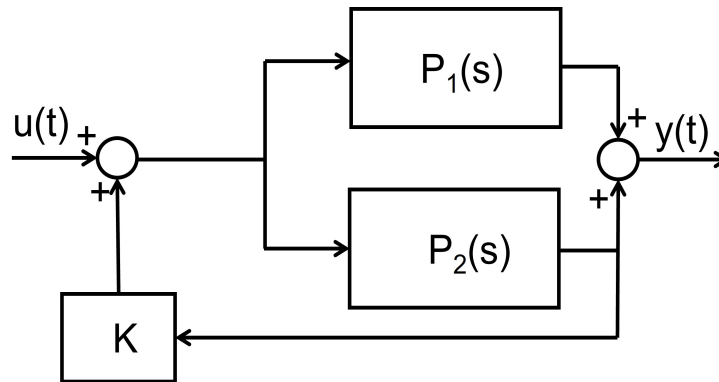


Teoria dei Sistemi

20/1/2022

Cognome e nome

1. Sia dato il sistema illustrato nello schema



con

$$P_1(s) = \frac{1}{s+1}, \quad P_2(s) = \frac{2}{s(s+1)}$$

- fornirne una rappresentazione con lo spazio di stato;
- Studiare la stabilità interna, quella esterna e quella esterna nello stato zero al variare di $K \in \mathbb{R}$;
- studiarne le proprietà di raggiungibilità e di osservabilità al variare di $K \in \mathbb{R}$;
- posto $K = 1$,
 - effettuarne la scomposizione di Kalman;
 - calcolarne la risposta forzata all'ingresso $u(t) = 2t - 1$.

2. Dato il sistema descritto da

$$W(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{s}{(s+1)(s+2)} & \frac{s+2}{s+1} \\ 1 & \frac{1}{s+2} & 0 \end{pmatrix}$$

- determinarne una realizzazione minima;
- calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente all'ingresso

$$u(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \delta_{-1}(t)$$

3. Giustificare o smentire la seguente affermazione: "in un sistema non completamente osservabile, la somma di due stati osservabili può fornire uno stato inosservabile mentre la somma di due stati inosservabili non può mai essere pari ad uno stato osservabile".

4. Fornire l'espressione dei modi naturali di un sistema di dimensione 2, con un autovalore λ di molteplicità algebrica 2 e geometrica 1.

5. Mostrare che se x_I è uno stato inosservabile, anche $A^K x_I$ è inosservabile $\forall k \geq 1$.

6. Si determinino

A. la rappresentazione grafica e la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni

- a. $t\delta_{-1}(t)$;
- b. $(t - T)\delta_{-1}(t - T)$;
- c. $t\delta_{-1}(t - T)$;
- d. $(t - T)\delta_{-1}(t)$.

B. la rappresentazione grafica e la trasformata z della funzione $f(t)$ così definita:

$$f(t) = 0 \text{ per } t < 0; \quad f(0) = 1; \quad f(1) = 0; \quad f(2) = -1; \quad f(3) = 1; \quad f(t) = 0 \text{ per } t \geq 4$$