

08 大数の定理と中心極限定理

1. 第7回：平均は本当に安定するのか？

今日のテーマは、とても素朴な疑問です。

「平均をとれば、もう安心」
それは本当でしょうか？

これまでの授業では、

- ・ データを集める
- ・ 平均を計算する

ところまでは、当たり前のように行ってきました。

狙い

平均は「安定した代表値」という思い込みを、あえて言葉にして表に出す。ここではまだ否定しない。

2. ポテト 30 人分の調査を思い出そう

ハンバーガーショップのポテト調査では——

- ・ 1日につき 30 人分 の重さを測った
- ・ その 30 人分をまとめて 平均 を計算した

ここで自然に出てくる考えは：

「30 人も集めれば、
平均はほぼ同じになるのでは？」

狙い

学生が「そう思っていた」と共感できる自然な予想を言語化する。

3.多くの人が、こう考えています

平均について、私たちはついこう考えがちです。

- ・人数が少ないと、平均はブレやすい
- ・人数が多くなると、平均は安定する
- ・30人も集めれば、もう十分では？

この考えは、感覚的にはとても自然

しかし――

狙い

学生が「自分もそう思っていた」と安心してうなづけるスライド。ここでは否定しない。

4. 今日、確かめたいこと

そこで、今日は次のことを確かめます。

問い合わせ①

- ・ 30人分の平均は、毎回ほぼ同じになるのか？
- ・ それとも、まだ少しずつ違うのか？

問い合わせ②

- ・ 平均を **何回も** 作ったら、どうなるのか？
- ・ その集まりには、何か特徴が現れるのか？

今日は、計算ではなく「実験」で確かめます

狙い

この後の実習①・②が、単なる Excel 操作ではなく「問い合わせに答える実験」だと理解させる。

5. では、実験してみよう

ここまで話は、すべて予想です。

- ・ 30人も平均すれば安定する？
- ・ 日が違っても、平均は同じ？

実際のデータで、確かめてみます

今日の実習では、

- ・ 1日分（30人）の平均を作り
- ・ それを日ごとに比べます

狙い

「実習＝作業」ではなく「予想を検証する実験」だと位置づける。

6. 実習①：日別平均は本当に同じか？

今日の実習の目的

- ・ ポテト 30 人分の重さデータがある
- ・ 1日分（30 人）をまとめて **平均** を計算する
- ・ 日ごとの平均を比べてみる

確認したいこと

- ・ 30 人も平均すれば、毎回ほぼ同じになる？
- ・ それとも、まだ **揺れ** が残る？

狙い

「平均=安定しそう」という直感を一度信じさせてから、実際のデータで揺れを確認させる。

7. 実習①：日別平均を計算する

手順①：各日の平均を出す

1. poteto30.xlsx を開く
2. G4～M4 に月～日の値を入れる
3. G5～M5 に式をセット
4. 曜日別の平均を計算する

例（月曜日 の場合）

- ・セルに次の式を入力：

```
=AVERAGEIF(B:B,G4,C:C)
```

月～日 すべてについて平均を求める

操作

「30人分=1日分の調査」という考え方を強調。まだサンプル・母集団という言葉は使わない。

8. 実習①：日別平均を比べてみる

手順②：平均を並べて確認

- ・月曜日～日曜日 の平均値を横に並べる
- ・数値をそのまま見比べる

余裕があれば

- ・日別平均の折れ線グラフを作成する
- ・縦軸：平均値／横軸：日

確認

- ・平均は毎回まったく同じ？
- ・少しずつ上下に動いていない？

狙い

「平均をとっても揺れる」という事実を、理屈なしで体験させる。次の実習への違和感を残す。

9. 実習②：平均をたくさん作る

ここからの実習の目的

- ・ 実習①では、日ごとの平均が **揺れる** ことを確認した
- ・ では、平均を **何回も** 作るとどうなるか？

今日やること

- ・ 30人分のポテトデータから
- ・ 「1回分の平均」を何度も作る
- ・ その平均たちを集めて眺める

狙い

「平均は1つの値ではなく、集めると分布になる」という感覚を体験で作る。

10. 実習②：平均を1回作る（関数で一発）

手順①：抽出件数を決める

- ・ B1セルに「取り出す件数」を入力（例：30）

手順②：ランダムに抜き出した平均を1つ作る

- ・ B2セルに次の式を入力（A2:A211が210件のデータ）

B2に入力する式

```
=AVERAGE(  
    TAKE(  
        SORTBY($A$2:$A$211, RANDARRAY(ROWS($A$2:$A$211))),  
        $B$1  
    )  
)
```

狙い

並べ替え作業を関数に隠すことで、実習を「作業」から「観察」へ寄せる。 $B1=30$ は「30 個取り出した平均」を意味する（用語はまだ出さない）。

11. 実習②：平均を何回も作る（コピーで量産）

手順③：平均をたくさん作る

- ・ B2 の式を 下方向にコピーして平均を量産する
- ・ 例：B2～B51（50 回分の平均）

ポイント

- ・ コピーした各セルは、毎回ランダムに取り出すので値が少し変わる
- ・ これらの平均値1つ1つを「結果」として集める

操作

値が動いて見えたなら OK。動きが気になる場合は「コピー→値貼り付け」で固定してもよい（任意）。

手順④：平均の列を眺める

- ・ B2～B51 に平均値が並んだ（例：50 個）
- ・ まずは「どのあたりに集まっているか」を数字で確認する

確認

- ・ 平均は 150g 付近に集まっている？
- ・ 実習①（日別平均）より揺れは小さく見える？

狙い

「平均も集めると分布になる」を体験する直前段階。ここではまだヒストグラムを作らず、数値の集まりを観察する。

13. 実習②：平均のヒストグラムを作る

手順⑤：平均値（B列）だけでヒストグラム

- ・ B2 から下にコピーして作った「平均値の列」を使う
- ・ 例：B2:B51（50回分の平均）

操作（Excel）

1. 範囲 B2:B51 を選択
2. **挿入** → **統計グラフ** → **ヒストグラム**
3. （必要なら）軸の書式設定で bin 幅や bin 数を調整

観察ポイント

- ・ 平均値は どのあたり に集まっている？（150g付近？）
- ・ 広がり（ばらつき）は大きい？ 小さい？
- ・ 元データのヒストグラム（ポテトの重さ）と比べて、形はどう違う？

狙い

「平均を集めると分布になる」を視覚で体験させる。ここでは用語（中心極限定理）は言わず、「平均のヒストグラムは、元データより細くまとまる」感覚を作る。

14. 実習で何が起きたか

ここまで実習で、次のことを確認しました。

- ・ 30人分の平均でも、値は毎回少しずつ違った
- ・ 平均を1回だけ見ると、まだ揺れが残る
- ・ 平均をたくさん集めると、中心に集まった

重要：

平均は「固定の値」ではなく、
揺れを持った結果のひとつ

狙い

結果の評価を入れず、「事実」だけを整理する。次の「なぜ？」に自然につなぐ。

15. 平均も「1つのデータ」

ここで見方を少し変えます。

- ・ ポテトの重さ → データ
- ・ 30人分の平均 → これも1つのデータ

実習②でやったこと

- ・ 平均を 何回も 作った
- ・ その平均たちを 集めた

平均の集まりも、分布になる

狙い

「平均=答え」から「平均=結果のひとつ」へ視点をずらす。

16. 平均の分布で見えた特徴

平均だけを集めたヒストグラムを見ると――

- ・ 真ん中あたりに集まっている
- ・ 元データより **広がりが小さい**
- ・ なめらかな **山の形** になっている

比較すると

- ・ 元の重さデータ：ばらつきが大きい
- ・ 平均のデータ：ばらつきが小さい

狙い

「平均をとると安定する」という現象を、視覚の記憶として固定する。

17. ここで生まれる疑問

実習結果を見て、次の疑問が自然に出てきます。

- ・なぜ平均を集めると、中心に集まるのか？
- ・なぜ回数が増えるほど、揺れが小さくなるのか？
- ・なぜ山の形が、だんだん整ってくるのか？

これは偶然ではない

狙い

「不思議だ」で止めず、理論が必要になる地点まで導く。

18. この現象には、名前がある

今見てきた現象は、統計の世界では **よく知られた性質** です。

- ・ 平均をとると安定する
- ・ 回数を増やすほど、その傾向は強くなる

この考え方を

大数の定理

と呼びます。

狙い

ここで初めて理論名を出す。実験→現象→命名、の順を守る。

19. なぜ、平均の分布は整っていくのか

ここで、平均の作られ方を思い出します。

- ・ 1回の平均は、30人分の重さを使っている
- ・ つまり、30個の値を足して割ったもの

言い換えると：

- ・ 平均は「たくさんの小さなズレ」をまとめた結果
- ・ ズレが正にも負にもあると、打ち消し合う

その結果、極端な値が出にくくなる

狙い

「平均=足し算の集まり」であることを明確にし、偶然ではないことを直感的に理解させる。

このように、

- ・ たくさんの値を使って平均を作ると
- ・ 元のデータの形に関係なく
- ・ 平均の分布は **似た形** になっていく

この性質を

中心極限定理

と呼びます。

※ 今日は「なぜ起きるか」を体験で理解する回 数式での説明は次回以降に扱います

狙い

CLT を「公式」ではなく「平均を集めたときに必ず起きる性質」として定義する。

21. 今日の整理

今日の実習と整理から、次のことが言えます。

- ・ 平均は1回では揺れる
- ・ たくさん集めると安定する
- ・ 平均の分布には決まった性質がある

だから平均は、判断に使える

狙い

「平均が使える理由」を体験ベースで納得させる。

実習①：日別平均を見た

- ・ 30人分の平均でも、日によって 少し揺れる
- ・ 平均は「固定の値」ではなく、毎回少し変わるものだった

実習②：平均をたくさん作って集めた

- ・ 平均を繰り返し作ると、平均値にも 分布（山の形） ができた
- ・ 元データよりも、平均の分布は広がりが小さくなった

まとめ：平均は「揺れる」けれど、集めると「安定のしかた」が見える

狙い

実習①・②を「何が起きたか」だけで整理する。ここではまだ理由（理屈）に踏み込みまず、現象の確定を優先する。

23. 大数の定理と中心極限定理：何が違う？

今日見た現象には、2つの名前が関係します。

大数の定理（平均が安定）

- ・1回の平均を考える
- ・人数（件数）を増やすほど
- ・平均は 真ん中へ寄って安定する

キーワード：

- ・「平均との差が小さくなる」
- ・「平均がブレにくくなる」

中心極限定理（平均の分布が山になる）

- ・平均を 何回も 作る
- ・その平均たちを集めると
- ・分布の形が 山に似てくる

キーワード：

- ・「平均にも分布がある」
- ・「平均の分布は整ってくる」

大数の定理=「1つの平均が安定」

中心極限定理=「平均の集まりが山になる」

狙い

両者をごちゃ混ぜにしないための最小の整理。数式なしで、見た現象と対応づけるだけに徹する。

24. 次につながる意味：なぜこれが大事？

今日の結論は、これです。

- ・ 平均は「揺れる」 → だから 1 回の結果だけでは判断できない
- ・ しかし、平均の揺れ方には **規則性** がある
- ・ 平均を集めると **山の形（分布）** が見えてくる

ここから先でやりたいこと

- ・ 「この平均は普通？ それとも外れている？」
- ・ 「どれくらい外れたら、外れていると言える？」
- ・ 「偶然の揺れ」か「本当に違う」かを区別したい

次回以降：標本と母集団 → 推測 → 仮説検定
(今日の現象が、その土台になる)

狙い

推測統計・検定の必然性を「平均は揺れる」から導く。ここでは専門語（母集団など）を出す場合は一言に留め、次回以降に回す。