Exercice 1.1 (p.11)

1-Écrire la matrice A = $[a_{ij}]_{3x3}$ où $a_{ij} = (-1)^{i+j}\ (2^i)\ (j)$

Réponse

$a_{11} = (-1)^{1+1} (2)^1 (1) = 2$

$a_{12} = (-1)^{1+2} (2)^1 (2) = -4$

$a_{13} = (-1)^{1+3} (2)^1 (3) = 6$

$a_{21} = (-1)^{2+1} (2)^2 (1) = -4$

$a_{22} = (-1)^{2+2} (2)^2 (2) = 8$

$a_{23} = (-1)^{2+3} (2)^2 (3) = -12$

$a_{31} = (-1)^{3+1} (2)^3 (1) = 8$

$a_{32} = (-1)^{3+2} (2)^3 (2) = -16$

$a_{33} = (-1)^{3+3} (2)^3 (3) = 24$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -4 & 8 & -12 \\ 8 & -16 & 24 \end{pmatrix}$$

2- Soit la matrice

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -4 & 5 & -6 \\ -4 & 5 & -6 & 7 \\ 5 & -6 & 7 & -8 \end{pmatrix}$$

a. Que vaut b_{21} ? b_{42} ?

Réponse : $b_{21} = 3$; $b_{42} = -6$

b. Comment nomme t-on le nombre -8 ?

Réponse : b_{44}

c. Quelle est l'expression générale du terme b_{ij} ?

$b_{ij} = (-1)^{i+j+1} (i + j)$

Exercices récapitulatifs des sections 1.1 et 1.2 p.23

1. a.

	Client 1	Client 2	Client 3
Produit 1	50	45	55
Produit 2	52	70	30

$$A = \begin{pmatrix} 50 & 45 & 55 \\ 52 & 70 & 30 \end{pmatrix}$$

b. La deuxième ligne correspond aux frais de transport pour expédier le produit 2 aux clients 1, 2 et 3.

c. La 3^e colonne représente les frais de transport pour expédier les produits 1 et 2 au client 3.

d. $a_{12} = 45$. Les frais de transport de 45$ du premier produit pour le deuxième client.

2. a. Construisons la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b. L'archéologue a étudié 4 sites

c. L'archéologue a répertorié 5 types de poterie

d. La 4eme colonne nous renseigne sur les différents sites où on été retrouvés les types de poterie 4.

e. Le site qui contient le plus petit nombre de poterie c'est le site 3.

f. b_{31} c'est correspond au type de poterie 1 retrouvé sur le site 3. Sa valeur est 1.

3. Soit la matrice M, cette matrice

$$M = \begin{pmatrix} 600\,000 & 60\,000 & 3\,000 \\ 250\,000 & 25\,000 & 1\,250 \\ 100\,000 & 10\,000 & 500 \\ 50\,000 & 5\,000 & 250 \end{pmatrix}$$

4. Soit la matrice C, cette matrices

$$C = \begin{pmatrix} 70 & 4 & 1 \\ 25 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. a. Cette économie compte 3 secteurs

b. 0,35

c. 0.41 = b_{12} il s'agit de la valeur de l'input du premier secteur nécessaire à la production de 1 $ d'output du deuxième secteur.

d. La production d'un bien n'est rentable que si la valeur des inputs nécessaires à la fabrication de ce bien est inférieure à celle du bien produit. La somme des éléments de la $j^{ème}$ colonne représente ce qu'il en coûte pour produire 1 $ d'outputs du $j^{ème}$ secteur. Il faut donc que cette somme soit inférieure à l'unité pour que la production soit rentable.

<u>Exercices récapitulatifs des sections 1.2 et 1.3 p.23 – 28</u>

6. a. $i = j$

b. $i > j$

c. $i < j$

7. a. Donnons le format de chaque matrice et calculons la trace s'il y a lieu

A est une matrice 4x5

B est une matrice 3x3, sa trace vaut 0

C est une matrice 2x2, sa trace vaut 4

D est une matrice 3x3, sa trace vaut 0

E est une matrice 4x1

F est une matrice 1x3

G est une matrice 1x1, sa trace vaut 1

H est une matrice 2x6

K est une matrice 3x3, sa trace vaut 1

L est une matrice 4x4, sa trace vaut 21

M est une matrice 2x2, sa trace vaut -1

N est une matrice 2x3

P est une matrice 3x3, sa trace vaut 6

Q est une matrice 2x2, sa trace vaut 0

a_{53} est impossible à déterminer

a_{35} vaut 10

b_{23} vaut 7

b_{11} vaut 1

c_{22} vaut 2

d_{12} vaut 2

e_{31} vaut 5

e_{13} est impossible à déterminer

h_{16} vaut 7

c. Les matrices B,C,D,G,K,L,M,P,Q sont carrées.

d. Les matrices F et G sont des matrices lignes

e. Les matrices E et G sont des matrices colonnes

f. N est une matrice nulle

g. Les matrices C, G, L et P sont triangulaires inférieures

h. La matrice C,G, K, M et P sont triangulaires supérieures

i. C, G, P sont des matrices diagonales

j. C, G sont des matrices scalaires

k. G est une matrice identité

l. B, P, C, G sont des matrices symétriques

m. D, sont des matrices antisymétriques

n. G, H, K, et N sont des matrices échelonnées

o. G, et N est échelonnée réduite

9.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 0 \\ -3 & -2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Deux matrices sont égales si et seulement si elles ont le même format et tous leurs éléments sont égaux.

11. pour x = -1 ou x = 3 et y = -5

13.

a) $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ où a, b et $c \in \mathbb{R}$.

b) $B = [b_{ij}]_{n\times n}$ où $b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ k_i & \text{si } i = j \end{cases}$ et $k_i \in \mathbb{R}$.

14. La forme générale d'une matrice antisymétrique d'ordre 3, est

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{bmatrix} \text{ où } a, b \text{ et } c \in \mathbb{R}.$$

15. Une matrice à la fois symétrique et antisymétrique est une matrice nulle.

17. a. Vrai b. Faux c. Faux d. Vrai e. Faux f. Faux g. Faux h. vrai i. Faux. j. Vrai k. Vrai l. Vrai m. Faux n.Vrai o. Vrai

18.

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Utilisation de GNU Octave 8.3.0

21. a. Formons la matrice A

Arête	1	2	3	4
1	0	8	10	6
2	8	0	6	10
3	10	6	0	8
4	6	10	8	0

```
>> A = [0,8,10,6;8,0,6,10;10,6,0,8;6,10,8,0]
A =

    0    8   10    6
    8    0    6   10
   10    6    0    8
    6   10    8    0
```

La matrice A est symétrique parce qu'elle est carrée. la distance du point i au point j est la même que celle du point j au point i.

22. a. Migration interprovinciale nette au cours du premier trimestre de 2022 (janvier à mars), Manitoba, Saskatchewan, Alberta

	Provinces d'origine		
Provinces de destination	**Manitoba**	**Saskatchewan**	**Alberta**
Manitoba	0	-134	-1315
Saskatchewan	134	0	-932
Alberta	1315	932	0

b. La somme de tous les nombres de la matrice est de : 0

c. Alberta

d. Manitoba

23.