

# Teoria dei Sistemi

I canale

9/1/2023

C

Cognome e nome ..... Fila ..... Colonna.....

**1.** Si consideri il sistema descritto da

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= (1 \ 2 \ -1) x(t)\end{aligned}$$

- determinarne i modi naturali e le loro proprietà di eccitabilità ed osservabilità;
- studiarne la stabilità interna, esterna ed esterna nello stato zero;
- determinare, se esistono, tutti gli stati iniziali tali che l'evoluzione libera (nello stato) si mantenga limitata al crescere del tempo;
- calcolare la risposta impulsiva nello stato e quella in uscita;
- calcolare la risposta forzata del sistema all'ingresso

$$u(t) = e^{2t} \cos(t + 2);$$

- calcolare, se esiste, la risposta a regime permanente all'ingresso  $u(t) = 2t^2 + 1$ .

**2.** Dato il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

calcolarne la risposta all'ingresso  $u(t) = 2\delta_{-1}(t)$ .

Si determini poi la rappresentazione a tempo discreto del sistema campionato con tempo di campionamento  $T = 2s$  e si calcoli la sua risposta all'ingresso discreto  $u(k) = 2\delta_{-1}(k)$ . Si discutano le relazioni tra le due risposte.

**3.** Sia dato il sistema  $W(s)$  ottenuto controreazionando, con reazione unitaria negativa dall'uscita, il sistema

$$F(s) = K \frac{s^2 + 1}{s^2(s+1)^2}$$

Si studi la stabilità di  $W(s)$ , al variare di  $K \in \mathbb{R}$ ,

- mediante uso del criterio di Nyquist;
- mediante uso del criterio di Routh.

**4.** Dato un sistema rappresentato da

$$W(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s^2} \\ 1 & \frac{1}{s^2} \end{pmatrix}$$

determinarne una realizzazione minima.

**5.** Dato il sistema

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & k \end{pmatrix} x(t)$$

studiarne la stabilità, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , mediante uso del *criterio di Lyapunov per i sistemi lineari*.