Teoria dei Sistemi

I canale

30/1/2023 A

Cognome e nome .... Fila ..... Colonna.....

1. Si consideri il sistema descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

a. scrivere esplicitamente i modi naturali e studiarne le loro proprietà di eccitabilità ed osservabilità;
b. studiare la stabilità interna, esterna ed esterna nello stato zero;
c. determinare, se esistono, tutti gli stati iniziali tali che l'evoluzione libera (nello stato) si mantenga limitata al crescere del tempo;
d. determinare, se esistono, tutti gli stati iniziali tali che l'evoluzione libera in uscita si mantenga limitata al crescere del tempo;
e. studiare la raggiungibilità e l'osservabilità ed effettuare, se necessario, la scomposizione di Kalman;
f. calcolare la risposta forzata del sistema all'ingresso

$$u(t) = (t + 1 + \cos(t))\, \delta_{-1}(t-2);$$

2. Dato il sistema descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

a. calcolare l'evoluzione libera a partire dallo stato iniziale $x_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}'$;
b. calcolare la risposta indiciale;
c. determinare la rappresentazione nello spazio di stato a tempo discreto del sistema ottenuto campionando il sistema dato con tempo di campionamento $T_c = \pi$;
d. per il sistema ottenuto al punto c., calcolare l'evoluzione libera a partire dallo stato iniziale $x_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}'$, confrontando il risultato con quanto ottenuto al punto a.;
e. per il sistema ottenuto al punto c., calcolare la risposta indiciale.

3. Sia dato il sistema

$$F(s) = \frac{s(s-1)^2}{(s^2+1)^2(s-10)^3}$$

tracciarne i diagrammi di Bode e di Nyquist.

4. Siano dati i due sistemi rappresentati da

$$y_1(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s(s+1)} \\ \frac{2}{s} \end{pmatrix} u_1(s) \qquad \text{e} \qquad y_2(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s+2} \end{pmatrix} u_2(s) \tag{1}$$

Si consideri il sistema ottenuto connettendo in serie i due sistemi in modo tale che $u_1(t) = y_2(t)$, l'ingresso al sistema complessivo sia $u(t) = u_2(t)$ e l'uscita sia $y(t) = y_1(t)$ e se ne determini una realizzazione minima.