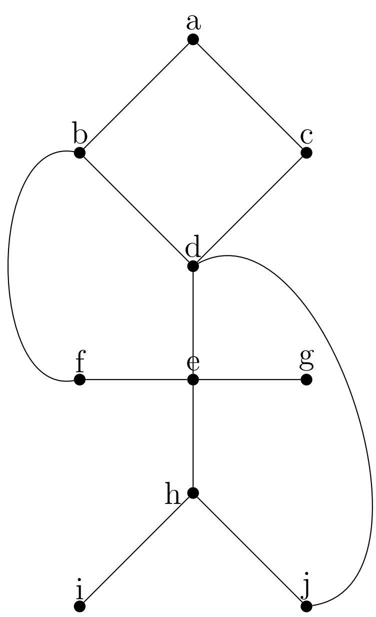
Teoria grafów i sieci, laboratorium nr 3

1. Na poniższym rysunku narysowany jest graf G. Oblicz liczbę

   - wszystkich możliwych dróg długości 3 pomiędzy wierzchołkami b, h.
   - wszystkich możliwych dróg pomiędzy wierzchołkami a i j, a także wyznacz najkrótszą drogę łączącą te wierzchołki. Jakiej jest ona długości?
   - wszystkich możliwych dróg pomiędzy wierzchołkami c, f o długości większej od 3 i mniejszej niż 7
   - wszystkich możliwych dróg w grafie $\overline{G} \times C_5$ o długości nie większej niż połowa mocy zbioru wierzchołków tego grafu

   Ponadto za pomocą macierzy sąsiedztw zbadaj spójność grafu $[(G \setminus \{e\}) \cup P_6] \times K_{1,3}$



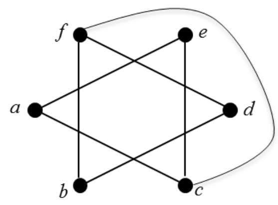
2. Sprawdzić czy poniższe grafy są eulerowskie. Wyznaczyć krok po kroku cykl Eulera (jeżeli istnieje), zgodnie z poniższym algorytmem. Krok po kroku, czyli nie trzeba pisać żadnego skryptu, tylko zrobić to mniej więcej tak: rysunek - komentarz jaką krawędź wybieram - rysunek po usunięciu krawędzi i ewentualnie wierzchołka izolowanego - itd aż do przejścia całego grafu i na końcu wypisanie w komentarzu jak wygląda cykl, tzn kolejność przechodzenia przez wierzchołki.

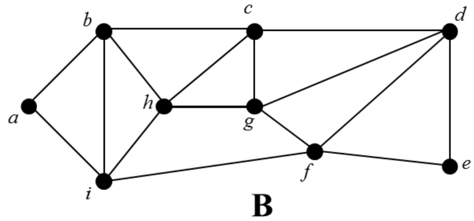
   Twierdzenie 1. *Niech G będzie grafem eulerowskim. Wówczas następująca konstrukcja jest wykonalna i daje cykl Eulera w grafie G. Zacznij cykl w dowolnym wierzchołku i przechodź krawędzie w dowolnej kolejności, dbając o zachowanie następujących zasad:*

   (a) Usuwaj z grafu przechodzone krawędzie i wierzchołki ***izolowane*** *powstałe w wyniku usuwania krawędzi.*

   (b) Przechodź przez most (krawędź, której usunięcie powoduje rozspojenie grafu, tzn, "rozpadnięcie" się grafu na dwie lub więcej części) wtedy i tylko wtedy, gdy nie ma innej możliwości.

A





B

3. Napisać skrypt sprawdzający warunek Ore'go dla grafu G.

   Twierdzenie 2 (Warunek Ore'go)**.** *Jeżeli w prostym n-wierzchołkowym grafie G, $n \geqslant 3$, dla każdej pary niesąsiednich wierzchołków x, y zachodzi $\deg_G x + \deg_G y \geqslant n$, to graf G jest hamiltonowski.*

Wskazówka: w grafie G wierzchołki są niesąsiednie wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje między nimi krawędź w grafie $\overline{G}$.