introdurre altri due vincoli, sfruttando la stessa equazione di cui sopra:

$$\begin{aligned}\tan(\alpha_1) * (1 - (g * (D - x_0)) / (v^2 * \sin(2 * \alpha_1))) * (D - x_0) &\geq M ; \\ \tan(\alpha_2) * (1 - (g * (D - x_0)) / (v^2 * \sin(2 * \alpha_2))) * (D - x_0) &\geq M ;\end{aligned}$$

Infine, bisogna imporre alcuni limiti inferiori e superiori alle variabili: in particolare l'ascissa della posizione di tiro ha un limite superiore, indicato nei dati del problema; le ascisse dei punti di caduta hanno un limite inferiore; gli angoli di tiro devono essere compresi tra 0 e $\pi/2$.