

# Formulaire de réponse pour le test 2

---

## Michel Yoeung Groupe 2

### Question 1

- Calculer la probabilité de battre un record à l'épreuve  $m$

Réponse :

La probabilité de battre un record à l'épreuve  $m$  vaut  $\frac{1}{m}$ .

---

### Question 2

- Donner l'espérance de  $N$  pour  $n = 27$ .

Réponse :

L'espérance de  $N$  pour  $n = 27$  vaut  $\sum_{i=1}^{27} \frac{1}{i} \approx 3,89$  records battus.

---

### Question 3

- Calculer  $E[Y_n]$ .

Réponse :

$$E[Y_n] = \frac{n-1}{2}.$$

---

### Question 4

- Calculer la valeur de la variance  $\text{Var}[Y_3]$ .

Réponse :

$$\text{Var}[Y_3] = \frac{1}{3}.$$

---

### Question 5

- Calculer  $\text{Var}[Y_n]$  pour tout  $n \geq 2$ .

Réponse :

$$\text{Var}[Y_n] = \frac{n+1}{12}.$$

---

### Question 6

- Combien de tirages suffisent pour qu'avec une probabilité supérieure à 0.99,  $A_{n-1}$  soit proche de la valeur  $1/2$  à  $10^{-2}$  près.

Réponse :

En résolvant l'équation  $\frac{n+1}{12(n-1)^2} = 0,99 * 10^{-4}$ , on trouve  $n \approx 842$  tirages.

---

### Question 7

- Déterminer la valeur de  $c$ .

Réponse :

$c = 10$ .

---

### Question 8

- Déterminer la fonction de répartition de la variable  $Y$ . Donner sa valeur au point  $t = 2/3$ .

Réponse :

La fonction de répartition de la variable  $Y$  est  $F_Y(t) = t^5$ .

Si  $t = \frac{2}{3}$ ,  $F_Y(t) = \frac{32}{243}$ .

---

### Question 9

- Ecrire un algorithme de simulation d'un couple de densité  $f(x, y)$ .

Réponse :

On a  $f_X^{Y=y}(x) = \frac{10x * 1_{x < y}(x, y)}{y^3}$ .

Soit  $c = E[Nbrejets]$ .

On commence par simuler  $Y$  puis  $X$  sachant  $Y = y$  :

Répéter

```
U <-- random()
```

```
V <-- random()
```

```
Jusqu'à (c*V < 5*(U^4))
```

```
Y <-- U
```

Répéter

```
U <-- random()
```

```
V <-- random()
```

```
Jusqu'à (c*V < (10*U)/(Y^3) et U < Y)
```

```
X <-- U
```

---

**Question 10**

- On pose  $Z = XY$ . Déterminer la densité de la loi de la variable  $Z$ .

Réponse :

---