PILA / STACK

LIFO

1 punto di accesso

TOP

POP

PUSH

QUEUE

FIFO

2 punti di accesso

ENQUEUE

DEQUEUE

Grafo Pesato

$G = (V, E)$

$\boxed{w : E \to \mathbb{R}}$

$z(v)$ pesi sui nodi

v

$\Downarrow$

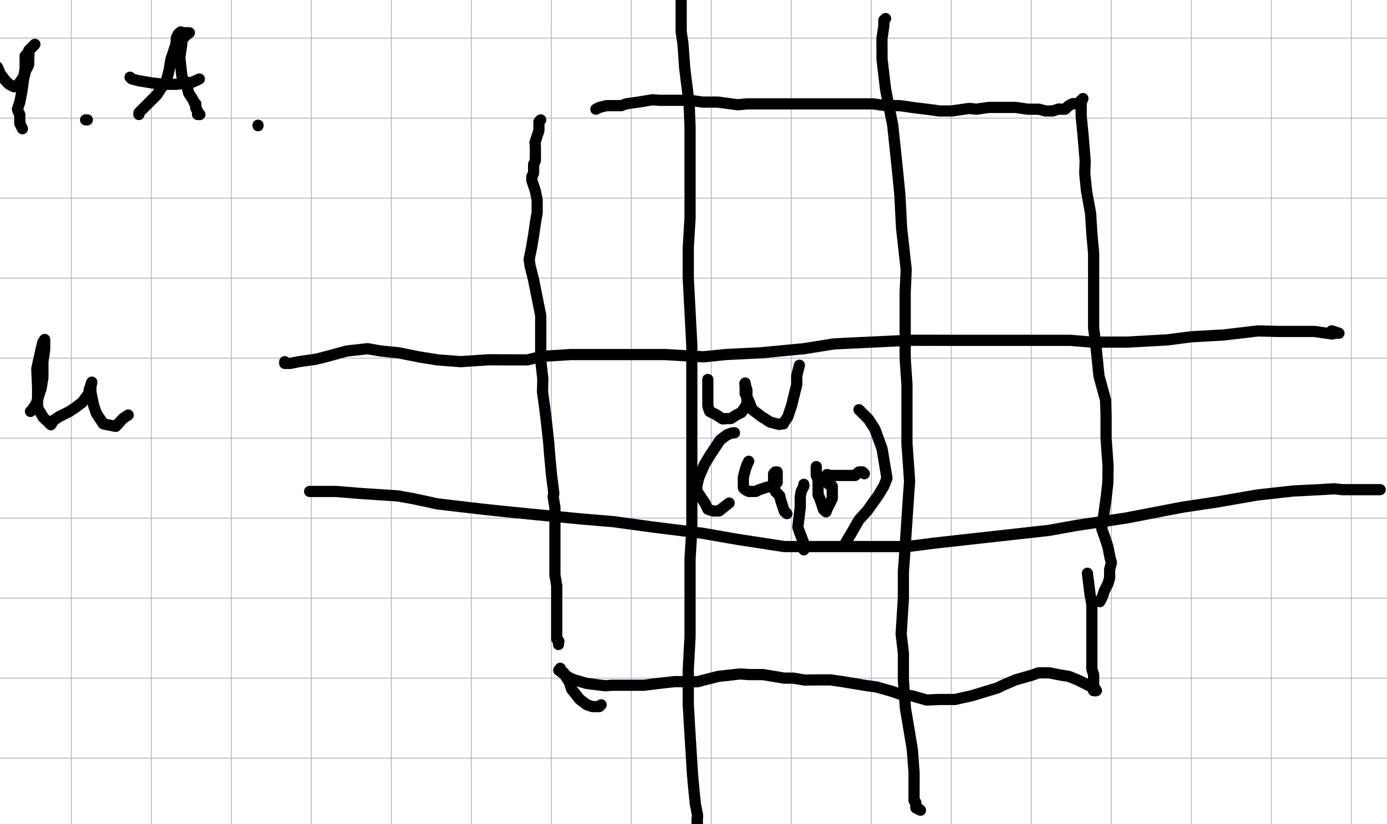
$v \overset{z(v)}{\text{———}} v'$

pesi sugli archi

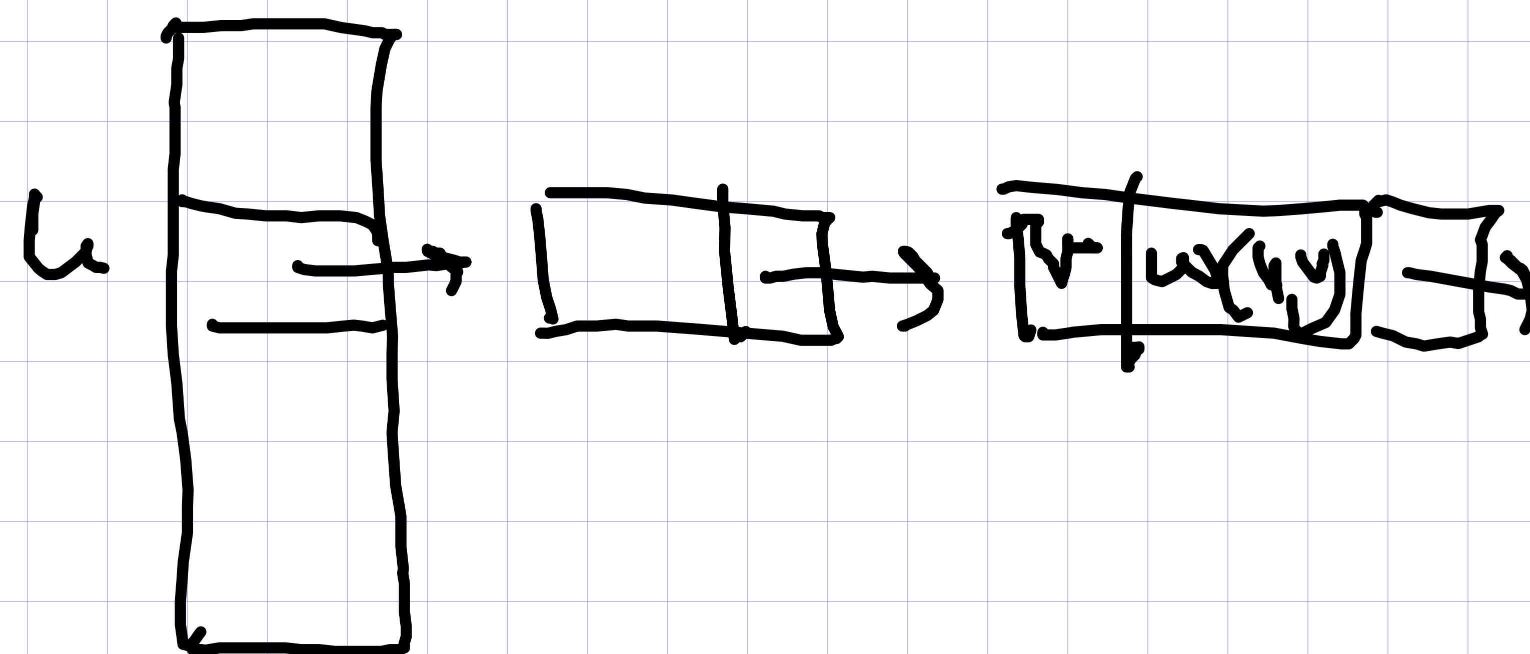
$(u, v ; w(u, v))$

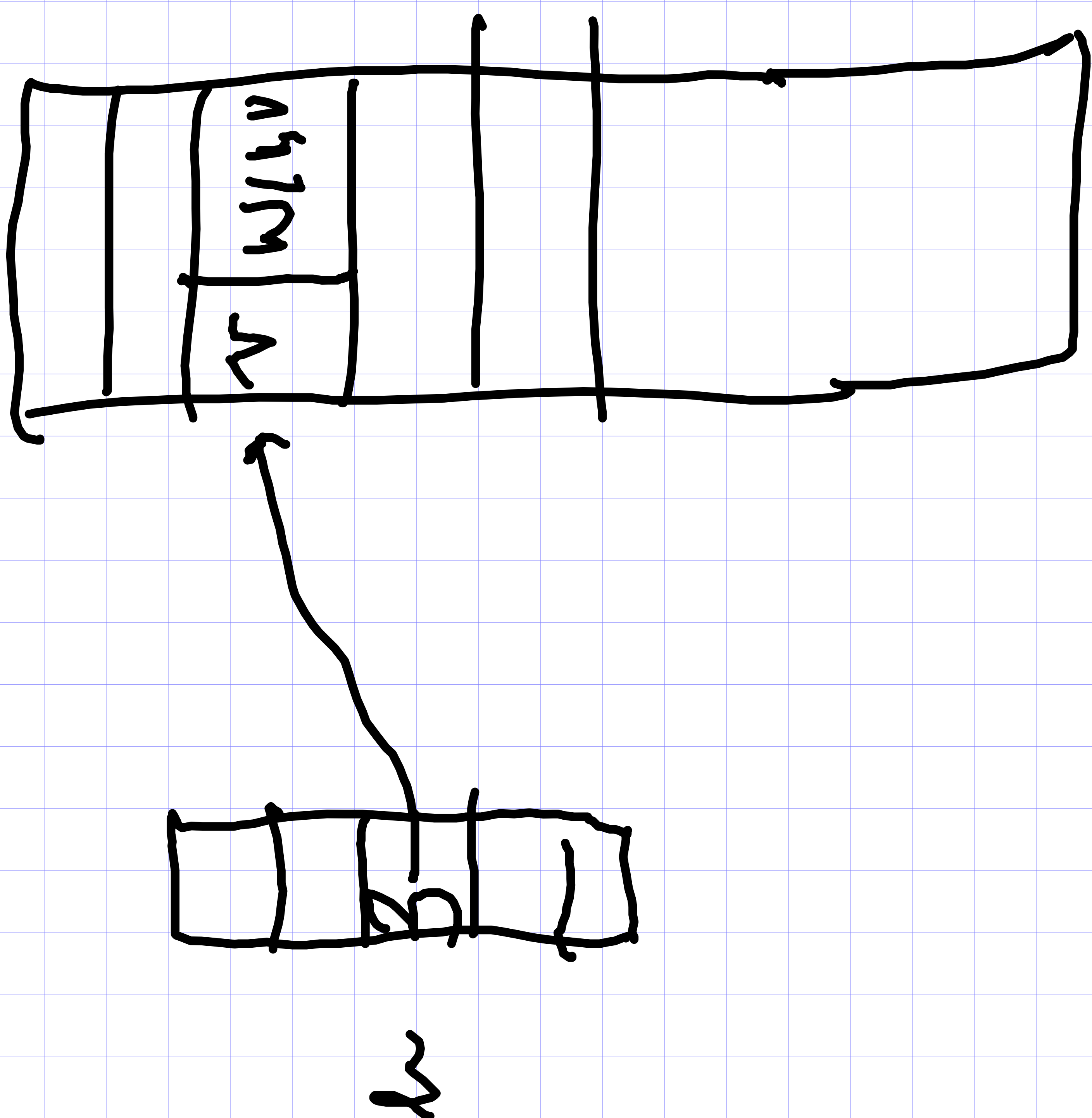
Rappresentazione

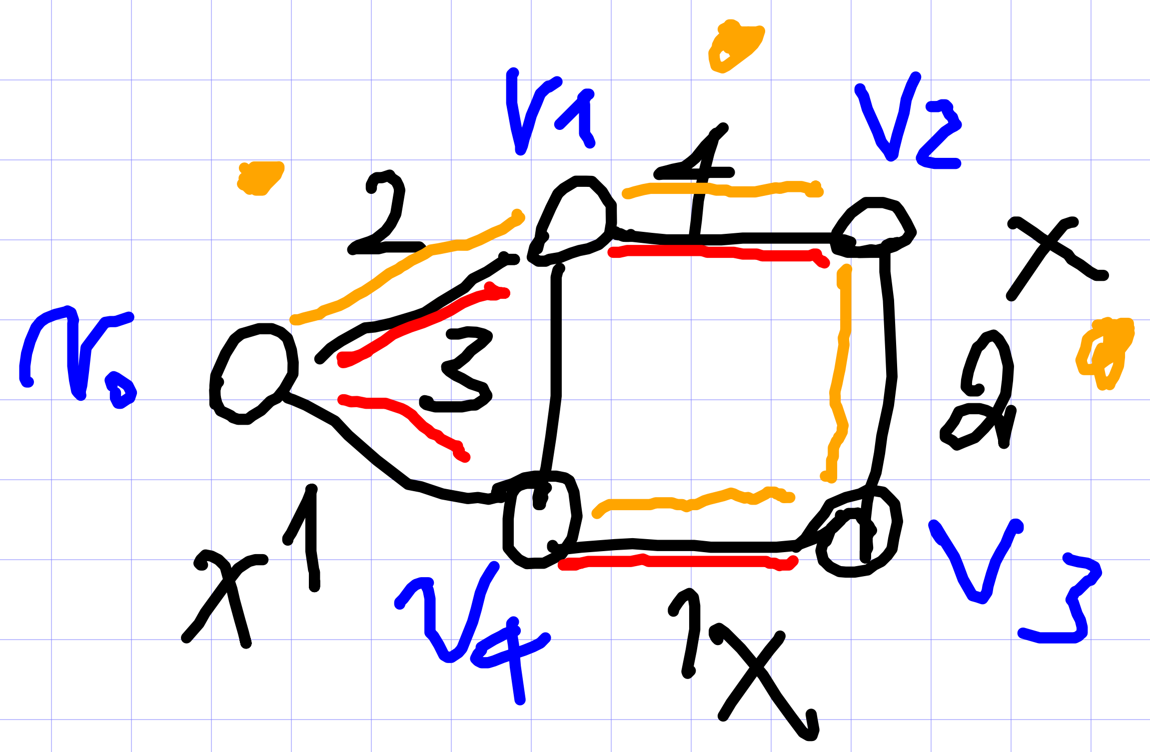
M.A.



L.A.







— DFS
— BFS

Tra tutti gli alberi di esplorazione cerchiamo l'albero dei cammini minimi radicato in v_0, ossia

$\forall v$: $p = v_0 \rightsquigarrow v$ tale che $W(p)$ sia minimo

$e_i = (v_{i-1}, v_i)$

$p = e_1 e_2 \dots e_r$

$$W(p) = \sum_{i=1}^{r} W(e_i)$$

$= \delta(v_0, v_r)$

grafi <u>pesati</u>

shortest path

= cammino di costo minimo
rispetto al peso
degli archi

grafi non pesati

distanza = # di archi attraversati

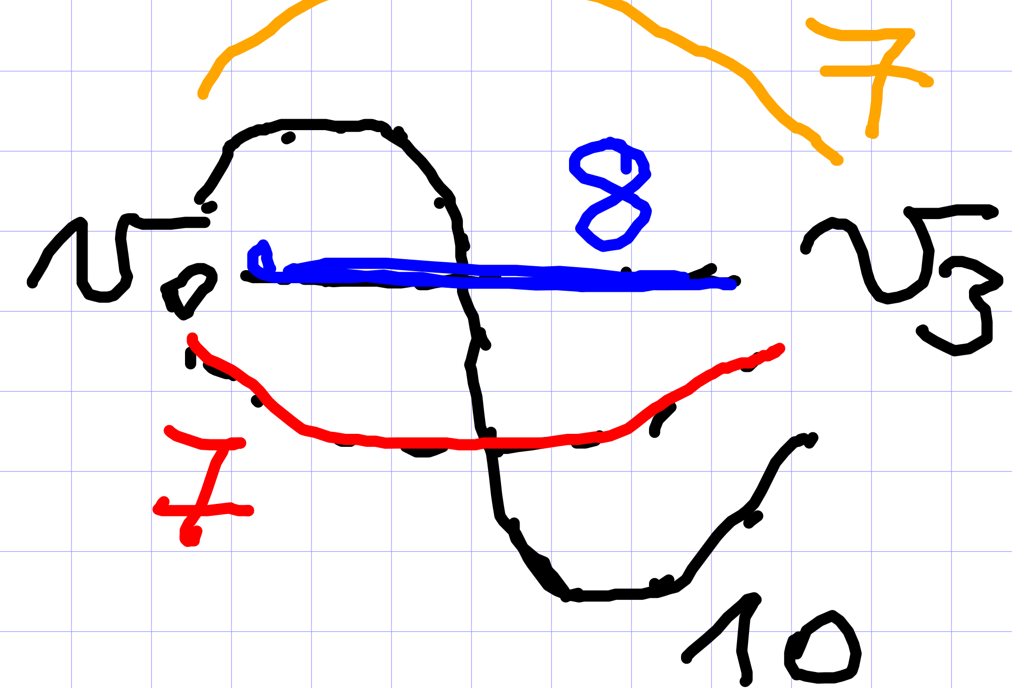
distanza = shortest path
$w: E \to 1$

$G := (V, E; a)$

→ albero dei cammini minimi dato una sorgente $s \in V$

$$P^* = e_1 \, e_2 \, e_3 \qquad e_i = (v_{i-1}, v_i)$$

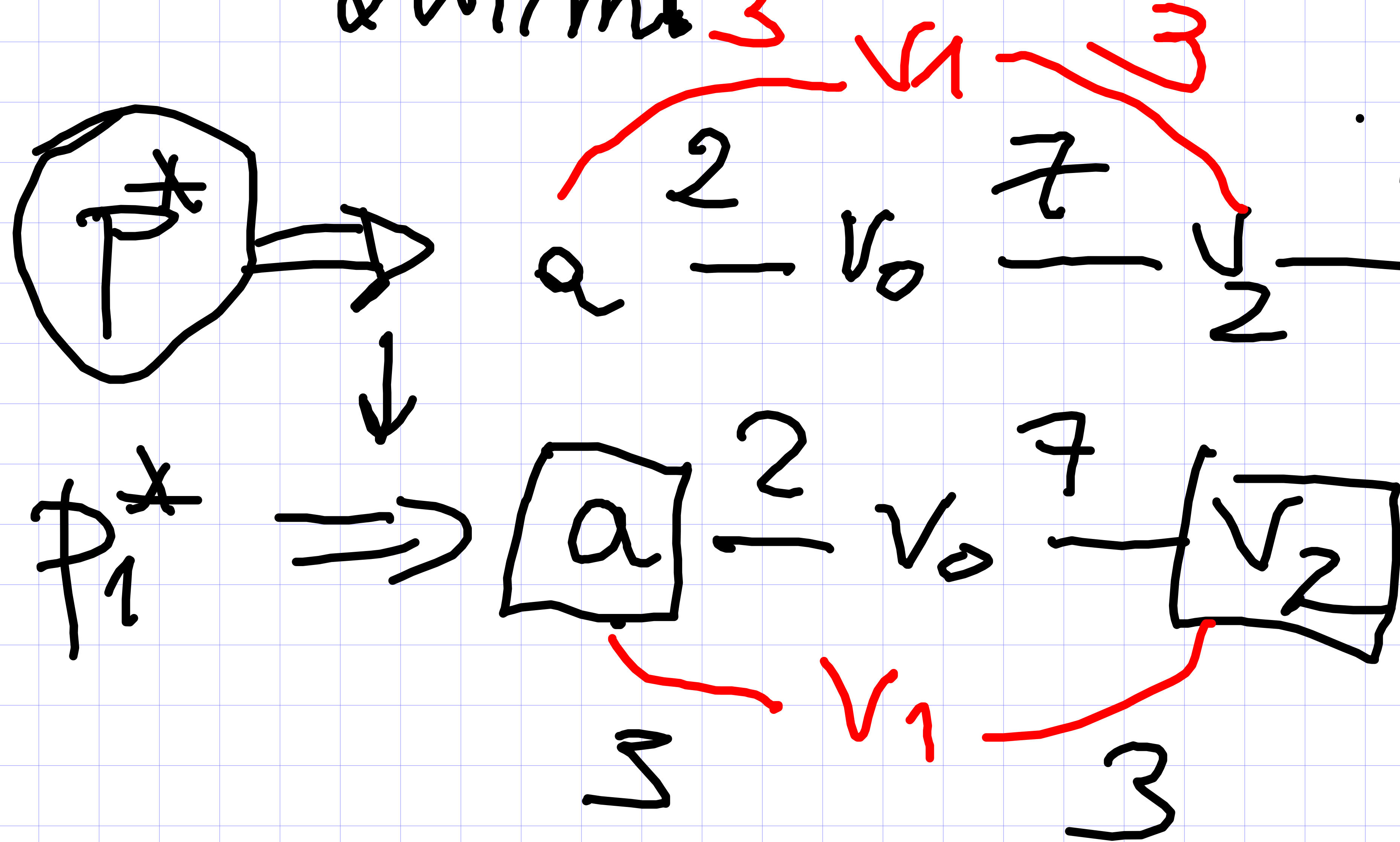
$$P_1^* = e_1 \, e_2$$



COSTO UNIVOCO
CAMMINO NO

OBS

Dato un cammino di costo minimo, tutti i sottocammini sono ottimi



è ottimo

$w(P^*) = 15$

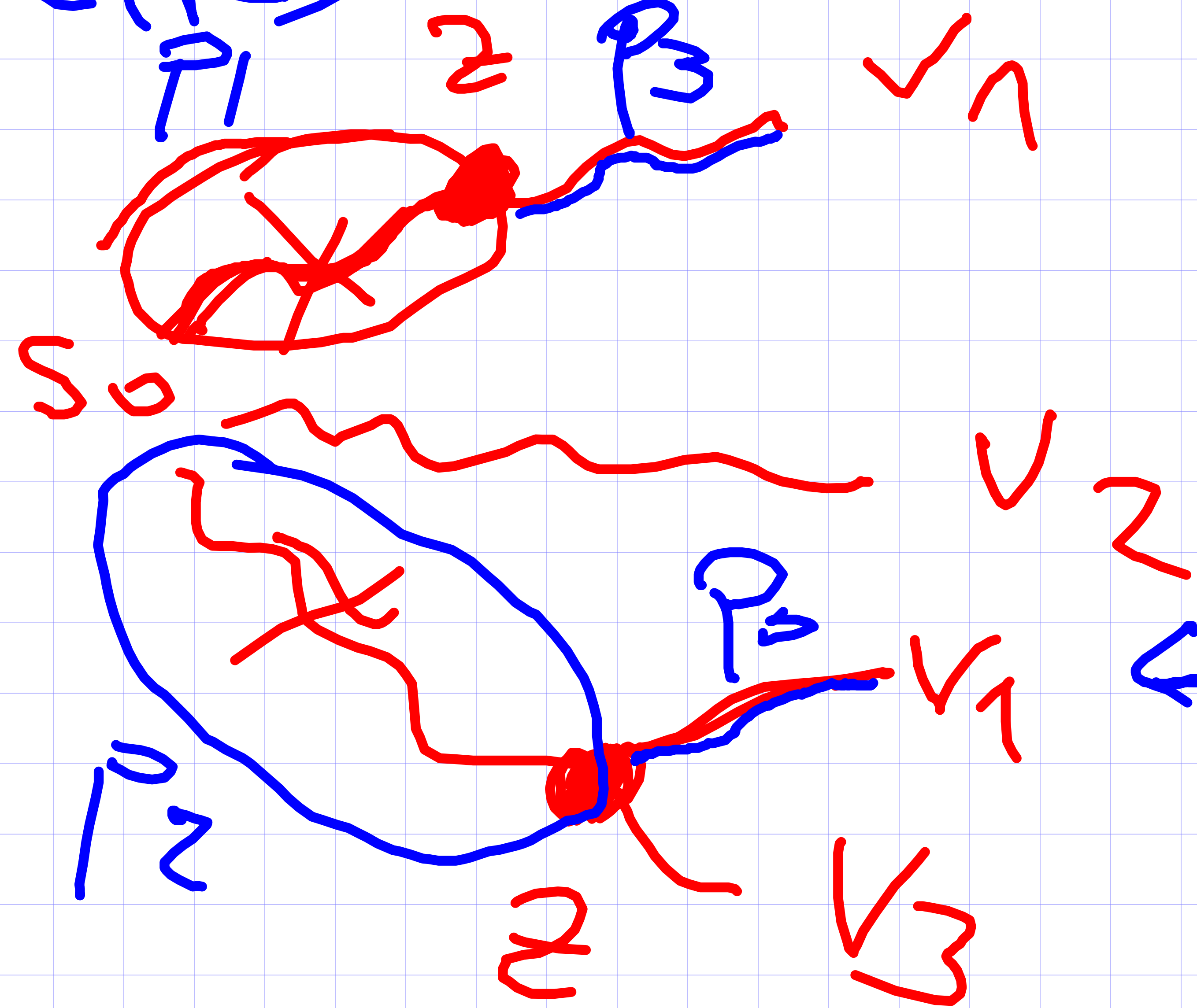
$w(P^{**}) = 14$

$w(P_1^{**}) = 6$

$c(P_1) + c(P_3)$

$=$

$c(P_2)$



[ALBERO DEI CAMMINI MINIMI]

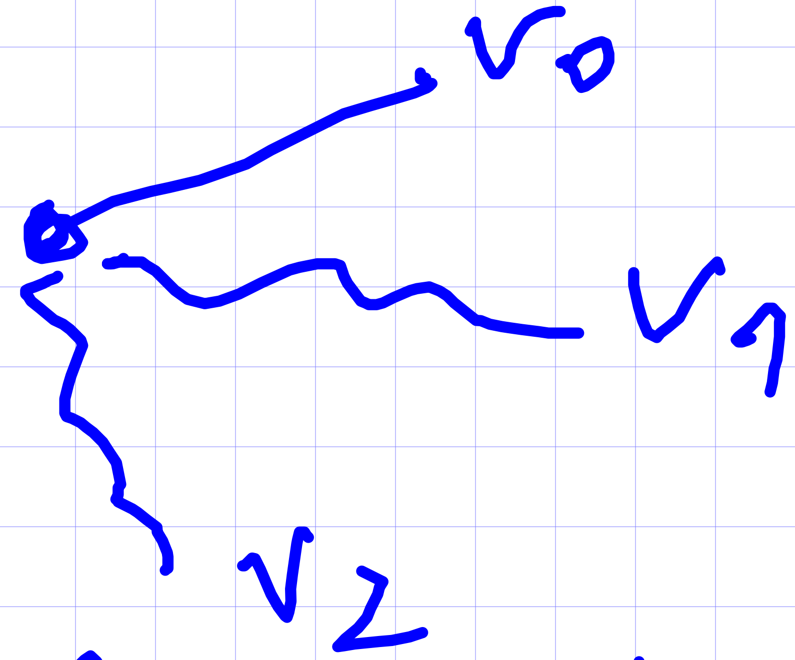
$c(P_2) + c(P_3) - c(P_1) + c(P_3)$

(spiego nel dettaglio nelle slides successive)

Perché abbiamo un albero di cammini minimi?

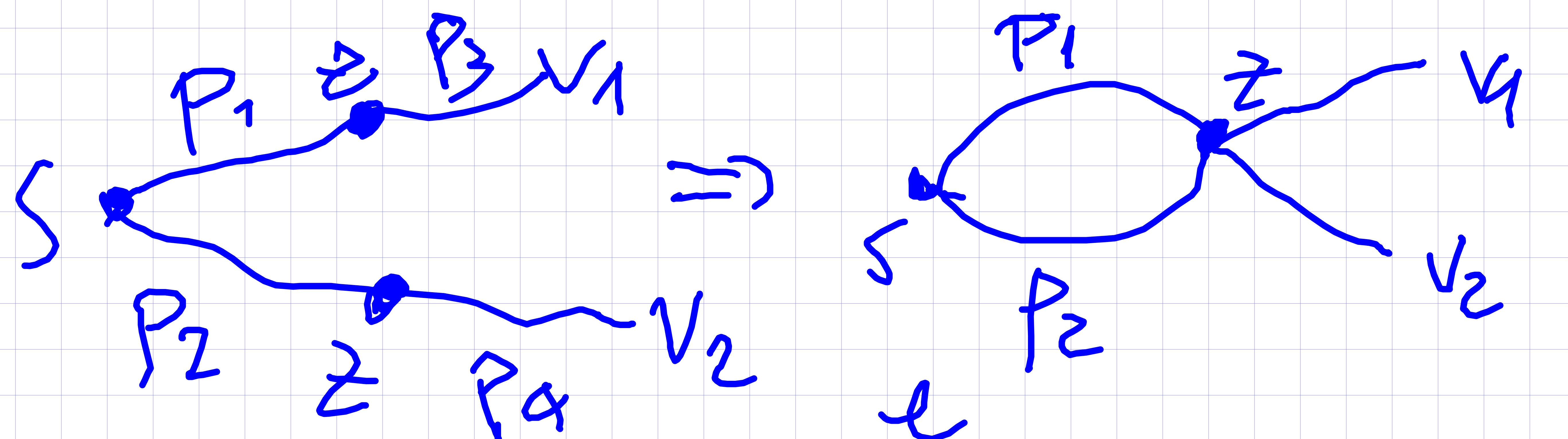
Supponiamo per iniziare che tutti i cammini siano distinti

→ non abbiamo contraddizione perché è ancora un albero



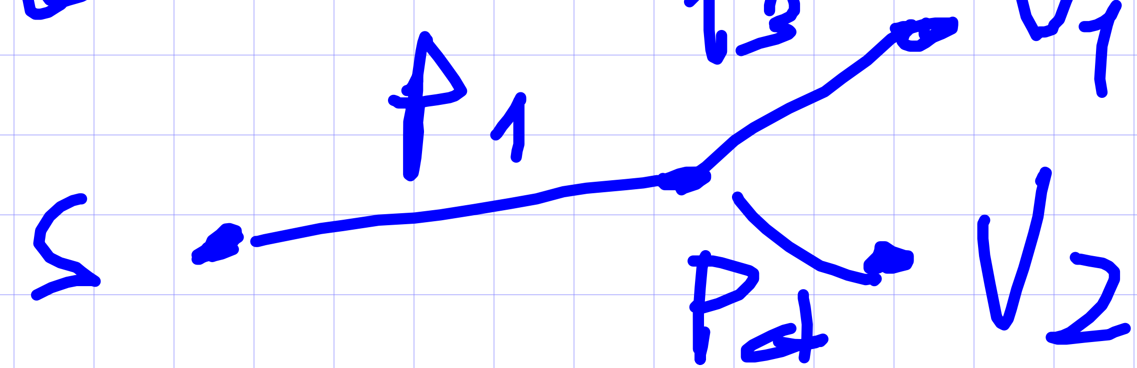
Tuttavia se 2 cammini condividono un nodo →

(e può essere che 2 cammini coincidano
in modo in quanto i nodi del
grafo sono finiti!
In tal caso, supponiamo per assurdo
che i due cammini siano distinti fino
al nodo coincidente z. Possiamo riscrivere.



Essendo s in $V_1 = P_1 \cdot P_3$ ottimo e s in $V_2 = P_2 \cdot P_4$ ottimo costo P_1 deve essere uguale al costo P_2. (Altrimenti si invalida l'ottimalità di uno dei due cammini).

Quindi possiamo sostituire P_2 con P_1 e otteniamo albero dei cammini minimi.



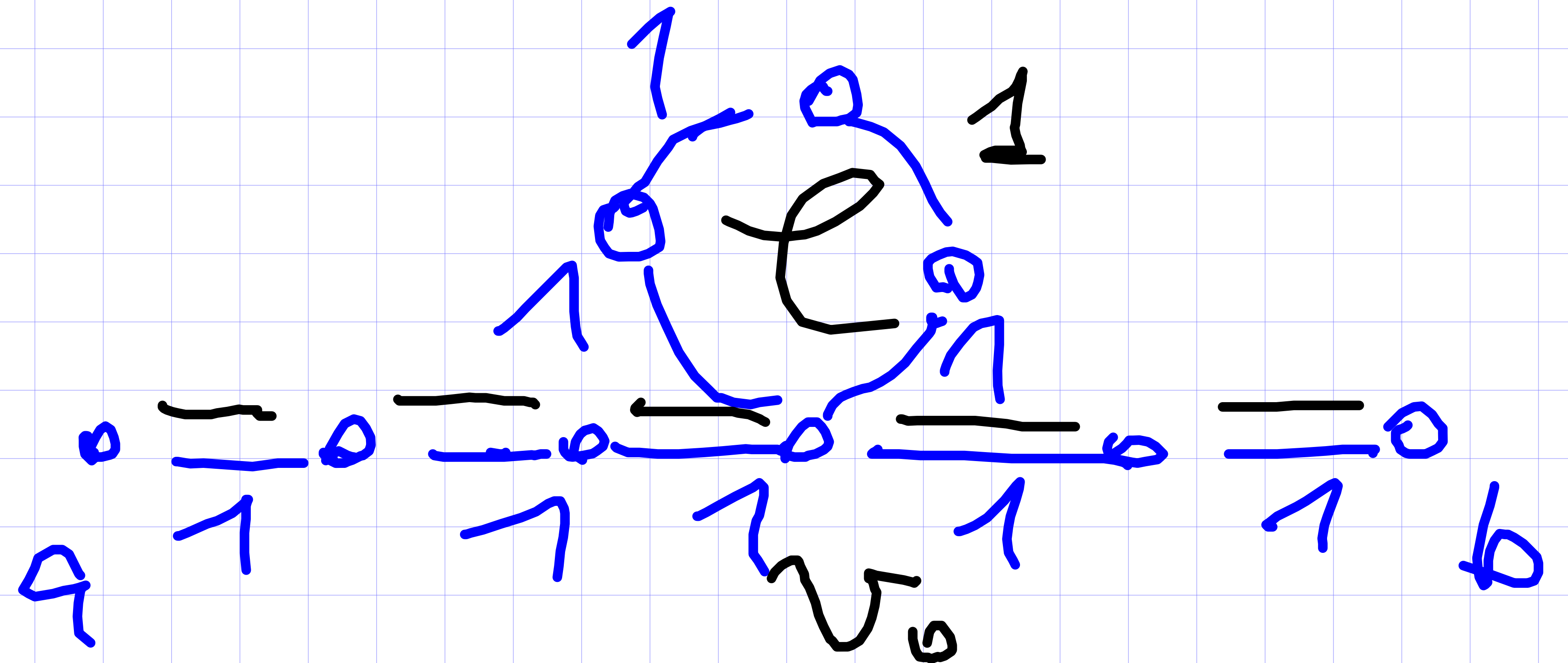
OBS

i cammini minimi sono semplici (non hanno cicli) se non $\exists$ no cicli di costo negativo

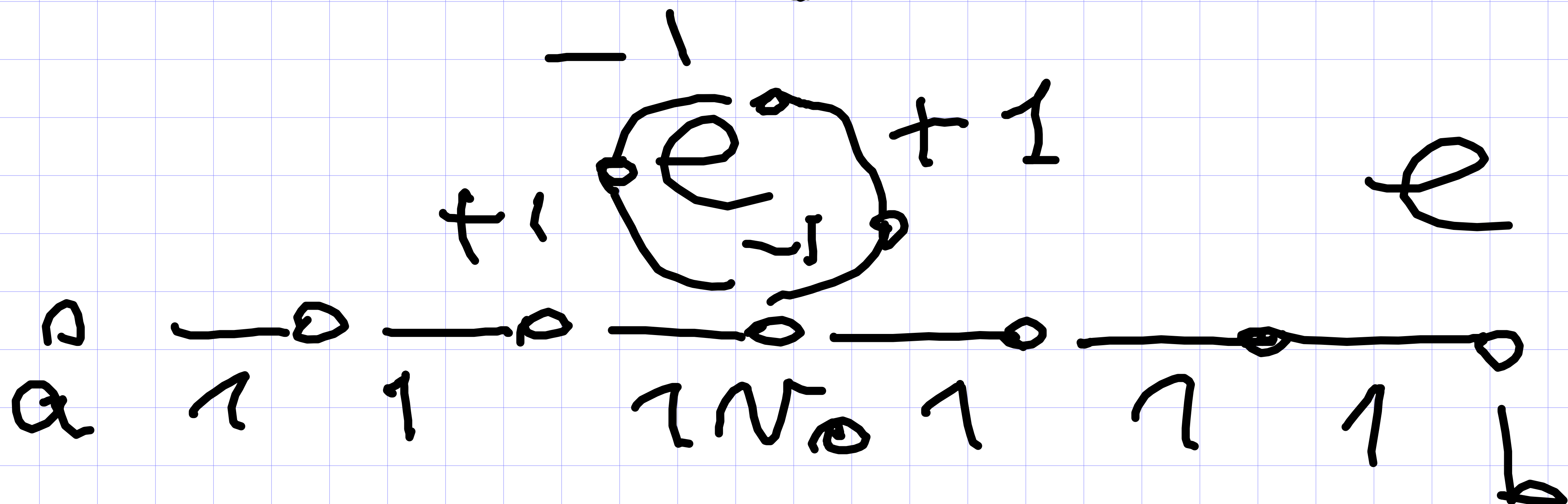
CAVEAT

Se $\exists$ ciclo di costo negativo $\nexists$ soluzione al cammino di costo minimo

$e > 0$



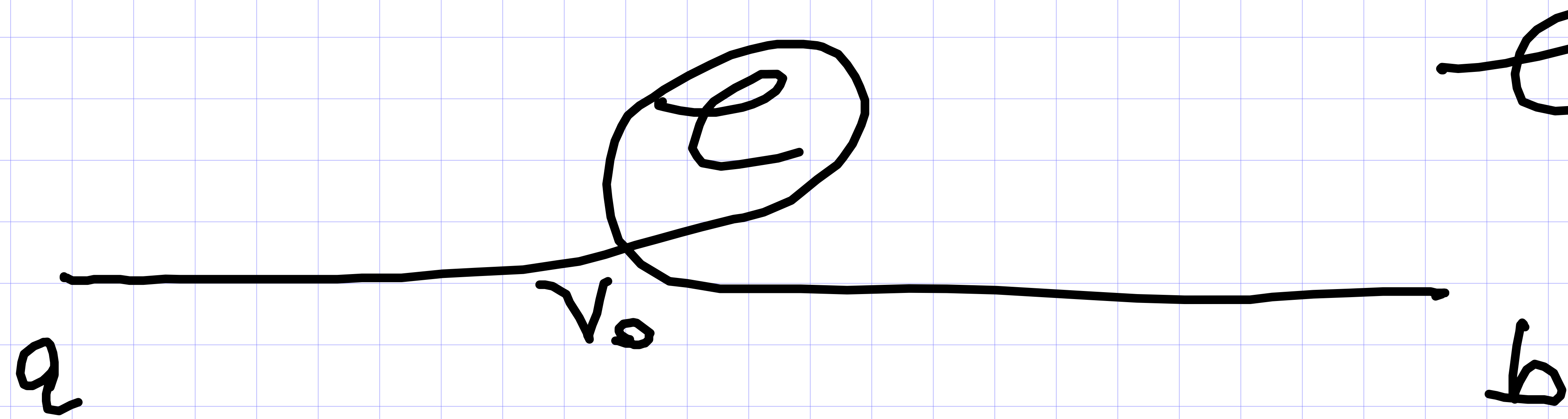
$e = \phi$



$a \rightsquigarrow v_0 \rightsquigarrow b$

$a \rightsquigarrow v_e \overset{e}{\rightsquigarrow} v_0 \rightsquigarrow b$

$e < 0$



$a \rightsquigarrow v_0 \rightsquigarrow b$

$a \rightsquigarrow v_0 \; e \; v_0 \rightsquigarrow b$

$a \rightsquigarrow v_0 \; e \, e \; v_0 \rightsquigarrow b$

$\nexists$ cammino minimo

1. Caso in cui archi hanno costo ($w: E \to R$) qualsiasi

$\exists$ soluzione $\Leftrightarrow$ $\nexists$ no cicli di costo negativo

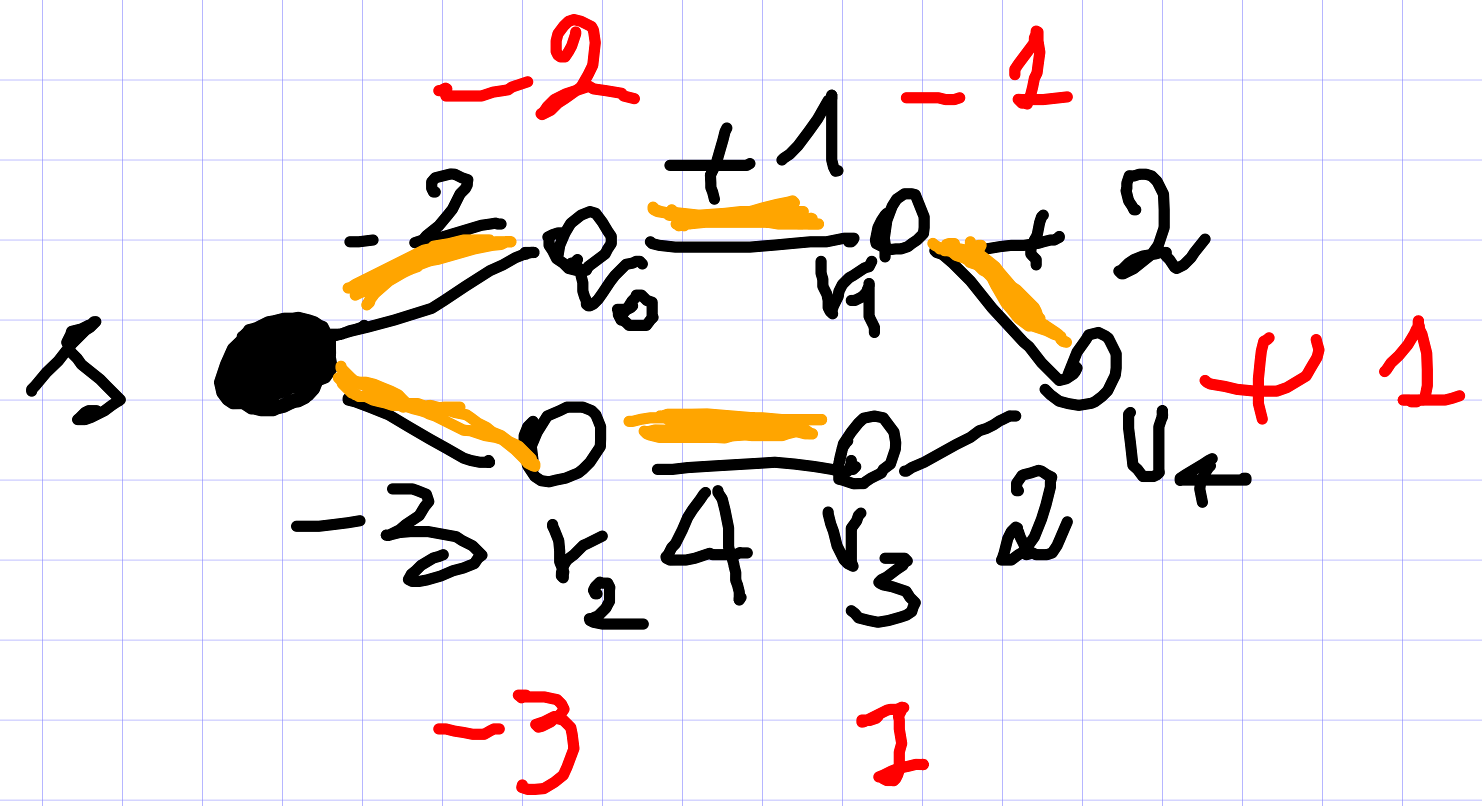
2. Caso in cui archi hanno costo non negativo

$w: E \to R^+ \geq \phi$

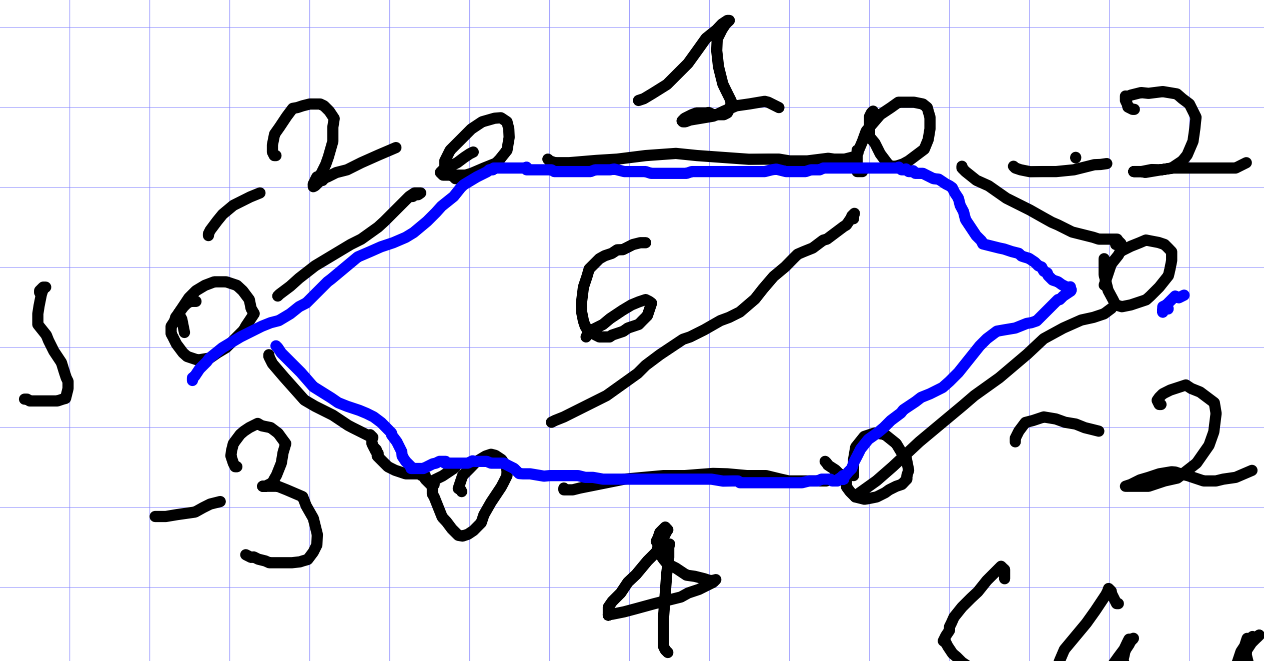
$\exists$ sempre la soluzione perché $\nexists$ no cicli negativi

$w: E \to \mathbb{R}$

$\boxed{\delta(s,s) = \phi}$



$\ell = 4$



$c = -4$

$\delta(s,s) = ?$

ϕ

-4

-8

-12

Sotto caso

$\forall e: \quad w(e) = 1$ (grafo non pesato)

Albero dei cammini minimi?

BFS

Concentriamoci

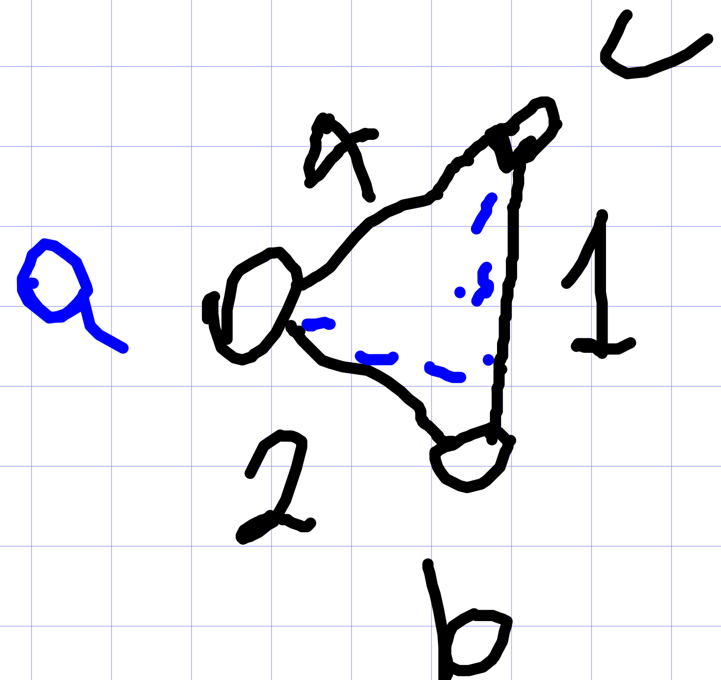
$w: E \to \mathbb{R}^+$

BFS non funziona

cammini minimi con source a

$\delta(a,a) = \emptyset = d(a)$ $\quad w : E \to \mathbb{R}^+$

$d(c) = d(a) + 4$



	✓		
Q	a	b	c
d	$\emptyset$	2	$\cancel{4}$ 3

} Aggiornamento dell'etichetta

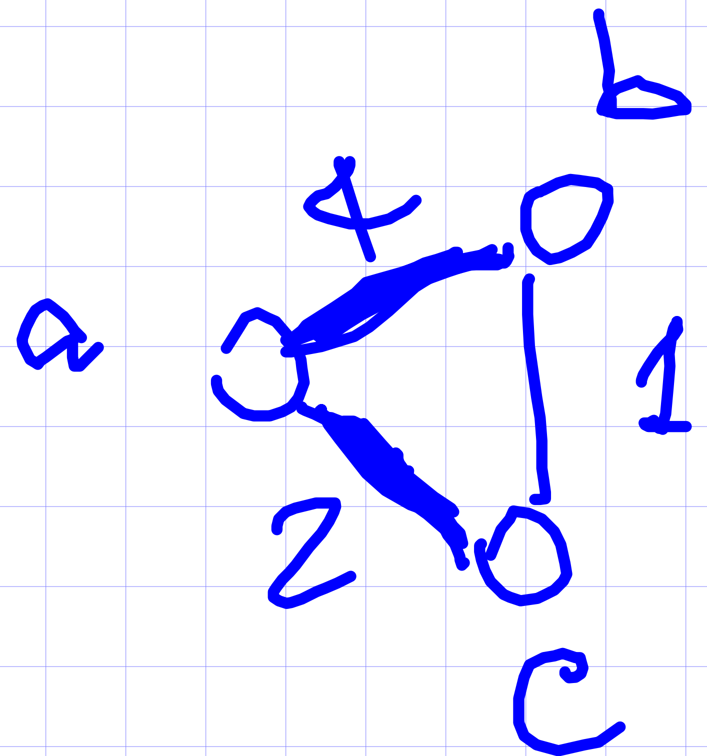
$d(c) = d(b) + 1 = 3 < 4$

=> RELAX
// cambia l'etichetta //

$d(b) = d(a) + 2$

TOCCARE + VOLTE

$\delta(a, a) = d(a) = \emptyset$



Q	$\cancel{a}$	b	c
d	$\emptyset$	4	2

$d(b) + 1$
$= 4 + 1$
$= 5 > 2$

SBAGLIA

$\cancel{F_1 \neq 0}$