234218

**מבני נתונים 2**

מגישים:

מיכאל גלפנד 211763834

מאי אליאב 322208638

**תיאור מבנה הנתונים:**

**מבנה הנתונים שלנו יכלול:**

1. -טבלת ערבול המכילה את כלל רוכבי הסוסים. ממפה בין מזהה רוכב לבין מספר הקבוצה המקורית אליה הצטרף וכן את המאזן שלו.
2. - של כלל הקבוצות במערכת. *לכל קבוצה ניצור עץ הפוך (עץ שבו הבנים מצביעים לאבותיהם) כך שכל צומת מייצגת קבוצה (כולל גם את הקבוצות שנמחקו כתוצאה מאיחוד מוצלח). שורש כל עץ הפוך יצביע על מתאר קבוצה (*Team*) המכיל את מזהה הקבוצה שעדיין פעילה לאחר איחוד קבוצות ובנוסף את המאזן הכולל שלה.*
3. - טבלת ערבול הממפה בין ערכי המאזנים של כל קבוצה (למעט מאזן השווה ל0), לבין טבלת ערבול נוספת המכילה את כלל הקבוצות (שעדיין פעילות) עם מאזן זה.

***A diagram of a data flow

Description automatically generated***

מאחר ולא ידוע חסם על מספר הקבוצות והרוכבים, במימוש טבלאות הערבול שלנו ניעזר במערך דינמי. בעת אתחול טבלת הערבול, נאתחל תמיד את המערך לגודל קבוע (, לכן האתחול הוא בסיבוכיות זמן של O(1)). כפי שמוצג בתרגול, סיבוכיות המקום של מערך דינמי עם n איברים היא O(n) והסיבוכיות המשוערכת של הכנסה והוצאה היא O(1)- ניעזר בכך בהוכחת הסיבוכיות בהמשך.

כמו כן, את ה *מימשנו כך שיכיל:*

1. *sets - טבלת ערבול הממפה בין כל שורש למתאר הקבוצה המתאימה*
2. *Sizes - טבלת ערבול הממפה בין כל שורש לגודל העץ ההפוך שלו*
3. *Parents - טבלת ערבול הממפה בין כל צומת להורה שלו*

*באופן כללי כדי לבדוק אם מזהה קבוצה מסוים שייך לקבוצה פעילה (כלומר קיים מתאר קבוצה כלשהו עם מזהה זה), עלינו לסרוק את העץ ולמצוא את השורש בעץ ההפוך של המזהה הנתון, להגיע ממנו אל מתאר הקבוצה, ולבדוק אם המזהה שנמצא במתאר תואם למזהה הנבדק. אך חיפוש שכזה עלול לעלות .* *לכן* *בכל פעם שנבצע איחוד נבצע גם מיד אחרי על המזהה העדכני לאחר האיחוד. באופן זה, נבטיח שהצומת שמתאים למזהה הקבוצה המעודכן יהיה במרחק של לכל היותר 1 מהשורש, וכשנרצה לדעת אם מזהה מסוים שייך לקבוצה פעילה, כל שעלינו לבדוק זה האם הצומת הנתון/ההורה שלו הוא שורש, ואם כן אז האם מזהה זה שווה למזהה שנמצא במתאר הקבוצה.* *באופן זה נקבל שהסיבוכיות של בדיקה האם קבוצה מסוימת קיימת היא בממוצע על הקלט– נעזר בטענה זו בהוכחת הסיבוכיות שלנו.*

**סיבוכיות מקום של מבנה הנתונים שבנינו:**

**דרישת סיבוכיות:**

* *Jockeys – טבלת ערבול שמכילה n איברים, ומאחר שמימוש טבלת עירבול באמצעות מערך דינמי מבטיח כי גודל המערך הדרוש פרופוציונלי לn (מס' האיברים), נקבל שסיבוכיות המקום של jockeys היא O(n).*
* *Teams – מכילה שלוש טבלאות ערבול שכל אחת מהן חסומה ע"י O(m), כאשר m הוא מספר הקבוצות השונות שהיו לאורך ריצת התוכנית: sets, parents, sizes.*
* *Records – טבלת ערבול זו ממפה בין ערכי מאזנים לטבלאות ערבול. יש לכל היותר m ערכי מאזנים אפשריים לכן היא מכילה לכל היותר m טבלאות ערבול. כל טבלת ערבול פנימית מאחסנת את הקבוצות עם מאזן זהה. הגודל המצטבר של הטבלאות הפנימיות הללו אינו עולה על m, לכן סה"כ סיבוכיות המקום של records היא O(m).*

**נוכיח את סיבוכיות הפונקציות הדרושות:**

**דרישת סיבוכיות:** .

אתחול מספר קבוע של טבלאות ערבול ו, שמכיל בעצמו מספר קבוע של טבלאות ערבול. מאחר וכל טבלת ערבול ממומשת באמצעות מערך דינמי שמאותחל לגודל קבוע, אתחול כל טבלה כזו הוא בסיבוכיות זמן של ולכן הסיבוכיות הכוללת של האתחול היא .

**דרישת סיבוכיות:** .

סיבוכיות הזמן של הd’tor שווה לסך כמות האיברים בכלל מבני הנתונים שPlains מכילה, שכן על כל אחד מהם מופעל הd’tor שלו בעת הקריאה לd’tor של Plains. מאחר שכל אחד מהמבני הנתונים הללו הוא או בגודל של O(n) (jockeys) או בגודל של O(m) (teams,records) נקבל שהמספר הכולל של האיברים בכל טבלאות הערבול הוא O(n+m), ולכן זהו גם סיבוכיות הזמן של פעולה זו.

נדגיש כי מאחר ואנו משתמשים במערך דינמי במימוש טבלת הערבול, גודל המערך הוא O(x) כאשר x הוא מספר האיברים בטבלת הערבול, לכן מחיקת טבלת ערבול היא אכן בסיבוכיות של O(x).

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו.*

תחילה נבדוק האם הקבוצה הייתה קיימת מתישהו לאורך היסטוריית ריצת התוכנית (בין אם פעילה או לא), באמצעות טבלת ערבול parents ().

*אם לא, נכניס את הקבוצה ל. מההרצאה, הוספת קבוצה ל (שממומש באמצעות טבלת ערבול דינמית) הינה בסיבוכיות של בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו.*

**דרישת סיבוכיות:**  *בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו.*

תחילה נבצע חיפוש אם הקבוצה כבר קיימת ופעילה ( בממוצע על הקלט לפי הטענה לעיל).

*אם כן, נוסיף את הרוכב לטבלת הערבול של בסיבוכיות זמן של בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו.*

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-*

תחילה נמצא ב את הרוכבים הנ"ל, ונעדכן את המאזן שלהם בהתאם ( בממוצע משוערך על הקלט). לאחר מכן, נחפש (find) את הקבוצות אליהן שייך כל רוכב ( משוערך יחד עם  *ו-*) ונעדכן במתארי הקבוצה את המאזנים שלהם.

נמחק מrecords את הקבוצות עם המאזן הישן, ונכניס אותן מחדש עם המאזן העדכני (הוספה או מחיקה של איבר בטבלת ערבול- בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו).

מכאן שהסיבוכיות הכוללת של פעולה זו היא  *בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-, שכן כל אחת מהפעולות הללו מבצעת מספר קבוע של פעולות Union ו-find.*

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-.*

*תחילה נבצע בדיקה אם הקבוצות קיימות ופעילות ( בממוצע על הקלט לפי הטענה לעיל).*

אם כן, אז נמחק מrecords את שתי הקבוצות טרם האיחוד (באמצעות גישה למאזניהן), *נבצע בין הקבוצות ב (משוערך יחד עם ו-) תוך עדכון מתאר הקבוצה המתאים,* ונכניס את הקבוצה האחודה עם המאזן העדכני במידה ואינו 0 (הוספה או מחיקה של איבר בטבלת ערבול- בממוצע על הקלט משוערך עם עצמו).

*סה"כ: בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-, שכן כל אחת מהפעולות הללו מבצעת מספר קבוע של פעולות Union ו-find.*

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-.*

נבצע בדיקה האם קיימת בדיוק קבוצה אחת בעלת מאזן ובדיוק קבוצה אחת בעלת מאזן ב בממוצע על הקלט. אם כן, נחלץ את הקבוצות הללו מהטבלת ערבול ע"י כך שנרוץ על המערך בלולאה עד שניתקל ברשימה שאינה ריקה. כאשר יש בדיוק איבר אחד בטבלת ערבול, המערך הדינמי הוא בגודל ההתחלתי שלו (k=8) ולכן סיבוכיות הזמן של מציאת איבר זה היא O(1). לאחר שמצאנו את שתי הקבוצות עם המאזנים הללו, נבצע ביניהן כפי שמוסבר ב בסיבוכיות של  *בממוצע על הקלט משוערך יחד עם ו-. זו גם הסיבוכיות הכוללת של פעולה זו.*

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט.*

*נחפש את הרוכב בטבלת הערבול של ונחזיר את המאזן שלו ב בממוצע על הקלט.*

**דרישת סיבוכיות:** *בממוצע על הקלט.*

תחילה נבצע בדיקה אם הקבוצה קיימת ופעילה ( בממוצע על הקלט).

אם הקבוצה פעילה, אז בהכרח הצומת של teamId נמצא במרחק של לכל היותר 1 מהשורש, ולכן מציאת השורש ומתאר הקבוצה של teamId היא בO(1) בממוצע על הקלט. לאחר שמצאנו את מתאר הקבוצה, נחזיר את המאזן.

*סה"כ: בממוצע על הקלט.*