CVIČENÍ MODELOVÁNÍ A SIMULACE

Cvičení 2 - LS 2014 – Michel Kana

Co uděláme ve dnešním cvičení?

1. **Oprava vstupního testu**
2. **Shrnuti minulého cvičeni**
3. **Malthusův model populací**
4. **Logistický model populací**
5. **Diskrétní modely jednodruhových populací**
6. **Shrnuti**

Oprava vstupního testu

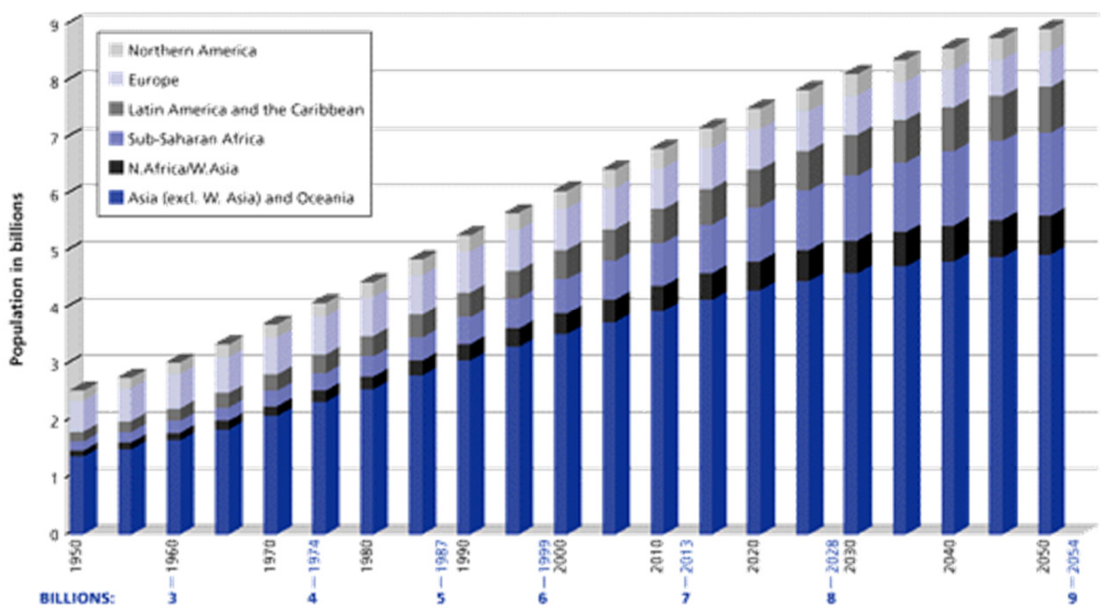
Shrnutí minulého cvičení

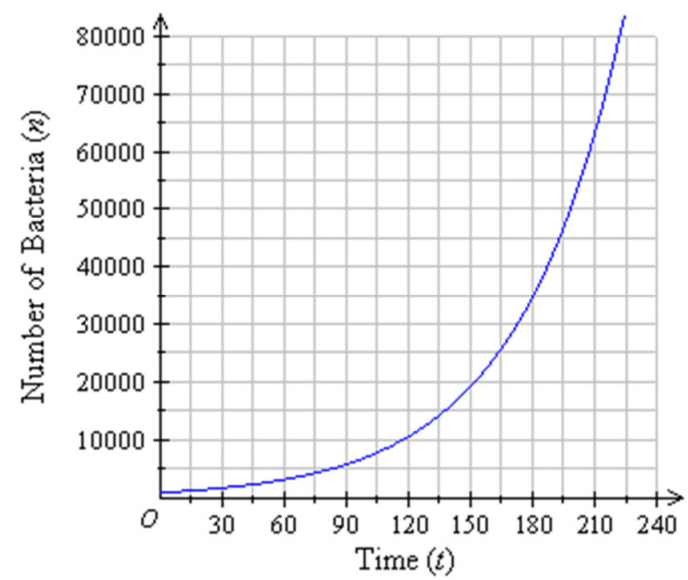
[Základ matematiky]
Koeficienty polynomu, stupeň polynomu, kořen polynomu.
Rovnice o jedné neznámé, lineární systém rovnic, nelineární systém rovnic.
Matice jako čtvercové schéma čísel, řádek a sloupec.
Lineární diferenciální rovnice a soustava rovnice .

[Matlab a Simulink]
Matlab je interaktivní programové prostředí pro počítání s maticemi, vykreslování grafů funkcí, implementace algoritmů, analýza a prezentace dat
Simulink je prostředí k simulaci dynamických systémů pomoci blokové schéma

Modely jednodruhových populací

- **Zakladni problematika**
  - Model změn v počtu obyvatelstva v důsledku interakcí organismů s životním prostředím, s jednotlivci jejich vlastního druhu, a s organismy jiných druhů

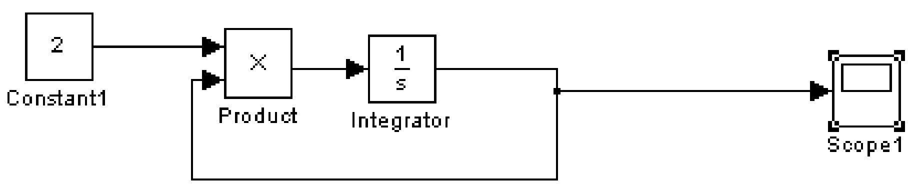


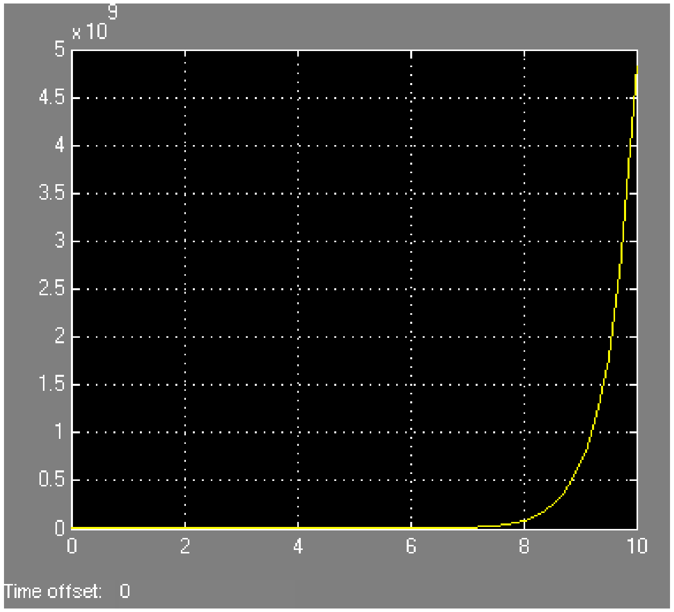


Malthusův model

- Populace je skupina jednotlivců z určitého druhu.
- Populace je vyjádřena svou velikostí (počet jedinců, X).
- Rozdíl úbytku a přírůstku v populaci je v čase stálý.
- Vliv prostředí se v čase nemění.
- Porodnosti je označení symbolem ρ.

$$\frac{dX(t)}{dt} = \rho \cdot X(t)$$

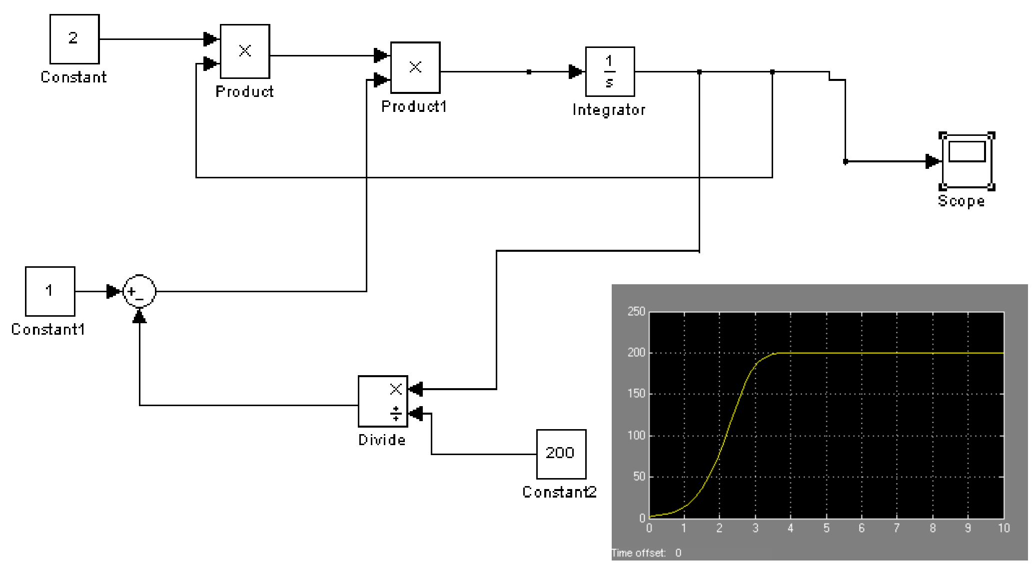




Logistický model

- Malthusův model popisuje geometrický vývoj populací, přinejmenším těch malých.
- Žádný skutečný růst ale nemůže být neomezený.
- V případě velkých populací není Malthusův model adekvátní.
- Logistický model nebo Verhulst model je mírná úprava Malthusův modelu s druhým parametrem
- Parametr K je kapacita životního prostředí sledované populace
  - $\rho > 0, 0 \leq X(0) < \frac{K}{2}$
  - $\rho > 0, X(0) > K$
  - $\rho > 0, X(0) = \frac{K}{2}$
  - $\rho < 0, X(0) = \frac{K}{2}$

$$\frac{dX(t)}{dt} = \rho \cdot \left(1 - \frac{X(t)}{K}\right) \cdot X(t)$$



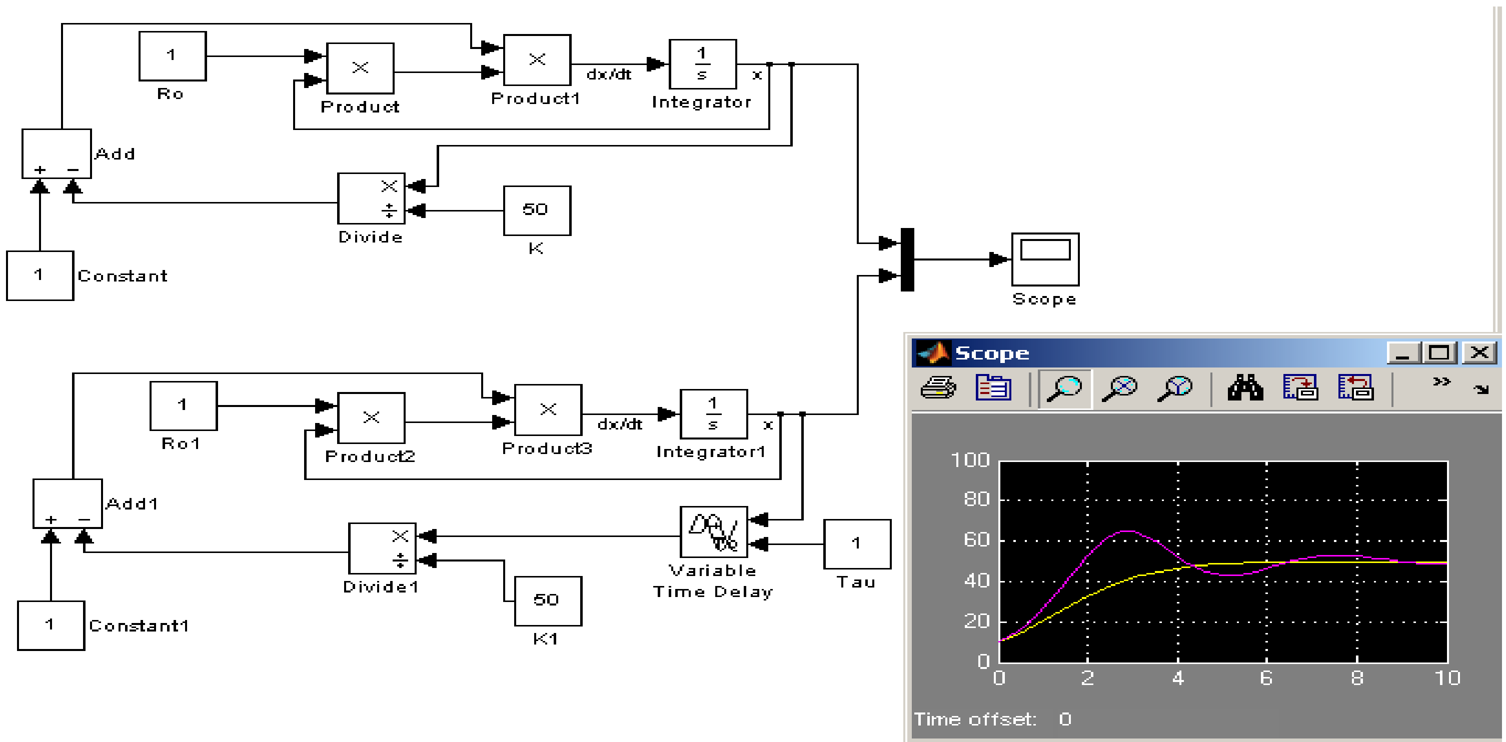
Logistický model se zpožděním

- Předpoklád je, že populace žije v prostředí s dostatečným zdrojem potravy.
- Nejdriv se rozmnožuje relativně rychle přibližně podle exponenciálního zákona.
- Pak se projevi vnitrodruhovou konkurenci a následkem toho se omezí porodnost.
- Navíc dospějí jedinci a způsobí rychlý pokles populační hustoty.
- Celý proces se opakuje.
- τ je střední doba dosažení reprodukční schopnosti.

$$\frac{dX(t)}{dt} = \rho \cdot \left(1 - \frac{X(t-\tau)}{K}\right) \cdot X(t)$$

Logistický model se zpožděním

$$\frac{dX(t)}{dt} = \rho \cdot \left(1 - \frac{X(t-\tau)}{K}\right) \cdot X(t)$$

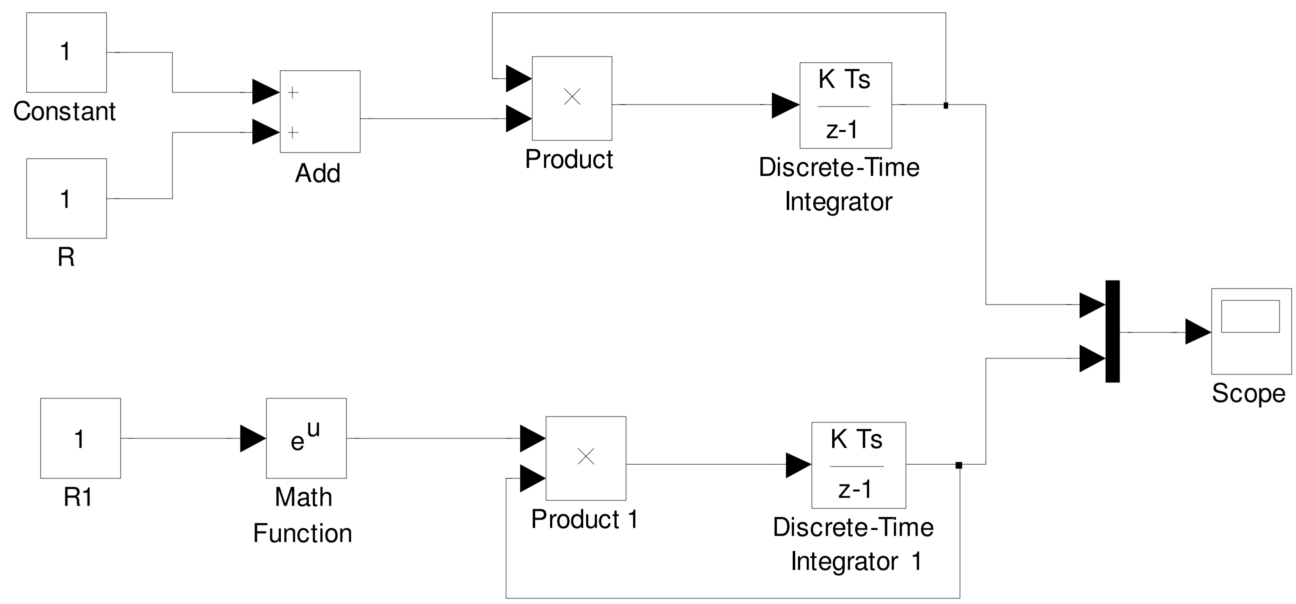


Diskrétní modely jednodruhových populací

- Generace žijící v populaci se navzájem nepřekrývají.
- Počet jedinců v následující generaci je určen funkcí pouze počtu jedinců v generaci předcházející.
- Intervaly T mohou být různě dlouhé - u primitivních organismů může být tato doba relativně krátká, u vyšších organismů to bývá zpravidla 1 rok.
- R je rychlost rozmnožování populace, např. počet potomků na jednoho z rodičů.

$$X_{n+T} = (1 + R) \cdot X_n$$

$$X_{n+T} = e^R \cdot X_n$$



Diskrétní modely populací se zpožděním

- Model použitý Mezinárodní velrybářskou komisí pro sledování, predikci stavu a záchranu světové populace kosticovitých velryb.
- K je kapacita prostředí bez rybolovu.
- P je porodní četnost velrybích samic při $X = K$.
- Q je maximální porodní četnost, pokud populační hustota klesne na malou úroveň.
- z je míra přesnosti s jakou je určena hustota populace.
- $(1-\mu)$ je pravděpodobnost, že novorozenec přežije první rok, $(1-\mu)^T$ že se dožije dospělosti.

$$X_{n+T} = (1-\mu)\cdot X_n + F(X_{n-T})$$

$$F(X_{n-T}) = \frac{1}{2}\cdot(1-\mu)^T\cdot X_{n-T}\cdot\left(P + Q\cdot\left(1-\left(\frac{X_{n-T}}{K}\right)^z\right)\right)$$

$$0 < \mu < 1$$

$$T = 5$$

Shrnutí dnešního cvičení

[Modely populací]

Model změn v počtu obyvatelstva v důsledku interakcí organismů s životním prostředím, s jednotlivci jejich vlastního druhu, a s organismy jiných druhů.

Malthusův model: růst je neomezený

Logistický model: kapacita životního prostředí sledované populace

Logistický model se zpožděním: střední doba dosažení reprodukční schopnosti

Diskrétní modely: počet jedinců v následující generaci je určen funkcí pouze počtu jedinců v generaci předcházející.

[Co bude dál?]

Příští týden budeme pokračovat s modelem dvoudruhových populací.