Latihan 2 PMC

1. Tunjukkan bahwa $T(n) = 5 = O(1)$.

[JAWAB]

Perhatikan jika untuk $n \geq 1$, $T(n) = 5$

$T(n)$ akan selalu $= 5 \cdot n^0$

Maka untuk $n \geq 1$, $T(n) = 5 \cdot n^0 < 6 \cdot n^0$

Jadi, gunakan $\boxed{C = 6}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$

untuk menunjukkan $T(n) = 5 = O(1)$.

2. Tunjukkan kompleksitas waktu algoritma selection sort adalah

$T(n) = n(n-1)/2 + n - 1 = O(n^2)$

[JAWAB]

Perhatikan bahwa jika $n > 1$,

$$T(n) = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2} + n - 1 = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - 1$$

maka $\frac{n}{2} < \frac{n^2}{2}$, dan $1 < \frac{n^2}{2}$

$$\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - 1 < \frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2} \quad = 1$$

Jadi gunakan $\boxed{C = 1}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$ untuk menunjukkan $T(n) = n(n-1)/2 + n - 1 = O(n^2)$.

3. Tunjukkan $T(n) = 6 \cdot 2^n + 2n^2 = O(2^n)$

[JAWAB]

Perhatikan untuk $1 \leq n \leq 4$, $n^2 \geq 2^n$

untuk $n \geq 4$, $2^n \geq n^2$ sehingga

$T(n) \leq 6 \cdot 2^n + 2 \cdot 2^n = 8 \cdot 2^n$

Jadi gunakan $\boxed{C = 8}$ dan $\boxed{n_0 = 4}$

supaya $T(n) = 6 \cdot 2^n + 2n^2 = O(2^n)$.

4. Tunjukkan $T(n) = 1 + 2 + .. + n = O(n^2)$.

[JAWAB]

Perhatikan untuk $n \geq 1$, $n \leq n^2$

maka

$T(n) = 1 + 2 + .. + n \leq n + n + n .. + n = n^2$

Jadi gunakan $\boxed{C = 1}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$

supaya $T(n) = 1 + 2 + .. + n = O(n^2)$

$^*S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$. $\begin{matrix} b = 0 \\ a = n \end{matrix}$ $= \frac{n}{2}(2n) = n^2$

5. Tunjukkan $T(n) = n! = O(n^n)$.

[JAWAB]

Perhatikan bahwa untuk $n \geq 1$, $n! \leq n^n$

maka

$T(n) = n! = n(n-1)(n-2) \cdot ... \cdot 1 \leq n \cdot n \cdot n \cdot n = n^n$

Jadi, gunakan $\boxed{C = 1}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$

supaya $T(n) = n! = O(n^n)$

6. Tunjukkan $T(n) = 1^k + 2^k + .. + n^k = O(n^{k+1})$

[JAWAB]

perhatikan bahwa untuk $n \geq 1$, $n^k \leq n^{k+1}$

$T(n) = 1^k + 2^k + .. + n^k \leq n^k + n^k + .. + n^k = n \cdot n^k$

$= n^{k+1}$

Jadi, gunakan $c = 1$ dan $n_0 = 1$ supaya

$T(n) = 1^k + 2^k + .. + n^k = O(n^{k+1})$.

7. Tunjukkan $T(n) = 5\log(3^n) = O(n)$.

[JAWAB]

Perhatikan bahwa $T(n) = n \cdot 5\log 3 = 2{,}39n$

maka $T(n) = 2{,}39...n < 3n$ untuk $n \geq 1$

Jadi, gunakan $\boxed{C = 3}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$

supaya $T(n) = 5\log(3^n) = O(n)$.

8. Tunjukkan $T(n) = \log(n!) = O(n\log(n))$.

[JAWAB]

Perhatikan bahwa $n\log(n) = \log(n^n)$

Karena diketahui untuk $n \geq 1$, $n! \leq n^n$

Jadi, gunakan $\boxed{C = 1}$ dan $\boxed{n_0 = 1}$ supaya

$T(n) = \log(n!) = O(n\log(n))$.

9. Bubble sort

$T(n) = an^2 + bn + c$

[JAWAB]

$T(1) = 0, \; T(2) = 1, \; T(3) = 3, \; T(4) = 6, \; ...$

$\quad 1 \quad\quad 2 \quad\quad 3$

$T(n) = O(n^2)$

$$\left.\begin{matrix} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{matrix}\right] \; 3a + b = 1$$

$9a + 3b + c = 3$

$3(3a + b) + c = 3$

$\boxed{c = 0}$ maka

$a + b = 0$

$$\left.\begin{matrix} 4a + 2b = 1 \\ 9a + 3b = 3 \end{matrix}\right] \; 5a + b = 2$$

$5a + b - (3a + b) = 2a = 1$

$\boxed{a = \frac{1}{2}, \; b = -\frac{1}{2}}$

JOYKO