

Übungsblatt 4

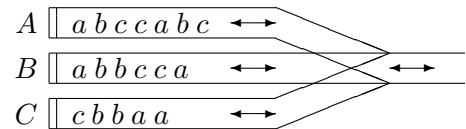
Aufgabe 4.1: Operationen auf Heaps

Es sei $H(1, n)$ ein Heap. Bestimmen Sie die Komplexitätsordnungen der folgenden Operationen, wobei als Ergebnis insbesondere die Heapeigenschaft erhalten bleibt bzw. aktualisiert wird.

- Einfügen eines beliebigen Elementes.
- Suchen des Minimums/Maximums bzw. eines beliebigen Elements.
- Entfernen des Maximums/Minimums bzw. eines beliebigen Elements.

Aufgabe 4.2: Sortieren mittels Stacks

In einem Sackbahnhof befinden sich drei Rangiergleise A , B und C . Auf jedem Gleis können beliebig viele Waggons mit den Bezeichnungen a , b und c abgestellt werden. Simulieren Sie unter Verwendung von Stacks (LIFO) Rangiervorgänge, so dass sich anschließend auf dem Gleis $X \in \{A, B, C\}$ genau die namensgleichen Waggons $x \in \{a, b, c\}$ befinden. Die Lock kann immer nur einen Waggon verschieben. Ändert sich die Situation, wenn eine Lock auch mehrere Waggons gleichzeitig von einem Gleis zum nächsten Gleis verschieben kann?



Aufgabe 4.3: Counting Sort

Counting Sort ist ein Sortierverfahren für Listen ganzer Zahlen, das nicht mit Vergleichen arbeitet. Sei a die zu sortierende Liste der Länge n , deren Elemente alle im Bereich $1 \leq a[i] \leq k$ liegen. Der Algorithmus besteht aus zwei Phasen:

- Zunächst wird in einem Durchlauf der Liste a für jede ganze Zahl $x \in \{1, \dots, k\}$ die Anzahl $c[x]$ der Elemente $a[i]$ mit $a[i] = x$ bestimmt. Anschließend wird $c[i] := c[i] + c[i-1]$ für $i = 2, \dots, n$ gesetzt.
 - Nun wird für $i = n, \dots, 1$ jedes Element $a[i]$ an die Position $c[a[i]]$ der Ausgabeliste b kopiert und $c[a[i]]$ um 1 verringert.
- Zeigen Sie, dass nach Abschluss der Phase (1) jeder Wert $c[x]$ gerade die Anzahl aller Elemente $a[i]$ mit $a[i] \leq x$ darstellt.
 - Zeigen Sie, dass die Ausgabeliste b alle Elemente von a enthält und sortiert ist.
 - Welche Zeitkomplexität hat Counting Sort, wenn $k \in O(n)$?

Bitte wenden!

Aufgabe 4.4: Suchalgorithmen

Es sei ein Array $\text{int } a[21]$ mit den Werten $a[i] = 2 \cdot i$ vorbesetzt. Ermitteln Sie jeweils die Folge der angesprochenen Indizes, wenn der Wert $k = 24$ gesucht wird und folgende Suchverfahren zur Anwendung kommen:

- a) sequentielles Suchen
- b) binäres Suchen
- c) Fibonacci-Suchen (recherchieren Sie dieses Verfahren eigenständig)
- d) exponentielles Suchen mit anschließendem binären Suchen

Wie sehen die Indexfolgen aus, wenn ein nicht enthaltener Wert gesucht wird?

Aufgabe 4.5: Median-of-Medians

Es sei ein Array A mit folgender Belegung gegeben: 8, 20, 27, 2, 31, 17, 26, 37, 11, 36, 5, 28, 21, 24, 9, 18, 29, 22, 4, 1, 7, 15, 12, 19, 32, 6, 30, 16, 25, 10, 33, 3, 23, 34, 13, 35, 14.

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Median-of-Medians-Strategie das 31. kleinste Element. Führen Sie die Pivotisierung analog zu Quicksort durch, wobei Sie zuvor jeweils den Median-of-Medians mit dem letzten Element austauschen (Pivotelement am rechten Rand).
- b) Zeigen oder widerlegen Sie: In einem Array der Länge n sind mindestens $\frac{3n}{10} - 6$ Elemente größer oder gleich dem Median-of-Medians.