Teoria dei Sistemi
21/12/18

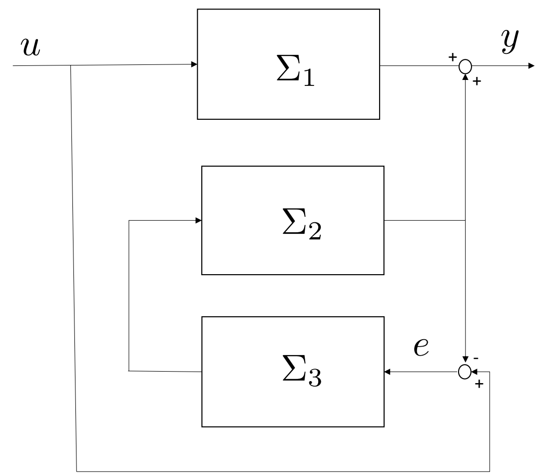
Fila C

Nome e Cognome: ____________________

Matricola: ____________________

---

1. Dato il sistema con



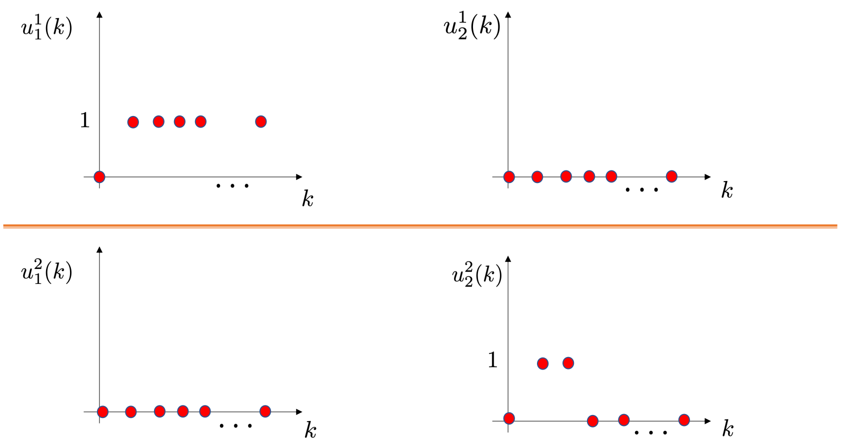
$$\Sigma_1 : P_1(s) = \frac{2}{s}, \qquad \Sigma_2 : P_2(s) = \frac{1}{s^2+1}, \qquad \Sigma_3 : P_3(s) = \frac{K}{s+1}$$

   (a) definirne una rappresentazione con lo stato;
   (b) studiarne la stabilità interna al variare del parametro $K \in \mathbb{R}$;
   (c) studiarne raggiungibilità e osservabilità;
   (d) fissato $K = -1$, calcolare la risposta in uscita e, se esiste, la risposta a regime permanente in corrispondenza di $x_0 = (0\ 0\ 0)^\top$ e $u(t) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}t}\cos(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{4})\delta_{-1}(t)$;
   (e) fissato $K = -1$, tracciarne i diagrammi di Bode e polare.

2. Si consideri il sistema a tempo discreto con ingresso $u = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}^\top$ e uscita y.

   (a) Calcolare una rappresentazione minima sapendo che, per condizione iniziale nulla, agli ingressi $u^1(k) = \begin{pmatrix} u_1^1(k) & u_2^1(k) \end{pmatrix}^\top$ $u^2(k) = \begin{pmatrix} u_1^2(k) & u_2^2(k) \end{pmatrix}^\top$ riportati in Figura 2 corrispondono, rispettivamente, le seguenti uscite

$$\begin{aligned} y^1(k) =& (-0.3)^{k-1}\delta_{-1}(k-1) + \frac{1}{2}(-0.5)^{k-1}\delta_{-1}(k-1) + \frac{1}{2}\delta_{-1}(k-1) \\ y^2(k) =& (0.2)^{k-2}\delta_{-1}(k-2) + (0.2)^{k-3}\delta_{-1}(k-3); \end{aligned}$$



(b) Calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente in corrispondenza di $u(k) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4\delta_{-1}(k-2) \end{pmatrix}$.

3. La risposta armonica: può essere intesa rappresentare il guadagno di un sistema dinamico lineare e stazionario? Argomentare la risposta.

4. Scrivere la rappresentazione con lo stato di un sistema continuo di dimensione $n = 1$ avente un modo naturale con legge di moto $e^{\lambda t}$ con $\lambda \in \mathbb{R}$. Calcolarne, inoltre, il sistema a tempo discreto approssimato secondo Eulero per periodo di campionamento $T_s \geq 0$ e studiarne la stabilità al variare di λ e T_s.

Domande in sostituzione della prova orale.

1. Descrivere e motivare il problema della realizzazione di un nucleo $K(t)$.

2. Si consideri un sistema dinamico stazionario e lineare

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned}$$

di dimensione $n = 4$. Si consideri uno stato $x_0 \in \mathbb{R}^4$ a partire dal quale $y(k) = 0$ per $k = 0, 1, 2, 3$. È possibile che $y(k)$ sia non nulla per istanti di tempo successivi?.