

TP Scilab-Latex : Compte-rendu

Michel Yoeung (groupe 2)

22 Novembre 2017

1 Sensibilisation à l'arithmétique machine

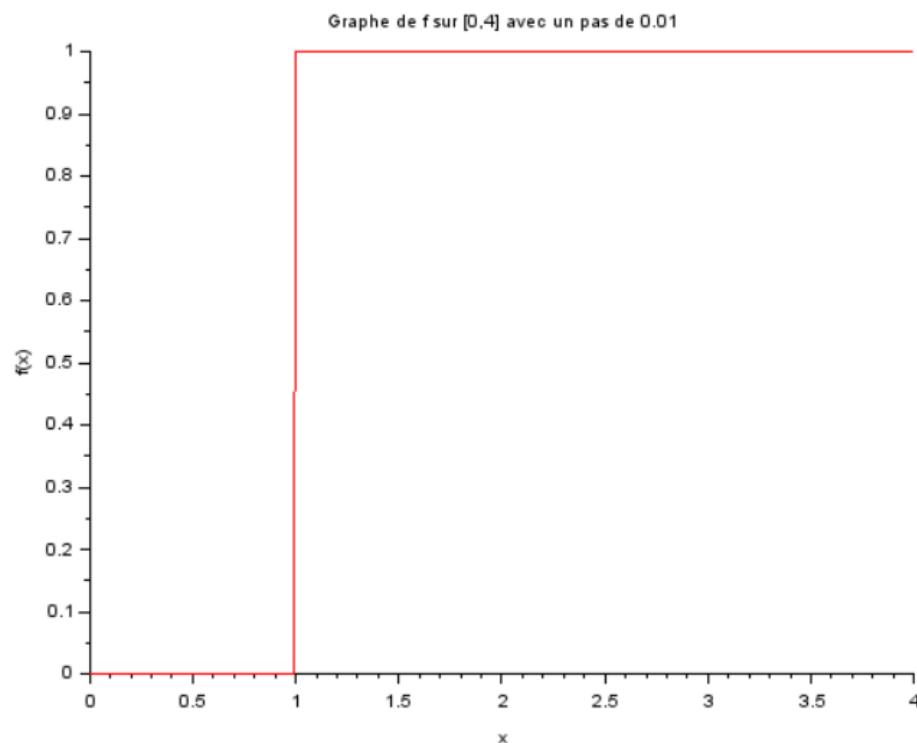
Exercice 1

On obtient $z = 0$ et $w = 1$.

Pour z , on évalue en premier $y + x : 1e(30) + 1e(-8)$ qui vaut toujours $1e(30)$ (pour Scilab) car le nombre de chiffres significatifs dépasse la limite de chiffres que peut gérer Scilab. On aura par conséquent, $1e(30) - 1e(30)$ qui vaut 0 donc $z = 0$.

Pour w , on évalue en premier $x - x$ qui vaut 0 puis $\frac{1e(-8)}{1e(-8)}$ qui vaut 1 donc $w = 1$.

Exercice 2



Lorsque $x \in [0, 1[$, $f(x) = 0$ car lorsqu'on répète la racine, on va s'approcher de 1 mais sans jamais être égal à 1 pile (un moment donné, la valeur de la racine carrée sera bloquée à la valeur juste en dessous de 1). Donc lorsqu'on va répéter les carrés par la suite, le résultat va décroître jusqu'à atteindre 0.

Lorsque $x = 1$, enchaîner les racines carrées et les carrées ne change rien et $f(x) = 1$ toujours. Lorsque $x \in]1, 4]$, $f(x) = 1$ car lorsqu'on répète la racine carrée, le résultat va décroître jusqu'à atteindre 1. Donc, lorsqu'on va répéter les carrés par la suite, le résultat va rester à 1.

Exercice 3

1. On a $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx = e - n \int_0^1 x^{n-1} e^x dx = e - n I_{n-1}$ et $I_0 = e - 1$.
En utilisant une fonction récursive sur Scilab (`courbe_racine.sce > suite(n)`), on trouve $I_{20} \approx -129.26$.

2. On a $I_n = \int_0^1 x^n \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{x^k}{k!} \right) dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{x^{k+n}}{k!} \right) dx = \int_0^1 \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N \left(\frac{x^{k+n}}{k!} \right) dx$.

$$\begin{aligned} \text{D'après Beppo-Levi, on obtient } I_n &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N \left(\int_0^1 \frac{x^{k+n}}{k!} dx \right) \\ &= \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N \left(\frac{1}{k!} \left[\frac{x^{k+n+1}}{k+n+1} \right]_0^1 \right) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N \left(\frac{1}{k!(k+n+1)} \right). \end{aligned}$$

En calculant cette somme jusqu'à $N = 10000$ sur Scilab (`courbe_racine.sce > serie_exp(n)`), on trouve $I_{20} \approx 0.1238$.

3. Il vaut mieux donc utiliser la série exponentielle plutôt que la récurrence car en utilisant la fonction récursive, on cumule 20 fois les erreurs de précision de Scilab pour finalement obtenir un résultat incohérent de I_{20} .

Exercice 4

On sait que $\int_a^b f(x) dx = \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N \left(\frac{b-a}{N} f(a + k \frac{b-a}{N}) \right)$.

On a donc $I_{20} = \int_0^1 x^{20} e^x dx = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{n} \left(\frac{k}{n} \right)^{20} e^{\frac{k}{n}} \right)$.

En calculant cette somme jusqu'à $n = 100000$ sur Scilab (`rectangle.sce > rectangle(n)`), on trouve $I_{20} \approx 0.1238$ ce qui correspond au résultat trouvé en 3.2.

2 Etude du phénomène de Gibbs

Exercice 5

aaa