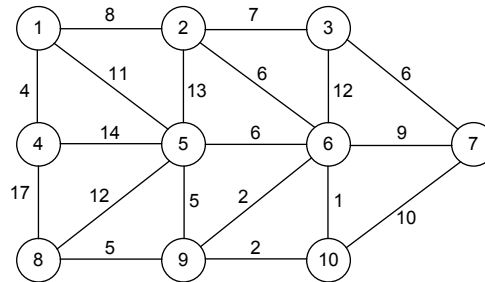


Übungsblatt 9

Aufgabe 9.1: Minimale Spann bäume

- a) Bestimmen Sie für den abgebildeten Distanzgraphen einen minimalen Spannbaum nach dem Algorithmus von Prim bzw. Kruskal. Stellen Sie die einzelnen Zwischenschritte graphisch dar.



Man zeige oder widerlege:

- b) Die kürzesten Wege in einem Graphen können anhand des minimalen Spannbaums bestimmt werden.
c) Der minimale Spannbaum ist stets eindeutig bestimmt.

Aufgabe 9.2: Spannbäume

Gegen ist folgender rekursiver Algorithmus (Divide-and-Conquer), welcher einen Spannbaum für den Graphen $G = (V, E)$ erzeugt. Teile den Graphen G in zwei möglichst gleich große jeweils zusammenhängende Teilgraphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ auf $(-1 \leq |V_1| - |V_2| \leq 1)$. Die Kantenmengen E_1 sowie E_2 bestehen nur aus Kanten, welche zwei Knoten aus V_1 bzw. V_2 verbinden. Wende den Algorithmus nun auf G_1 sowie G_2 an und verbinde die beiden entstandenen Spannbäume durch die günstigste mögliche Kante. Liefert dieser Algorithmus einen minimalen Spannbaum?

Aufgabe 9.3: Huffman-Codierung

- a) Erklären Sie das Prinzip der Huffman-Codierung am Beispiel der angeführten relativen Buchstabenhäufigkeiten.

Buchstabe	rel. Häufigkeit (in %)	Buchstabe	rel. Häufigkeit (in %)
a	16	g	12
b	3	h	7
c	5	i	1
d	11	j	10
e	15	k	6
f	14		

- b) Erstellen Sie das zugehörige Codebuch und berechnen Sie die mittlere Codewortlänge.
c) Wie viele Stellen benötigen Sie mindestens, um 11 Zeichen mit einem Binärcode fester Länge zu codieren? Was spricht aber für den Huffman-Code?

Aufgabe 9.4: Codierung von Doppelzeichen

Gegeben ist das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ mit $p(a) = 0.1$, $p(b) = 0.3$ und $p(c) = 0.6$. Berechnen Sie einen Huffman-Code für Einzel- und Doppelzeichen und geben Sie die mittlere Codewortlänge pro Zeichen an. Welche Vor- bzw. Nachteile haben die beiden Varianten?

Hinweis: Sie können annehmen, dass die Zeichen aus Σ unabhängig voneinander auftreten.

Aufgabe 9.5: LZW-Codierung

Bestimmen Sie die Ausgabe des LZW-Codieralgorithmus für den Text ababababbbacaaad. Führen Sie die Codierung ausführlich durch.

Aufgabe 9.6: (7-4)-Hamming-Code

Gegeben ist der (7-4)-Hamming-Code für die Nachrichten $m = (m_1, m_2, m_3, m_4) \in M$.

- a) Codieren Sie die Nachrichten 0110 sowie 1110.
- b) Dekodieren Sie die Codes 0000000 sowie 1011111. Mussten bei der Decodierung Bits rekonstruiert werden? Wenn ja, welche?