

Teoria dei Sistemi

11/2/2022

Cognome e nome

1. Sia dato il sistema rappresentato da

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 3 & -4 & -4 \\ 2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 2 - \alpha \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= (-\alpha \quad 2\alpha \quad 1) x(t) + \alpha u(t)\end{aligned}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- A. Determinarne i modi naturali e studiarne le proprietà di eccitabilità e di osservabilità al variare di α ;
- B. se esiste, determinare, al variare di α , una condizione iniziale x_0 tale che l'evoluzione libera nello stato non sia limitata ma lo sia l'evoluzione libera in uscita;
- C. studiarne la stabilità interna, esterna ed esterna nello stato zero al variare di α ;
- D. studiare le proprietà di raggiungibilità e di osservabilità dello spazio di stato al variare di α ;
- E. posto $\alpha = 1$
 - a. effettuare la scomposizione di Kalman;
 - b. usando la rappresentazione in forma di Kalman, determinare $H(t)$, $\Psi(t)$ e $W(t)$;
 - c. determinare la risposta forzata all'ingresso $u(t) = (t - 1)\delta_{-1}(t) - t\delta_{-1}(t - 1)$, dopo averlo graficato.

2. Tracciare il diagramma di Bode e quello polare per il sistema rappresentato da

$$W(s) = \frac{s^2 + 1}{s(s + 1)(s - 10)}$$

3. Calcolare la risposta indiciale per il sistema a tempo discreto ottenuto campionando, con tempo di campionamento $T_c = 0.1$ s, il sistema a tempo continuo avente risposta impulsiva

$$w(t) = te^{-t} + \delta(t)$$

4. Fornire l'espressione di un modo naturale pseudoperiodico per un sistema a tempo discreto, illustrando il significato di ciascun termine che vi compare.

Successivamente, determinarne una espressione in modo tale che, se in $t = 0$ esso assume il valore $10u_a$, in $t = 4$ abbia valore $5u_a$. Che valore ha per $t = 8$?