Lesvoorbereidingsformulier 2021- 2022

Stageplaats: MAST Sint-Michiels
Nummer van de stageles: 11

Persoonlijke leerdoelen voor deze les:
- Leerstof visueel aanbrengen
- Rust in de klas bewaren
- Niet te lang stilstaan bij niet-belangrijke vragen

1. ADMINISTRATIEVE RUBRIEK

- Naam van de student: Michiel Rogissart
- Educatieve Master: Informatica
- Naam van de mentor / stageleider: Janos Braem
- School en adres: MAST Sint-Michiels Veldstraat 2, 8200 Brugge
- Klas en studierichting: 5 Techniek-Wetenschappen
- Leervak: Ruimtemeetkunde
- Aantal leerlingen/studenten/cursisten: 16
- Datum: 11/3/22
- Lokaal: 105
- Lesuur: van 08u25 tot 09u15

LESONDERWERP
Vectoren in de ruimte

2. LEERPLANDOELSTELLINGEN + NUMMERS LEERPLAN

Leerplan: VVKSO D/2004/0279/022
LPD:

- ME13: Vectoren en coördinaatgetallen gebruiken om punten te bepalen in de ruimte.
- ME14: Vectoren en coördinaatgetallen en de bewerkingen ervan gebruiken om problemen in ruimtelijke situaties op te lossen.
- ME17: Afstanden tussen punten, rechten en vlakken berekenen.
- ME18: Hoeken tussen rechten, tussen rechten en vlakken en tussen vlakken berekenen.

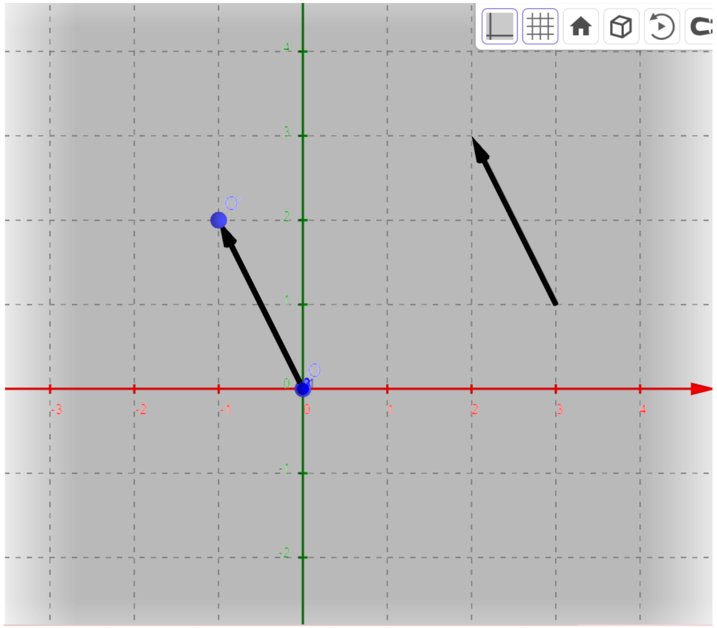
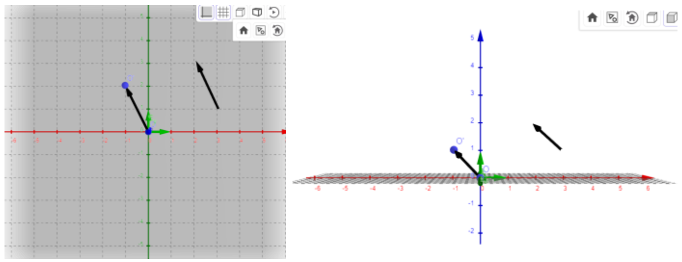
3. BEGINSITUATIE (van leerlingen/studenten/cursisten, leeromgeving,..)

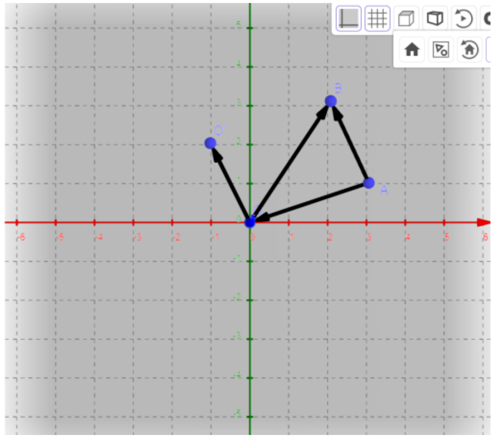
De leerlingen hebben het grootste deel al gezien in het vlak. De concepten uit het vlak worden nu doorgetrokken naar de ruimte.

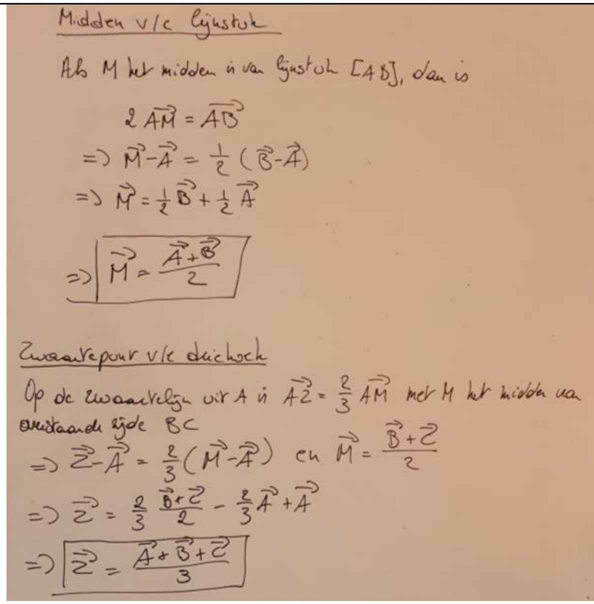
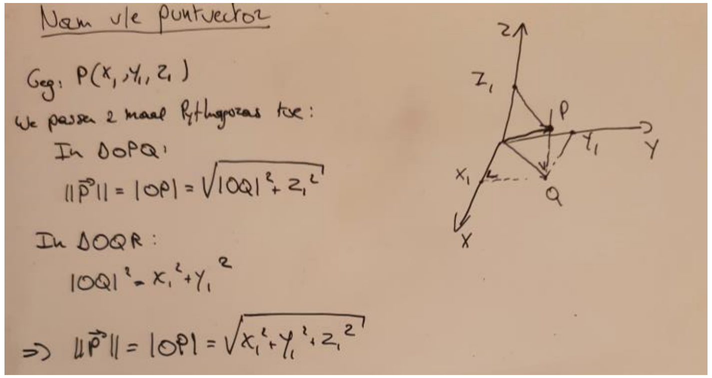
4. LESDOELSTELLINGEN

- De leerlingen weten wat een vector is
- De leerlingen snappen het nut van puntvectoren als representant van een vector
- De leerlingen kennen de formules voor bewerkingen op vectoren

Campus Dunant
Henri Dunantlaan 2
9000 Gent
www.ugent.be/pp/nl/opleidingen/eduma

Timing	Bord-schema	Leerlingactiviteiten en leerkrachtactiviteiten: didactische werkvormen en principes, organisatie- en groeperingsvormen	Leerinhouden	Zelfevaluatie
8u30		<u>Intro vector en puntvector</u> Een vector wordt gedefinieerd door z'n lengte, richting en zin. Dit wil zeggen dat we een vector, in tegenstelling tot een punt, vrij mogen versplaatsen over het vlak zonder hem te veranderen. Omdat we een vector mogen verplaatsen over het vlak, kunnen we een speciale plaats afspreken: wanneer het beginpunt in de oorsprong ligt. Nu wordt de vector ondubbelzinnig vastgelegd door 1 punt (het punt waar de vector eindigt). We kunnen dan ook spreken over de coördinaten van een vector, wat hetzelfde is als de coördinaten van het eindpunt van de puntvector. Vanaf nu zullen we zo goed als altijd met puntvectoren werken. Dit is een heel handige voorstelling voor een vector die ons veel rekenwerk kan besparen.	1: 	
8u33		<u>Eenheidsvectoren</u> We kunnen in ons assenstelsel enkele speciale vectoren afspreken: de eenheidsvectoren. Dit zijn de vectoren in de richting en zin van de assen met lengte 1. In de ruimte hebben we 3 dimensies, dus 3 eenheidsvectoren. Elke vector in de ruimte kunnen we nu construeren door de eenheidsvectoren te schalen (met scalair product) en deze dan op te tellen. Er geldt voor een puntvector: $\vec{P}(x, y, z) = x^*\vec{E}_x + y^*\vec{E}_y + z^*\vec{E}_z$	1: 	

8u40		<u>Bewerkingen</u> We hebben in het vlak al enkele bewerkingen op puntvectoren gedefinieerd. Deze blijven dezelfde in de ruimte. De optelling, verschil en scalaire vermenigvuldiging hebben allemaal als resultaat een vector. De scalaire vermenigvuldiging verandert de lengte van de vector. Als je een vector vermenigvuldigt met een negatief getal, verander je ook de richting. De zin zal altijd bewaard blijven.		
8u42		<u>Verband vector puntvector</u> Als we een vector hebben tussen twee punten (met een duidelijk begin- en eindpunt), dan willen we graag snel de coördinaten vinden van de puntvector die deze vector representeert. We kunnen dit doen via de formule van Chasles-Möbius: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{B} - \vec{A}$ *De leerkracht illustreert dit in geogebra* We vullen het voorbeeld aan: $\vec{A} = (1,-3,4), \vec{B} = (0,5,-2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1,8,-6)$	1:  2: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{B} - \vec{A}$	
8u47		<u>Bijzondere punten</u> We vullen het bewijs voor de formule van het midden van een lijnstuk en het zwaartepunt van een driehoek aan in de cursus (zie bordschema).	2:	

			 Midden v/c lijnstuk Als M het midden is van lijnstuk [AB], dan is $2\vec{AM} = \vec{AB}$ $\Rightarrow \vec{M} - \vec{A} = \frac{1}{2}(\vec{B} - \vec{A})$ $\Rightarrow \vec{M} = \frac{1}{2}\vec{B} + \frac{1}{2}\vec{A}$ $\Rightarrow \boxed{\vec{M} = \frac{\vec{A}+\vec{B}}{2}}$ Zwaartepunt v/e driehoek Op de zwaartelijn uit A is $\vec{AZ} = \frac{2}{3}\vec{AM}$ met M het midden van overstaande zijde BC $\Rightarrow \vec{Z} - \vec{A} = \frac{2}{3}(\vec{M} - \vec{A})$ en $\vec{M} = \frac{\vec{B}+\vec{C}}{2}$ $\Rightarrow \vec{Z} = \frac{2}{3}\frac{\vec{B}+\vec{C}}{2} - \frac{2}{3}\vec{A} + \vec{A}$ $\Rightarrow \boxed{\vec{Z} = \frac{\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}}{3}}$	
8u50		Norm van een vector We definiëren de norm van een vector, net zoals in de vlakke meetkunde, als de lengte van de vector. We bewijzen eerst de formule voor de norm van een puntvector (zie bordschema). De norm van een vector komt voort uit de nieuwe afstandsformule uit hoofdstuk 2.	2:  Norm v/e puntvector Geg: $P(x_1, y_1, z_1)$ We passen 2 maal Pythagoras toe: In ΔOPQ: $\|\vec{p}\| = \|OP\| = \sqrt{\|OQ\|^2 + z_1^2}$ In ΔOQR: $\|OQ\|^2 = x_1^2 + y_1^2$ $\Rightarrow \|\vec{p}\| = \|OP\| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$ 	

9u		<u>Hoek tussen vectoren + scalair product van vectoren</u> Ook in de ruimte kunnen we de hoek bepalen tussen twee vectoren. We kunnen dit doen met goniometrie of aan de hand van technieken uit hoofdstuk 1, of we kunnen gebruik maken van het scalair product tussen 2 vectoren. Er geldt immers: $\vec{A}.\vec{B} = \|\|\vec{A}\|\| \, . \, \|\|\vec{B}\|\|. \cos(\vec{A},\vec{B}) = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ Voor alle $\vec{A} = (x_1, y_1, z_1)$ en $\vec{B} = (x_2, y_2, z_2) \neq \vec{0}$ We vullen het voorbeeld aan: $\vec{A} = (2, 3, 1), \vec{B} = (5, \text{-}2, 3)$ $\vec{A} \, . \, \vec{B} = 2*5 + 3*(\text{-}2)\text{-}1*3 = 1$ Als de vectoren loodrecht op elkaar staan, is het resultaat van hun scalair product 0 aangezien de cosinus van 90 graden 0 is.		

6. SCHEMA'S (bord, transparant,...)
1: Geogebra 2: Bord
7. OVERZICHT VAN BIJLAGEN (o.a. media)
– Intro-ruimtemeetkunde.ggb – –
8. BRONNEN
– Cursus gemaakt door N. Delerue – –