05 確率の基礎②（独立・期待値）

1. 独立・期待値

今日は、確率を使って「未来の予想」をする方法を学びます。

- **独立（どくりつ）：** 前の結果が、次に「関係（かんけい）しない」こと。
- **期待値（きたいち）：** 1回あたり「だいたいこれくらい」という見込み。
- **実習：** 自分の手と Excel を使って、期待値を計算します。

「たった1回の結果」で一喜一憂（いっきいちゆう）せず、長い目でデータを見る力をつけましょう。

2. 独立：前の結果は、次に関係しない

2つの出来事があり、1回目の結果が2回目の確率を変えないとき、これを**独立**と言います。

- **意味：**前に何が起きても、次の確率は「リセット」されます。
- **例：コイン投げ**

1回目に「表」が出たからといって、2回目に「裏」が出やすくなることはありません。コインは前のことを「覚えていない」からです。

3.【問い】「そろそろ当たるはず」は本当？

あるゲームのガチャで、当たる確率が 10% だとします。9 回連続で外れました。

問い：10 回目に当たる確率は、10% より高くなっていますか？

1. 高くなっている（次こそは当たるはず！）
2. 低くなっている（今日は運が悪いから当たらない）
3. **変わらず 10% である**

（答えは次のスライドで説明します）

4.【答え】独立なら、確率はいつも同じ

正解は**「3. 変わらず 10% である」**です。

- **理由：**ガチャが独立な仕組みなら、1 回目も 10 回目も、当たる確率は同じです。
- **注意：**「10 回やれば 1 回は当たるだろう」というのは、やる前の予想です。**「目の前の 1 回」**の確率は、前の結果に関係なく 10% のままです。

統計では、気持ちや運ではなく、この「独立」というルールで冷静に考えます。

5. 期待値：1回あたりの「平均的な見込み」

期待値（Expected Value）とは、1回やると「平均してどれくらいの結果になるか」を計算した数字です。

- **イメージ：**もらえる金額や点数の「平均的な予想」。
- **使い方：**「その勝負（しょうぶ）をするべきか、やめるべきか」を**判断**（はんだん）する材料になります。

期待値を知ることで、損か得かを数字で見ることができます。

6. 期待値の計算の手順

期待値は、次の「3 ステップ」で計算します。

期待値の計算ルール

$$\text{期待値} = \sum(\text{もらえる値} \times \text{その確率})$$

計算の手順：

1. どんな「結果（値）」があるか全部書き出す。
2. それぞれの「確率」を調べる。
3. **「値** $\times$ **確率」**を計算して、全部足し算する。

7. 期待値の計算例：サイコロの目

普通のサイコロを 1 回振るとき、出る目の期待値を求めます。

出る目 (x)	1	2	3	4	5	6
確率 (p)	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

期待値の計算：

$$E = (1 \times \frac{1}{6}) + (2 \times \frac{1}{6}) + (3 \times \frac{1}{6}) + (4 \times \frac{1}{6}) + (5 \times \frac{1}{6}) + (6 \times \frac{1}{6})$$

$$E = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = \mathbf{3.5}$$

解釈：サイコロを何回も振ると、1 回あたりの平均は 3.5 に近づきます。

8. 平均と期待値

どちらも「データの真ん中」のことですが、時間の向きが違います。

- **平均：**すでに起きた「過去」のデータの真ん中。
- **期待値（今日）：**これから起きる「未来」の予想の真ん中。

つながり：過去と同じ割合で何かが起きるなら、**「過去の平均」は「未来の期待値」**と同じになります。

9. 実習 1：賞金の「見込み」を計算しよう

以下のくじがあります。1 回あたりの期待値はいくらですか？

- 1 等：10,000 円（確率 1% ＝ 0.01）
- 2 等：500 円（確率 10% ＝ 0.10）
- ハズレ：0 円（確率 89% ＝ 0.89）

ヒント： $10,000 \times 0.01 = 100$ などを計算して、最後に全部足し算してください。

10.【答え】期待値の活用方法

計算の答えは 150 円 です。これがこのくじの「価値（かち）」です。

- **判断のポイント：**
- もしこのくじが 200 円 で売っていたら？
- → 期待値（150 円）より高いので、やり続けると損をします。

期待値を使えば、このように「損か得か」を冷静に比べることができます。

11. 期待値で「仕事」を選ぶ

期待値を使えば、違う種類のチャンスを同じように比べられます。

どちらのプロジェクトが「得」か？

- **プラン A：** 20%で 500 万円儲かるが、80%はゼロ。
- **プラン B：** 50%で 200 万円儲かるが、50%はゼロ。

計算の結果： どちらも期待値は **100 万円** です。同じ土俵で比べることができました。

12. 繰り返すと期待値に近づく

期待値が「長い目の平均」と言われる理由です。

- **性質：**1 回ごとの結果はバラバラでも、何百回と繰り返すと、実際の平均は「期待値」にそっくりになります。
- **例：コイン投げ** 10 回投げると偏ることもあるが、1 万回投げれば表の割合はほぼ **50%** になります。

（この詳しいルールは別の授業で学びます）

13. 実習 2：Excel でコイン投げをシミュレーション

Excel の乱数（ランダムな数字）を使って、コイン投げをします。

操作：

1. A1 セルに `=RANDBETWEEN(0, 1)` と入力（0=裏、1=表）。
2. A100 までコピーします。
3. B1 セルに `=AVERAGE(A1:A100)` と入力します。

F9 キーを押すと数字が変わります。A 列（個別の結果）は激しく変わりますが、B1（平均）は **0.5** の近くで安定しませんか？

14. 実習 2 のまとめ：ミクロはカオス、マクロは秩序

今の Excel 操作で分かったことは次の通りです。

- **個々のセル（独立）：** 0 か 1 か全く予想できません。
- **全体の平均（期待値）：** 100 個集まると、ほぼ 0.5 になります。

統計学は、この「バラバラな出来事（独立事象）」をたくさん集めて、「確かな予測（期待値）」に変える学問です。

15. 実習 3：Excel を使って期待値を計算する

先ほどの「実習 1」のくじ引きを、Excel の表で作ってみましょう。

1. A2:A4 に「賞金（10000, 500, 0）」を入力。
2. B2:B4 に「確率（0.01, 0.1, 0.89）」を入力。
3. C2 に `=A2*B2` と入力し、C4 までコピー。
4. C5 に `=SUM(C2:C4)` で合計を出す。

16. Excel で計算するメリット

なぜ手計算ではなく Excel を使うのでしょうか？

- **理由：** 確率や金額が変わっても、数字を打ち替えるだけで期待値がすぐに再計算されるからです。
- **応用：**「もしハズレの確率を少し減らしたら、期待値はいくら上がるか？」といったシミュレーションが瞬時に行えます。

期待値はビジネスの「シミュレーション」に欠かせないツールです。

17. 注意！ 確率の落とし穴

ミスを防ぐためのチェックポイントです。

- **分母を決めない：** 必ず「全パターン」を先に数えましょう。
- **主観を入れる：**「昨日も雨だったから、今日は晴れるだろう」といった主観を捨て、客観的な比率で考えます。
- **独立を忘れる：** 前の結果に引っ張られず、現在の確率を確認しましょう。

18. まとめ：なぜ記述統計から始めたのか

これまでの学習を繋げましょう。

- **記述統計：**過去のデータを集計して「分布（形）」を見ました。
- **確率：**その「分布」から、次に起こる「期待値」を考えました。

データから「形」を見つけ、そこから「将来」を見通す。これが統計学の流れです。

19. 今日のまとめ

- **独立：**前の結果は次に影響しない。
- **期待値：**期待値 $= \sum$(値 $\times$ 確率)。長い目で見たときの平均。
- **予測：**過去のデータ（平均）から、未来の確率（期待値）を考えることができる。

期待値を使えば、不確実な未来も数字で考えることができます。

20. 次は「データの形」を学びます

今日は「1 回あたりの平均（期待値）」という「中心」の数字を学びました。

- **次回（第 5 回）：確率分布（かくりつぶんぷ）**
- **内容：** 期待値のまわりに、どのようにデータが広がっているか、その「形」をグラフで見ていきます。

お疲れ様でした。