

## Teoria dei Sistemi

### 1

Sia dato il sistema rappresentato da

$$x(t) = \begin{pmatrix} 2e^t - e^{-t} & -e^t + e^{-t} \\ 2e^t - 2e^{-t} & -e^t + 2e^{-t} \end{pmatrix} x_0 + \int_0^t \begin{pmatrix} e^{t-\tau} \\ e^{t-\tau} \end{pmatrix} u(\tau) d\tau$$

$$y(t) = (2e^t \quad -e^t) x_0 + \int_0^t e^{t-\tau} u(\tau) d\tau$$

- a. Calcolare i modi naturali e studiarne le proprietà di eccitabilità ed osservabilità ;
- b. determinare una rappresentazione in forma implicita;
- c. studiare se  $z(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$  è un cambiamento di base; in caso affermativo
  - i. scrivere la rappresentazione in forma esplicita rispetto alla nuova base;
  - ii. scrivere la rappresentazione in forma implicita rispetto alla nuova base;
  - iii. scrivere i modi naturali rispetto alla nuova base; che cosa cambia per le proprietà di eccitabilità ed osservabilità?;
- d. calcolare la risposta forzata nello stato per ingresso  $u(t) = 2t\delta_{-1}(t)$ ;
- e. determinare i modi naturali del sistema a tempo discreto ottenuto campionando il sistema dato con tempo di campionamento  $T_c = 3s$ .

### 2

Sia dato un sistema a tempo discreto con funzione di trasferimento

$$W(z) = \frac{z+1}{z^2}$$

Calcolare la risposta forzata all'ingresso

$$u(t) = \delta_{-1}(t) - 2\delta_{-1}(t-2) + \delta_{-1}(t-3)$$

### 3

Si traccino i diagrammi di Bode relativi alla funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{(s-1)^3(s+0.1)^2}{s^2(s^4-81)}$$

### 4

Dato il sistema non lineare

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1^3(t) - x_1(t)x_2^2(t) \\ x_1(t) + x_2(t) - x_2^3(t) \end{pmatrix}$$

- a. calcolarne, se esistono, i punti di equilibrio;
- b. nel caso ve ne siano, indicare quali di tali punti di equilibrio sono stabili asintoticamente localmente e quali sono instabili.