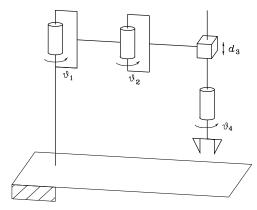
#### FONDAMENTI DI ROBOTICA (Prof. Bruno SICILIANO: Anno Accademico 2022–2023)

Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione e Robotica + Ingegneria Biomedica

#### **ELABORATO TECNICO**

Michele Frate P38000148 Michele Petrone P38000157

Sia assegnato il robot manipolatore SCARA in figura,



con i seguenti dati:

$$\begin{split} d_0 = 1 \, \mathrm{m} \quad a_1 = a_2 = 0.5 \, \mathrm{m} \quad \ell_1 = \ell_2 = 0.25 \, \mathrm{m} \\ m_{\ell_1} = m_{\ell_2} = 20 \, \mathrm{kg} \quad m_{\ell_3} = 10 \, \mathrm{kg} \\ I_{\ell_1} = I_{\ell_2} = 4 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_{\ell_4} = 1 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \\ k_{r1} = k_{r2} = 1 \quad k_{r3} = 50 \, \mathrm{rad/m} \quad k_{r4} = 20 \\ I_{m_1} = I_{m_2} = 0.01 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_{m_3} = 0.005 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \quad I_{m_4} = 0.001 \, \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \\ F_{m1} = F_{m2} = 0.00005 \, \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s/rad} \quad F_{m3} = 0.01 \, \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s/rad} \quad F_{m4} = 0.005 \, \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s/rad} \end{split}$$

- Analizzare la manipolabilità in velocità e forza per la struttura portante, rappresentando i relativi ellissoidi per un numero significativo di posizioni dell'organo terminale all'interno dello spazio di lavoro.
- Pianificare la traiettoria lungo un percorso caratterizzato da almeno 10 punti all'interno dello spazio di lavoro, in cui vi siano almeno un tratto rettilineo e uno circolare e inoltre il passaggio per almeno 3 punti di via.
- Implementare in MATLAB gli algoritmi per l'inversione cinematica con inversa e trasposta dello Jacobiano lungo la traiettoria. Adottare la regola di integrazione numerica di Eulero con tempo di integrazione di 1 ms.
- Supponendo di rilassare una componente di spazio operativo, implementare in MATLAB l'algoritmo per l'inversione cinematica con pseudo-inversa dello Jacobiano lungo la traiettoria, nell'ipotesi di ottimizzare un vincolo di destrezza.
- Nell'ipotesi di un carico concentrato in punta di massa pari a circa 4 kg, progettare: 1) un controllo robusto; 2) un controllo adattativo; 3) un controllo a dinamica inversa nello spazio operativo con l'adozione di una azione integrale per recuperare l'errore a regime dovuto al carico non compensato. Simulare in MATLAB il moto del manipolatore controllato, nell'ipotesi che le traiettorie desiderate ai giunti per i primi due controllori siano generate con un algoritmo per l'inversione cinematica del secondo ordine con inversa dello Jacobiano. Implementare i controllori a tempo discreto con un periodo di campionamento di 1 ms.



SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

# Progetto di FONDAMENTI DI ROBOTICA

Michele Frate Michele Petrone

P38000148 P38000157

## Indice

| 1.        | Cinematica                         |   |    |  |
|-----------|------------------------------------|---|----|--|
|           | 1.1.                               | Cinematica diretta                                | 2  |  |
|           | 1.2.                               | Cinematica differenziale                          | 3  |  |
| 2.        | Trai                               | iettoria  | 4  |  |
| 3.        | Algoritmi di inversione cinematica |   |    |  |
|           | 3.1.                               | CLIK con inversa dello jacobiano                  | 7  |  |
|           | 3.2.                               | CLIK con trasposta dello jacobiano                | 10 |  |
|           | 3.3.                               | CLIK con pseudo-inversa dello jacobiano           | 13 |  |
|           | 3.4.                               | CLIK del II° ordine                               | 17 |  |
| 4.        | Ellis                              | ssoidi di manipolabilità                          | 20 |  |
| <b>5.</b> | Con                                | trollo del moto                                   | 24 |  |
|           | 5.1.                               | Controllo robusto                                 | 24 |  |
|           | 5.2.                               | Controllo Adattativo                              | 27 |  |
|           | 5.3.                               | Controllo a dinamica inversa con azione integrale | 31 |  |

## Introduzione

L'obiettivo di questo progetto è stato lo studio del controllo del moto di un robot SCARA, un tipo di manipolatore industriale composto da una struttura portante di due giunti rotoidali e uno prismatico in sequenza, e da un polso in grado di ruotare lungo la direzione di approccio. La sua geometria lo rende particolarmente adatto a operazioni di Pick-and-Place e assemblaggio, per le quali è richiesto un elevato grado di precisione lungo piani orizzontali.



Nell'elaborato si discute in un primo momento delle caratteristiche cinematiche di questa famiglia di manipolatori, con particolare riferimento allo jacobiano, e della traiettoria che si desidera imporre all'organo terminale; per poi trattare l'inversione cinematica in opportuni riferimenti nello spazio dei giunti mediante degli algoritmi in anello chiuso. In ultimo si considera il modello dinamico e la sua utilità nel ricavare delle leggi di controllo che, grazie a una parziale o completa conoscenza dei termini dinamici, garantiscono soddisfacenti inseguimenti di traiettoria anche in caso di variabilità considerevoli.

### 1. Cinematica

Un robot SCARA si può schematizzare geometricamente come una catena cinematica aperta, avente un'estremità fissata alla base e un'altra all'organo terminale, noto in inglese anche come end effector (EE), che si impiega per realizzare un determinato compito. Ogni giunto collega solamente una coppia di bracci ed è sede di un unico grado di libertà, pertanto il manipolatore considerato ne presenta quattro in tutto.

#### 1.1. Cinematica diretta

Le terne solidali ai link della struttura sono state posizionate secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg, una procedura che semplifica il passaggio di coordinate tra rappresentazioni successive. Le matrici di trasformazioni omogenee  $T_i^{i-1}$  si ottengono in ordine dal prodotto di una matrice  $T_{i'}^{i-1}$  che rappresenta la rotazione e la traslazione elementare di una terna rispetto all'asse del corrispondente giunto, e di una seconda matrice  $T_i^{i'}$  che descrive la rotazione e la traslazione lungo l'asse x della terna posizionata sul giunto successivo.

$$T_{i}^{i-1} = T_{i'}^{i-1} \cdot T_{i}^{i'} = \begin{pmatrix} c_{\theta_{i}} & -s_{\theta_{i}} c_{\alpha_{i}} & s_{\theta_{i}} s_{\alpha_{i}} & a_{i} c_{\theta_{i}} \\ s_{\theta_{i}} & c_{\theta_{i}} c_{\alpha_{i}} & -c_{\theta_{i}} s_{\alpha_{i}} & a_{i} s_{\theta_{i}} \\ 0 & s_{\alpha_{i}} & c_{\alpha_{i}} & d_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 (1.1)

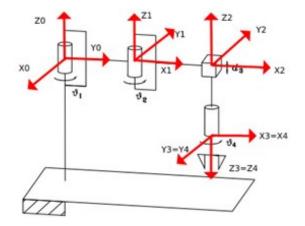


Figura 1.1: Posizionamento delle terne secondo DH

1. CINEMATICA 3

La matrice della cinematica diretta  ${\cal T}_4^0$  si ottiene dal prodotto consecutivo di tutte le matrici di trasformazioni omogenee:

$$T_4^0 = T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2 \cdot T_4^3 \tag{1.2}$$

|   | a(m) | $\alpha(rad)$ | $\theta(rad)$ | d(m)  |
|---|------|---------------|---------------|-------|
| 1 | 0.5  | 0             | $\theta_1$    | 0     |
| 2 | 0.5  | 0             | $\theta_2$    | 0     |
| 3 | 0    | $\pi$         | 0             | $d_3$ |
| 4 | 0    | 0             | $\theta_4$    | 0     |

La tabella dei parametri di Denavit-Hartenberg, particolarizzata per il robot SCARA in esame, fornisce tutte le informazioni per poter ricavare numericamente la matrice della cinematica diretta.

#### 1.2. Cinematica differenziale

Lo studio della cinematica in termini differenziali si rende necessario sia per individuare le eventuali singolarità cinematiche, sia per analizzare la ridondanza della struttura.

$$J = \begin{pmatrix} z_0 \times p_e & z_1 \times p_e - p_1 & z_2 & 0_{3 \times 1} \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 s_1 - a_2 s_{12} & -a_2 s_{12} & 0 & 0 \\ a_1 c_1 + a_2 c_{12} & a_2 c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(1.3)

$$\det(J) = -a_2 \sin \theta_2 \tag{1.4}$$

Lo studio dello jacobiano geometrico e del suo determinante conferma che il manipolatore non è ridondante per task che coinvolgono l'orientamento e che le singolarità cinematiche si hanno ai confini dello spazio di lavoro per  $\theta_2'=0$  e  $\theta_2''=\pi$ .

## 2. Traiettoria

La traiettoria scelta è costituita da una serie di segmenti e tratti circolari che uniscono tra loro dieci punti nel volume di lavoro, due dei quali coincidenti con il punto iniziale.

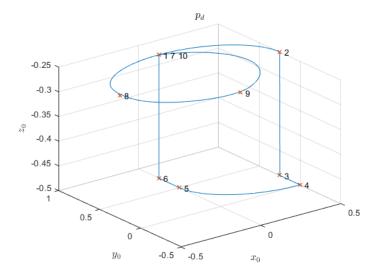


Figura 2.1: Rappresentazione 3D della traiettoria  $p_d$ 

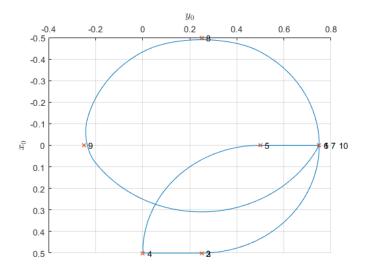


Figura 2.2: Rappresentazione della traiettoria sul piano  $x_0$   $y_0$ 

2. TRAIETTORIA 5

L'ordine dei punti in Figura 2.1 indica il verso di percorrenza della curva, la quale non attraversa ma si avvicina solamente ai punti di via 4,5,8,9 grazie ad un anticipo delle rispettive leggi orarie, scelte per tutti i tratti come profili quadratici di velocità.

$$s_i = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 (2.1)$$

$$\dot{p}_i = \dot{s}_i \ t_i(s_i) \tag{2.2}$$

Le leggi orarie in (2.1) devono essere opportunamente traslate per consentire il corretto movimento sulla curva in ordine temporale. Inoltre, l'anticipo dei tratti coinvolti dai punti di via si è ottenuto in maniera indiretta integrando il vettore velocità (2.2) proprio di ogni tratto, con  $t_i(s_i)$  che rappresenta il rispettivo versore tangente al variare dell'ascissa curvilinea. Le stesse considerazioni sono state svolte nella pianificazione dell'orientamento dell'organo terminale  $\phi_d$ , del quale, per ovvi motivi, se ne riporta solamente l'andamento temporale.

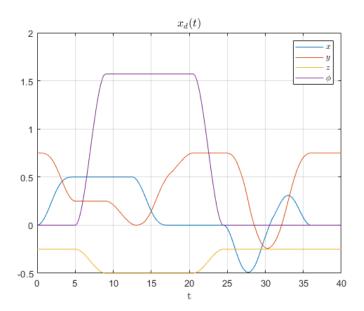


Figura 2.3: Posa desiderata dell'end effector  $x_d(t)$ 

2. TRAIETTORIA 6

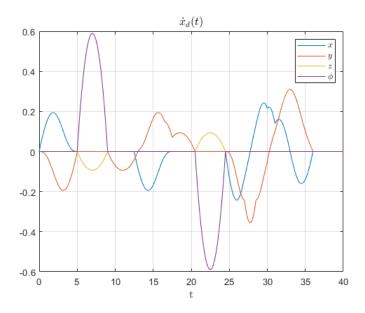


Figura 2.4: Velocità desiderata dell'end effector  $\dot{x}_d(t)$ 

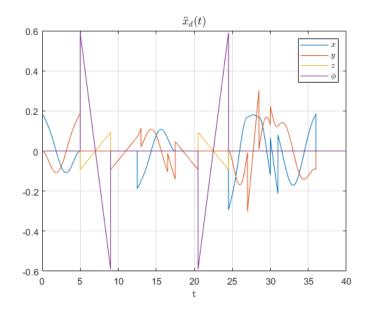


Figura 2.5: Accelerazione desiderata dell'end effector  $\ddot{x}_d(t)$ 

L'accelerazione in punta, come ci si aspettava, presenta un andamento discontinuo lineare a tratti al quale si aggiungono delle sovrapposizioni necessarie per evitare l'azzeramento della velocità in corrispondenza del passaggio per i punti di via. L'ammissibilità della traiettoria dal punto di vista dinamico sarà valutata quando si discuterà dell'inversione cinematica e degli andamenti ricavati in velocità e accelerazioni ai giunti.

## 3. Algoritmi di inversione cinematica

I riferimenti ai giunti sono stati ottenuti mediante l'uso di algoritmi in anello chiuso che garantiscono la convergenza asintotica a zero dell'errore di traiettoria. La loro implementazione è stata resa possibile grazie alla tecnica di discretizzazione nota come Eulero in Avanti, per la quale si è scelto come passo di campionamento  $1\ ms$ .

#### 3.1. CLIK con inversa dello jacobiano

Questa prima tecnica di inversione impiega l'inversa dello jacobiano analitico e rappresenta una valida soluzione al problema se la traiettoria desiderata in punta genera moti interni sufficientemente lontani dalle singolarità cinematiche e di rappresentazione.

$$\dot{q} = J_A^{-1} \ (\dot{x}_d + Ke) \tag{3.1}$$

$$\dot{e} = -Ke \tag{3.2}$$

La matrice K, simmetrica e definita positiva, deve essere selezionata effettuando un compromesso tra la durata del transitorio e l'ampiezza del riferimento di velocità. Un criterio pragmatico di dimensionamento consiste nell'uniformare il comportamento del transitorio per ogni variabile di spazio operativo, tarando così l'unico guadagno sulla base della formula del tempo di assestamento che si ha nei sistemi del primo ordine. Scegliendo come guadagno 10, si ha un transitorio di circa  $0.5\ s$  in cui le massime velocità ai giunti rimangono contenute.

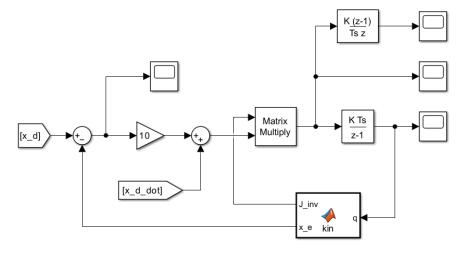


Figura 3.1: Schema SIMULINK con inversa dello jacobiano

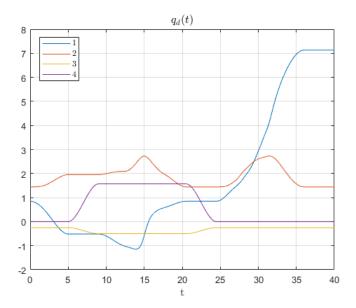


Figura 3.2: Posizione dei giunti  $q_d(t)$  nell'algoritmo con l'inversa

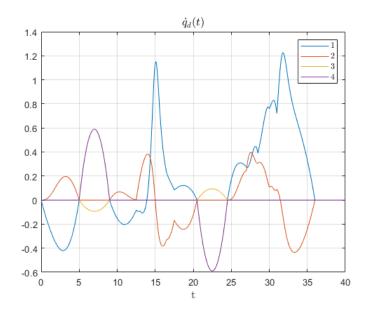


Figura 3.3: Velocità ai giunti  $\dot{q}_d(t)$  nell'algoritmo con l'inversa

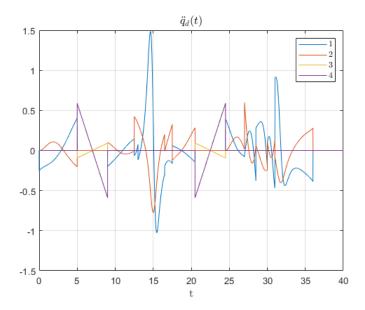


Figura 3.4: Accelerazione ai giunti  $\ddot{q}_d(t)$  nell'algoritmo con l'inversa

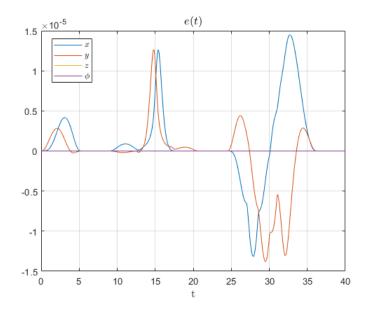


Figura 3.5: Errore di traiettoria e(t) nell'algoritmo con l'inversa

#### 3.2. CLIK con trasposta dello jacobiano

Lo schema con la trasposta supera il problema delle singolarità e risulta meno oneroso computazionalmente in quanto non richiede di effettuare un'inversione matriciale istante per istante. Di contro, ammette errori maggiori in transitorio pur garantendo la convergenza a zero a regime.

$$V = \frac{1}{2} e^T K e \tag{3.3}$$

$$\dot{q} = J_A^T Ke \tag{3.4}$$

$$\dot{V} = e^T K \dot{x}_d - \|J_A^T K e\|^2$$
 (3.5)

La matrice dei guadagni K deve essere scelta sufficientemente elevata in norma per poter contrastare l'effetto del termine lineare di segno incerto che tende a prevalere quando l'errore si trova nell'intorno dello zero. La scelta progettuale è ricaduta su una matrice diagonale di guadagno pari a 500 che limita i massimi in senso assoluto dell'errore a dei valori prossimi a 0.01.

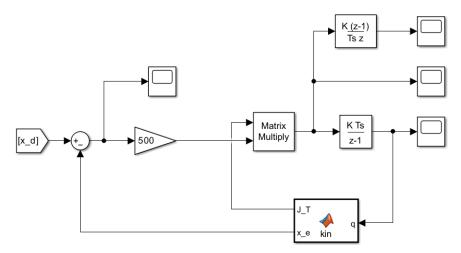


Figura 3.6: Schema SIMULINK con trasposta dello jacobiano

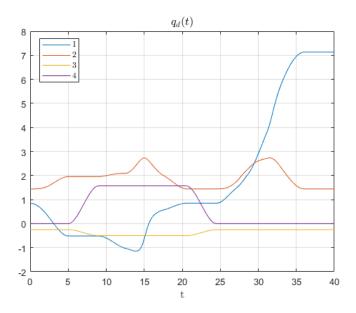


Figura 3.7: Posizione dei giunti  $q_d(t)$  nell'algoritmo con la trasposta

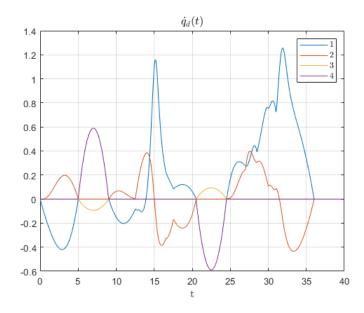


Figura 3.8: Velocità ai giunti  $\dot{q}_d(t)$  nell'algoritmo con la trasposta

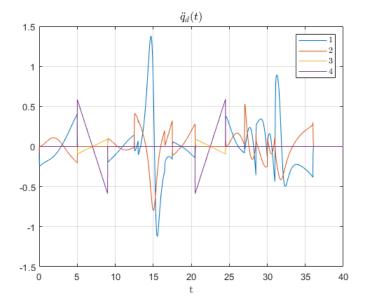


Figura 3.9: Accelerazione ai giunti $\ddot{q}_d(t)$ nell'algoritmo con la trasposta

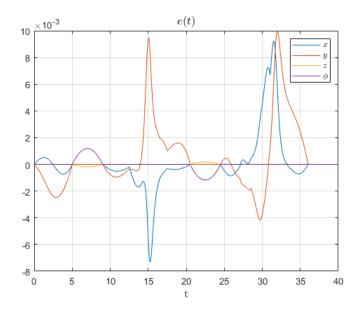


Figura 3.10: Errore di traiettoria e(t) nell'algoritmo con la trasposta

#### 3.3. CLIK con pseudo-inversa dello jacobiano

I task che non richiedono di controllare l'orientamento dell'organo terminale rendono il manipolatore funzionalmente ridondante, ovvero capace di sviluppare moti interni che non concorrono a modificare la posizione dell'end effector. La ridondanza, nel caso specifico, si rivela poco utile dato che riguarda esclusivamente le rotazione del polso e quindi non utilizzabile per massimizzare una misura di destrezza definita sulla struttura portante. Diversamente, disinteressandosi di almeno una componente riguardante il piano orizzontale  $x_0$   $y_0$ , nell'esempio considerato la variabile di spazio operativo  $p_{e_x}$ , si può agire sui due giunti rotoidali della struttura portante per massimizzare la misura di manipolabilità cinematica  $w(q) = \sqrt{\det(JJ^T)}$ . In realtà, piuttosto che determinare analiticamente w(q), conviene porre in maniera pragmatica  $w(q) = \sin \theta_2$ , dato che la manipolabilità è essenzialmente correlata alle singolarità cinematiche.

$$\dot{q} = J_A^{\dagger} \left( \dot{x}_d + Ke \right) + \left( I - J_A^{\dagger} J_A \right) \dot{q}_0, \qquad \dot{q}_0 = k_0 \left( \frac{\partial w}{\partial q} \right)^T \tag{3.6}$$

$$\dot{e} = -Ke \tag{3.7}$$

La matrice dei guadagni K è stata scelta come nell'algoritmo con l'inversa in quanto la dinamica dell'errore (3.7) coincide con (3.2). Il guadagno  $k_0$  sulle velocità interne si è fissato sperimentalmente pari a 5.

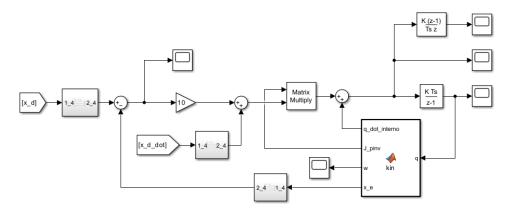


Figura 3.11: Schema SIMULINK con pseudo-inversa dello jacobiano

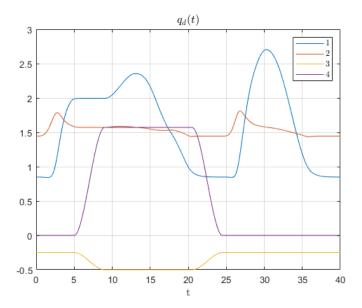


Figura 3.12: Posizione dei giunti  $q_d(t)$  nell'algoritmo con la pseudo-inversa

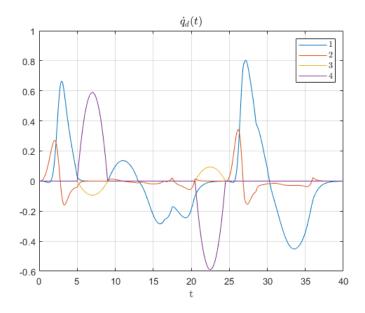


Figura 3.13: Velocità ai giunti  $\dot{q}_d(t)$  nell'algoritmo con la pseudo-inversa

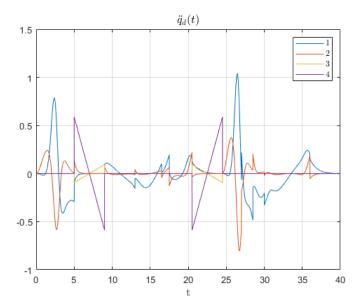


Figura 3.14: Accelerazione ai giunti  $\ddot{q}_d(t)$  nell'algoritmo con la pseudo-inversa

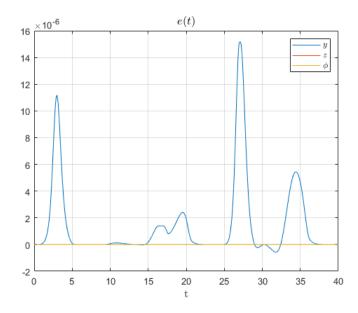


Figura 3.15: Errore di traiettoria e(t) nell'algoritmo con la pseudo-inversa

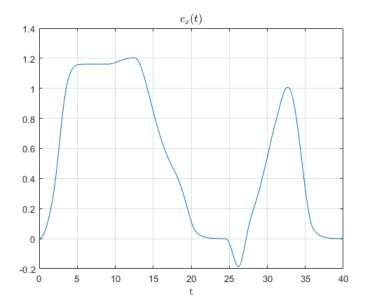


Figura 3.16: Errore  $e_x(t)$  nell'algoritmo con la pseudo-inversa

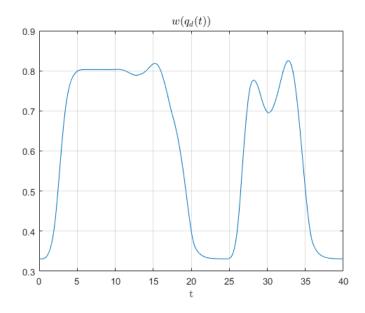


Figura 3.17: Misura di manipolabilità  $w(q_d(t))$  nell'algoritmo con la pseudo-inversa

#### 3.4. CLIK del II° ordine

L'algoritmo in esame è noto in letteratura con questo nome in quanto basa il suo funzionamento sulla cinematica differenziale del secondo ordine. Il vantaggio che ne deriva dal suo impiego, rispetto a tutti gli altri schemi visti finora, è la possibilità di avere a disposizione i riferimenti in accelerazione ai giunti  $\ddot{q}_d(t)$  senza dover ricorrere alla derivata numerica della velocità  $\dot{q}_d(t)$ .

$$\ddot{q} = J_A^{-1} (\ddot{x}_d - \dot{J}_A \dot{q} + K_p e + K_d \dot{e})$$
(3.8)

$$0 = \ddot{e} + K_d \ \dot{e} + K_p \ e \tag{3.9}$$

L'algoritmo richiede l'inversione dello jacobiano analitico, una legge di controllo proporzionalederivativa sull'errore e una compensazione in avanti sia dell'accelerazione di traiettoria, che di un ulteriore termine nato in seguito alla doppia derivazione.

Se si suppone di disaccoppiare la dinamica dell'errore di traiettoria riducendo i parametri da dimensionare a due guadagni scalari  $k_p$  e  $k_d$ , un valido criterio per ottenere le stesse prestazioni dell'algoritmo con inversa del primo ordine è il seguente:

$$k_d = 20 \tag{3.10}$$

$$k_p = \frac{k_d^2}{2} \tag{3.11}$$

Con le scelte in (3.10) e (3.11), si ottiene un transitorio di circa 0.5 s e uno smorzamento ottimale pari a  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

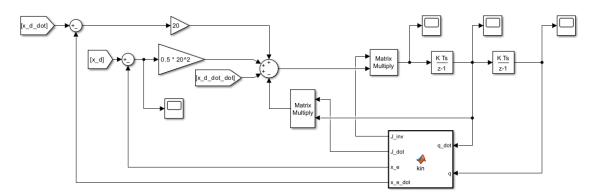
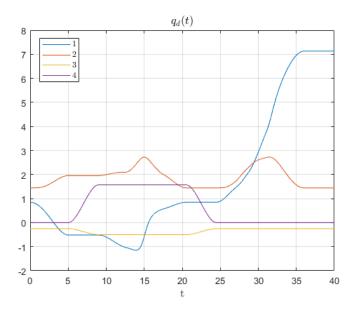
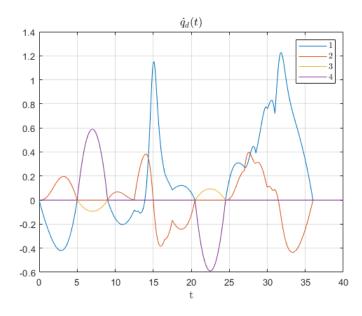


Figura 3.18: Schema SIMULINK dell'algoritmo del II° ordine



**Figura 3.19:** Posizione dei giunti  $q_d(t)$  nell'algoritmo del II° ordine



**Figura 3.20:** Velocità ai giunti  $\dot{q}_d(t)$  nell'algoritmo del II° ordine

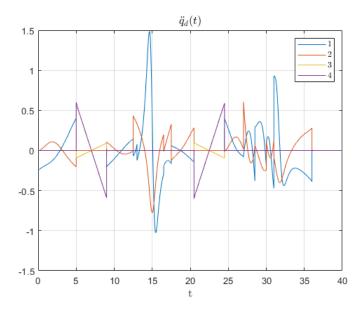


Figura 3.21: Accelerazione ai giunti  $\ddot{q}_d(t)$  nell'algoritmo del II° ordine

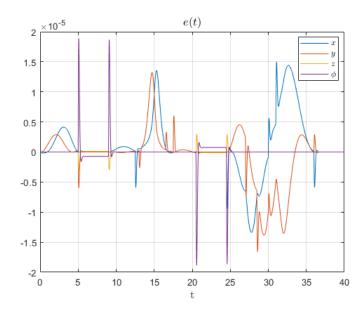


Figura 3.22: Errore di traiettoria e(t) nell'algoritmo del II° ordine

## 4. Ellissoidi di manipolabilità

Gli ellissoidi di manipolabilità sono degli strumenti algebrici che consentono, al variare della configurazione del robot, di analizzare graficamente le direzioni privilegiate in velocità e forza esercitate all'organo terminale.

Data una generica configurazione, l'ellissoide di velocità indica l'attitudine del manipolatore a spostarsi lungo una determinata direzione quando la velocità ai giunti ha norma unitaria e non si è in singolarità cinematica. I moti interni dovuti alla ridondanza possono essere trascurati in quanto influenzano il volume ma non la forma dell'ellissoide, che è il vero obiettivo di questa analisi.

$$\dot{q}^T \ \dot{q} = 1, \qquad \dot{q} = J^{\dagger} v_e \tag{4.1}$$

$$v_e^T (JJ^T)^{-1} v_e = 1 (4.2)$$

L'ellissoide di forza, invece, fornisce la capacità del manipolatore a esercitare una forza in punta lungo una direzione specifica quando la coppia ai giunti ha norma unitaria.

$$\tau^T \ \tau = 1, \qquad \tau = J^T \gamma_e \tag{4.3}$$

$$\gamma_e^T (JJ^T) \gamma_e = 1 \tag{4.4}$$

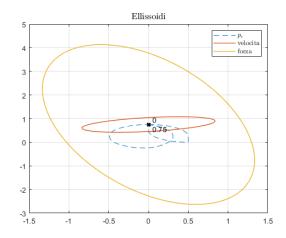
Nel progetto, per il tracciamento degli ellissoidi, non si è tenuto conto né di velocità e forze verticali, né della presenza del polso. La scelta è motivata dalla struttura dello jacobiano, che dipende dalla configurazione solo quando si considerano le interazioni tra i primi due giunti rotoidiali e le velocità e forze nei piani orizzontali.

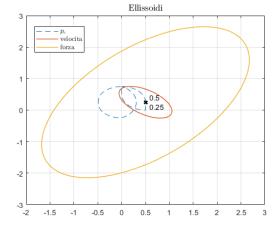
$$v_e = \begin{pmatrix} \dot{p}_{e_x} & \dot{p}_{e_y} \end{pmatrix}^T \tag{4.5}$$

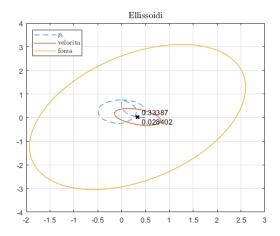
$$\gamma_e = \begin{pmatrix} f_{e_x} & f_{e_y} \end{pmatrix}^T \tag{4.6}$$

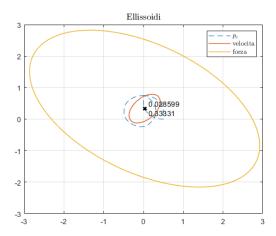
-1

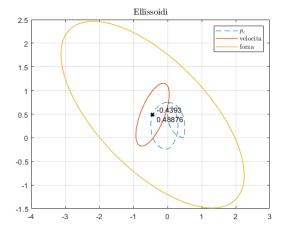
-3 -1.5

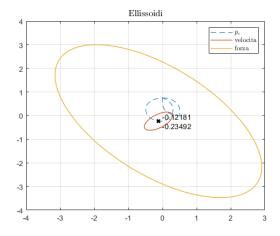


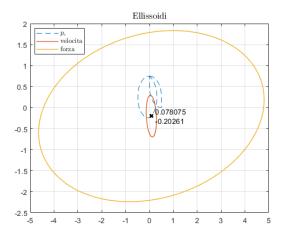


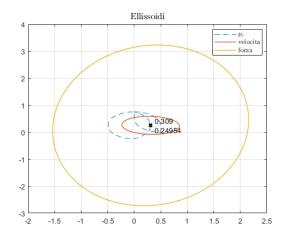












## 5. Controllo del moto

#### 5.1. Controllo robusto

Il controllo robusto è una tecnica che assicura l'inseguimento di traiettoria attraverso l'iniezione di un'azione di sliding adeguatamente progettata, la quale rende possibile l'utilizzo di un modello dinamico approssimato che non compensa precisamente tutti i termini non lineari dati dagli accoppiamenti tra i vari giunti del manipolatore. La legge di controllo è composta da tre contributi:

- $\hat{B}$   $y + \hat{n}$ , assicura una approssimazione degli effetti non lineari
- $\ddot{q}_d + K_d \ \dot{\tilde{q}} + K_p \ \tilde{q}$ , azione in feedforward e controllo PD
- $w=\rho \frac{z}{||z||}$ , contributo robusto utilizzato per contrastare l'incertezza

I guadagni scelti per questo controllo sono  $K_d=200,\,K_p=\frac{K_d^2}{2}=20000$  per tutti i giunti.

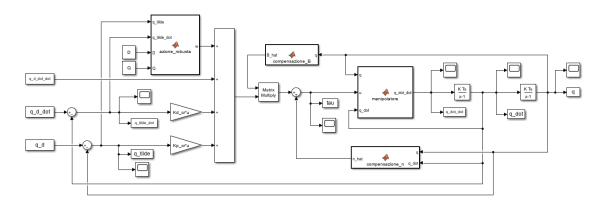


Figura 5.1: Schema SIMULINK del controllo robusto

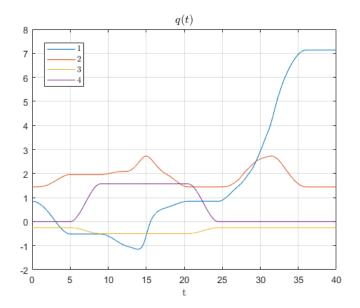


Figura 5.2: Posizione dei giunti q(t) nel controllo robusto

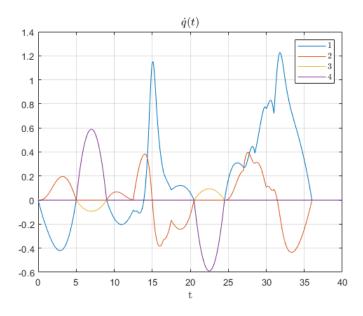


Figura 5.3: Velocità ai giunti  $\dot{q}(t)$ nel controllo robusto

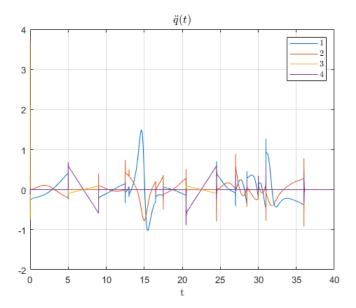


Figura 5.4: Accelerazione ai giunti  $\ddot{q}(t)$  nel controllo robusto

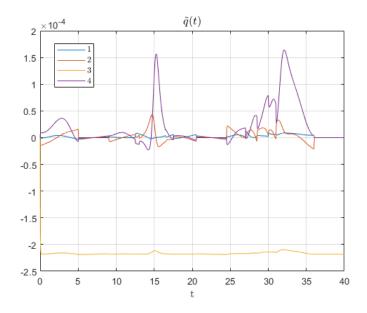


Figura 5.5: Errore ai giunti  $\tilde{q}(t)$  nel controllo robusto

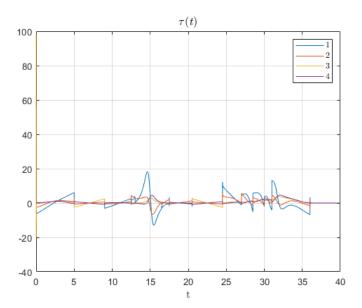


Figura 5.6: Coppia ai giunti  $\tau(t)$  nel controllo robusto

#### 5.2. Controllo Adattativo

Il controllo adattativo permette di contrastare l'incertezza sui parametri dinamici attraverso un algoritmo di stima online che basa il suo funzionamento sulla proprietà di linearità del modello dinamico rispetto ad un totale di sedici grandezze: le masse e le inerzie dei quattro bracci e dei quattro motori, e i coefficienti di attrito che agiscono su ogni giunto.

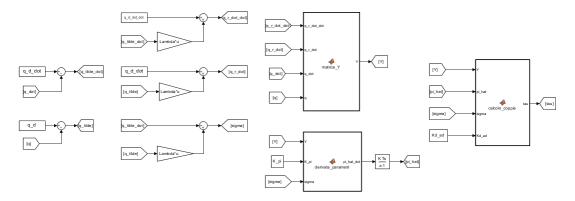
Definendo  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$  la matrice dei regressori ottenuta fattorizzando il modello dinamico rispetto ai parametri, la coppia può essere scritta come:  $\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \pi$ .

E' quindi possibile definire la legge di controllo nella forma:  $u = Y(q, \dot{q}, \dot{q}_r, \ddot{q}_r) \hat{\pi} + K_d \sigma$ , dove  $\dot{q}_r$  e  $\sigma$  sono definiti come:  $\dot{q}_r = \dot{q}_d + \Lambda \tilde{q}$ ,  $\sigma = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q}$ ,  $\tilde{q} = q_d - q$ .

Inoltre il vettore della stima dei parametri  $\hat{\pi}$  varierà secondo la legge:  $\dot{\hat{\pi}}=K_\pi^{-1}\ Y^T(q,\dot{q},\dot{q}_r,\ddot{q}_r)\ \sigma$ 

Il guadagno  $K_d$  è stato scelto come 250 per tutti i giunti, mentre  $\Lambda$  è una matrice diagonale con unico valore pari a 50.

La matrice dei pesi  $K_{\pi}$  è diagonale con guadagno 100 ad eccezione del posto riguardante la massa del carico in punta, nel quale si è scelto un valore più basso 0.1 in modo che l'adattamento sia svolto principalmente dove l'incertezza è maggiore. Inoltre, si è ragionevolmente ipotizzato che la stima iniziale del carico sia nulla.



 ${\bf Figura~5.7:~Schema~SIMULINK~del~controllo~adattativo}$ 

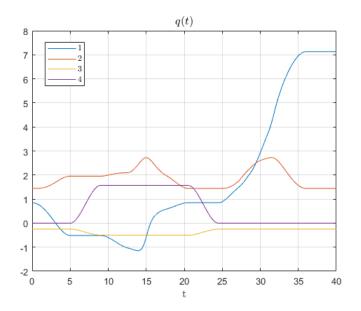


Figura 5.8: Posizione dei giunti q(t) nel controllo adattativo

.

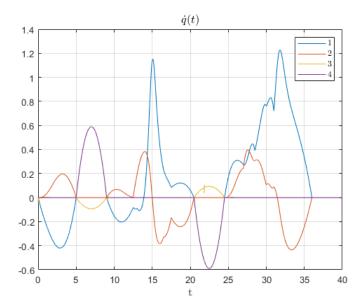


Figura 5.9: Velocità ai giunti  $\dot{q}(t)$  nel controllo adattativo

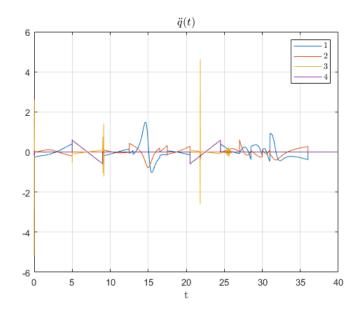


Figura 5.10: Accelerazione ai giunti $\ddot{q}(t)$ nel controllo adattativo

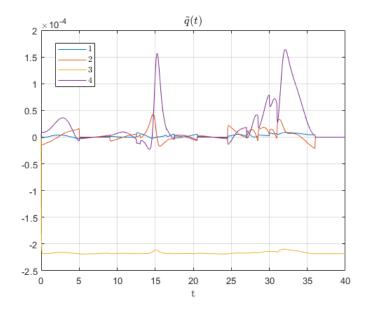


Figura 5.11: Errore ai giunti  $\tilde{q}(t)$  nel controllo adattativo

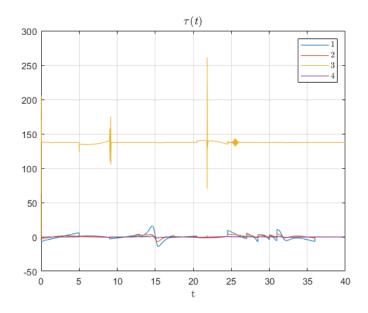


Figura 5.12: Coppia ai giunti  $\tau(t)$  nel controllo adattativo

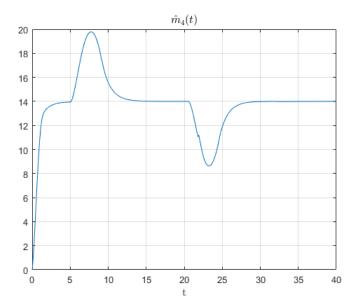


Figura 5.13: Stima della massa del carico in punta  $\tilde{m}_4(t)$ 

#### 5.3. Controllo a dinamica inversa con azione integrale

In questa tipologia di controllo, l'adozione di un'azione integrale è funzionale a recuperare l'errore a regime dovuto alla non compensazione del carico. Lo schema è simile al controllo robusto, con tre contributi:

- $\hat{B}$   $y + \hat{n}$ , assicura una approssimazione degli effetti non lineari
- $\ddot{q}_d + K_d \ \dot{\tilde{q}} + K_p \ \tilde{q}$ , azione in feedforward e controllo PD
- $K_i \int_0^t \tilde{q} \, d\tau$ , contributo integrale utilizzato per ottenere errore a regime nullo.

I tre guadagni sono stati scelti come  $K_d = 120$ ,  $K_p = 2100$ ,  $K_i = 10000$ , così che la dinamica dell'errore  $\tilde{q}$  presenti un autovalore in -100 e un altro doppio in -10.

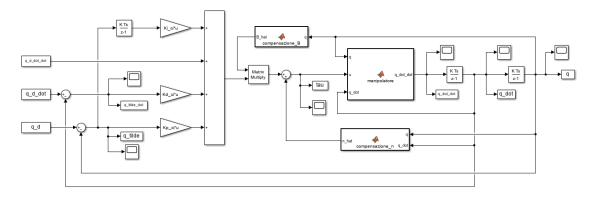


Figura 5.14: Schema SIMULINK del controllo con azione integrale

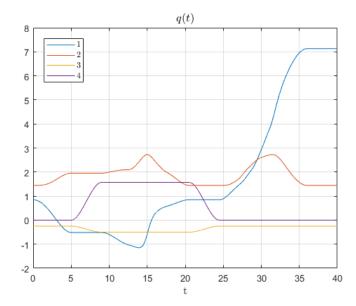


Figura 5.15: Posizione dei giunti q(t) nel controllo con azione integrale

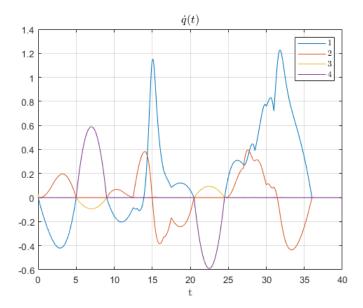


Figura 5.16: Velocità ai giunti  $\dot{q}(t)$  nel controllo con azione integrale

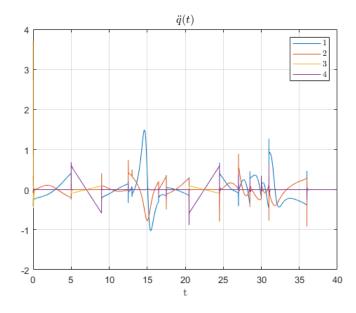
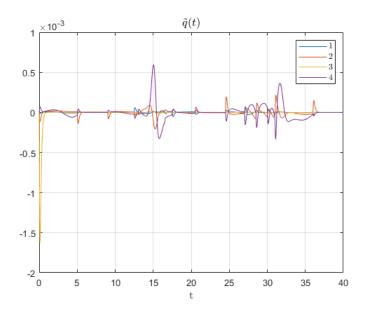


Figura 5.17: Accelerazione ai giunti $\ddot{q}(t)$ nel controllo con azione integrale



**Figura 5.18:** Errore ai giunti  $\tilde{q}(t)$  nel controllo con azione integrale

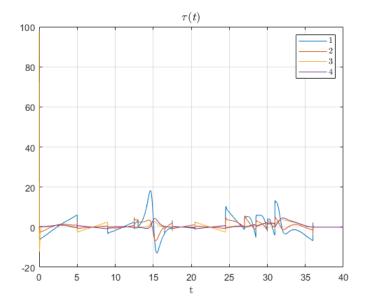


Figura 5.19: Coppia ai giunti  $\tau(t)$  nel controllo con azione integrale