

## 04 確率の基礎①（場合の数・確率）

---



## 1. 第3回：確率の基礎①（場合の数・確率）

前回（第2回）は、30人分のポテト重量データを集計・可視化し、**分布の形**から全体の特徴を読み取りました。

今回は、その「分布」の背後にある考え方である **確率** を学びます。

### 今日の立ち位置（重要）

- ・ 第2回：分布を **観察** した（中心・広がり・外れ値）
- ・ 第3回：分布を生む **起こりやすさ** を整理する（確率）

### 今日やること

- ・ **場合の数**：「全部で何通り？」を漏れなく数える（分母を決める）
- ・ **確率の定義**：「全部のうち、どれくらい？」を割合で表す
- ・ **樹形図・表**：頭の中ではなく、図や表で全パターンを見える化する

ポテトの話はどう扱う？

# 講義の狙い

---

- ・第 2 回（分布の観察）から第 3 回（起こりやすさの整理）へ、学習の流れを明示する。
- ・「今回は具体例から一度離れて、確率そのものを整理する」ことを宣言して不安を消す。
- ・ただしポテトは完全に捨てず、「背景の例」として位置づけ、後半で回収できる余地を残す。

## 2. 確率の定義：ある出来事が起こる「割合」

確率は、ある試行（実験や観察）を行ったとき、特定の出来事がどれくらい起こりやすいかを「割合」で表したものです。

### 確率の基本式（今日の中心）

$$\text{確率} = \frac{\text{起こってほしい場合の数（分子）}}{\text{起こりうるすべての場合の数（分母）}}$$

### ポイント（第2回とつなげる考え方）

- ・ 分母を先に決める：「全部」を固定する（ここがブレると全部ブレる）
- ・ 割合で考える：「10 回に 3 回」なら  $3/10 = 0.3$  のように表す
- ・ 0～1：0 は絶対起こらない、1 は必ず起こる

### （背景として）ポテトの文脈に置くと

「150g 以上だった回数 / 測定回数」も、同じ形の割合（確率）として表せます。

# 定義

---

- ・ 確率は「公式暗記」ではなく「割合」として導入する。
- ・ 第 2 回で扱った「割合・分布」を、確率の式（分母→分子）と対応づける。
- ・ ポテトはここでは主役にしないが、「同じ形で表せる」ことだけを軽く言及して横に置く。

### 3. 記述統計（観察）から確率（起こりやすさ）へ

第2回では、30人分の測定データを集計して、「どの重さが多いか／どれくらい散らばるか」を分布として観察しました。

ここで、次の問いが自然に出てきます。

- ・ 問い：「150g 以上」は、どのくらい起こりやすいのか？
- ・ 問い：「軽い値が出る」のは、どの程度めずらしいのか？

これらはすべて、**起こりやすさ（割合）**として整理できます。  
そのための道具が、**確率**です。

今日の結論（この授業の設計意図）

分布を読む前に、まず確率の「分母と分子」を正しく数える練習をする。

# つながり

---

- ・第2回の「分布観察」から自然に出る問いを2つだけ提示し、確率学習の動機にする。
- ・ただし、ここでポテト分析に戻りすぎない（今日は確率の基本に集中）。
- ・「分布を読むには、まず分母と分子を正しく数える」という授業設計の軸を明示する。



## 4. 確率を考える手順：まず「全部」を決める

確率は、いきなり計算するものではありません。  
必ず次の順番で考えます。

1. 全部で何通りあるかを数える（分母を決める）
2. その中で、条件に合うものを数える（分子を決める）
3. 分子 ÷ 分母 で割合を出す

この授業では、

①「全部を正しく数える」ことに時間を使います。

次のスライドから、一番かんたんな例でこの手順を練習します。

# 橋渡し

---

- ・「計算しない確率」を強調する。
- ・今日の授業は①に集中する、と宣言して安心させる。
- ・次がコイン・サイコロになることを予告する。

## 5. 場合の数：全体で何通りの結果があるか

確率を計算する際、最も重要なのが「起こりうるすべての結果（<sup>ばあい</sup>場合の数）」を正しく把握することです。これが確率の「分母」になります。

例：コイン1枚を投げる

- ・ 結果は「表」か「裏」の2通り。→ **分母 = 2**

例：サイコロ1個を振る

- ・ 結果は「1, 2, 3, 4, 5, 6」の6通り。→ **分母 = 6**

鉄則：分母を間違えると、その後の確率はすべて間違った値になります。

# 場合の数

---

「全事象」という言葉は使わず、直感的に「全体」と呼びます。

## 6. 全部で何通りある？

次の実験では全部で何通りあるか考えてみましょう。

1. コイン2枚を投げる

2. サイコロ2個を振る

この全部で何通り？ のことを『場合の数』と言います。

# 場合の数

---

表や樹形図に表して場合の数を数える。

## 7. 樹形図<sup>じゅけいず</sup>：分岐を書き出して全体を把握する

頭の中だけで数えると、必ず数え漏れや重複が発生します。これを防ぐための視覚的な整理図が「樹形図<sup>じゅけいず</sup>」です。

### 樹形図の描き方：

1. 1回目の結果を縦に並べる。
2. それぞれの結果から、2回目の結果へ枝を伸ばす。
3. 枝の「末端（葉）」の数を合計する。

この図を描くことで、(表, 裏) と (裏, 表) が別の枝であることを視覚的に確認できます。

# 樹形図

---

視覚的に枝分かれを理解させることが、ロジカルな数え上げの基本です。



## 8. 実習：樹形図で「全体（分母）」を特定する

10 円玉と 100 円玉の 2 枚を投げたとき、起こりうる全パターンを樹形図で描いてみましょう。

- ・ 10 円玉が「表」のとき、100 円玉は「表・裏」の 2 通り。
- ・ 10 円玉が「裏」のとき、100 円玉は「表・裏」の 2 通り。

枝の末端を数えると、全部で **4 通り** であることがわかります。これがコイン 2 枚を投げたときの確率の「分母」になります。

# 実習

---

「表裏」と「裏表」を別々の枝として数える習慣をつけさせます。

## 9. 順列：順番や役割を「区別して」数える

<sup>じゅんれつ</sup>  
「順列」とは、取り出したものの並ぶ順番を、別々の結果として数えるルールです。

具体例：A, B, C の3人から「走る順番」を決める

- ・  $A, B, C \neq A, C, B \rightarrow$  順番が違うので別の2通りと数えます。

判断基準：「順番を入れ替えたとき、意味が変わるか？」変わるなら、すべての枝を平等に数える「順列」の考え方を使います。

# 順列

---

「走者」や「役職」など、役割がつく場合は順列であることを伝えます。

黒板に、A B C, A C B, B A C の例をかき、「ならぶ場所がちがう → ちがう」 と説明する。

## 10. 組み合わせ：順番を無視し「セット内容」だけ数える

「組み合わせ」とは、順番は関係なく「どのメンバーが選ばれたか」というセットの中身だけを数えるルールです。

例：A, B, C の 3 人から、掃除当番を 2 人えらぶ

- ・ だれが掃除をするか、を考えます。
- ・ A さんと B さん → OK
- ・ B さんと A さん → 同じ
- ・ 順番は関係ありません。
- ・ だから、1 通りです。

**判断基準：**「順番を入れ替えても、結果（セット）は同じか？」同じなら、重複を省いて数える「組み合わせ」の考え方を使います。

# 組み合わせ

---

「同じ人 → 1 つ」

「順番は見ません」

この 2 フレーズを毎回同じ言い方で使うと、留学生はかなり安定します。

## 11. 組み合わせの数え方：ならべて → 同じを消す

組み合わせを数えるときは、まず **ならべて全部出す** と分かりやすくなります。

例：A, B, C から 2 人えらぶ

1. まず、<sup>なら</sup>並べて書く：  
AB, AC, BA, BC, CA, CB    (6 つ)
2. **同じ人のセット**を見つける：  
AB と BA、AC と CA、BC と CB
3. **同じ → 1 つ**にする：  
AB, AC, BC    (3 通り)

# 並べて消す

---

最初に全部出すと、同じものが見つけやすい。

組み合わせは「並べた結果を、同じものごとにまとめたもの」。



## 12. 組み合わせの数え方：もどらないルール

はじめから 同じものを数えない ために、<sup>もど</sup>戻らない ルールで考えます。

ルール：もう書いたものには<sup>もど</sup>戻らない

- ・ A からは  $\rightarrow$  B、C (AB、AC)
- ・ B からは  $\rightarrow$  C だけ (BC) (A には 戻らない)
- ・ C からは  $\rightarrow$  選ぶものがない

このルールで考えると、同じセットを 2 回 数えません。

だから、組み合わせは 3 通り です。

# もどらない

---

この図は、実際の行動ではなく「数え方の整理」。  
「同じ → 書かない」という判断だけで、間違いを防げる。

## 13. 実習：樹形図で「4 枚から 2 枚」の組み合わせを出す

4 枚のカード (1, 2, 3, 4) から、2 枚を同時に引きます。「戻らない樹形図」を描いて、組み合わせの数を求めてください。

ヒント：

- ・ 「1」からは (2, 3, 4) の 3 本。
- ・ 「2」からは (3, 4) の 2 本。(1 へは戻らない)
- ・ 「3」からは (4) の 1 本。

# 実習

---

学生に手を動かさせ、自力で  $3+2+1=6$  通りを導き出させます。

## 14.【答え】 組み合わせの総数は 6 通り

「戻らないルール」で描くと、枝の数は規則的に減っていきます。

- ・ 1 から始まるペア :  $(1,2), (1,3), (1,4) \rightarrow 3$  通り
- ・ 2 から始まるペア :  $(2,3), (2,4) \rightarrow 2$  通り
- ・ 3 から始まるペア :  $(3,4) \rightarrow 1$  通り

→ 合計 :  $3 + 2 + 1 = 6$  通り

このように樹形図を正しく描ければ、難しい公式を知らなくても確率の「分母」を正確に算出できます。

# 答え

---

この「規則性」が、後の計算式（階乗や二項係数）の背景にあることを示唆します。

## 15. 確率のもとめ方：分母と分子

これまで数えた結果を使って、確率をもとめます。

**問題：**コインを 2 枚なげて、「表が 1 枚」出る確率は？

1. **分母（ぜんぶ）：**

(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏) の 4 通り

2. **分子（ほしいもの）：**

「表が 1 枚」→ (表, 裏), (裏, 表) の 2 通り

3. **確率：**

$$2/4 = 0.5 \text{ (50\%)}$$

**注意：**分母と分子は、同じルールで数えます。

# 同じルール

---

分母で (表, 裏) と (裏, 表) を 2 つと数えたら、  
分子でも 2 つとして数える。  
同じものを、あとで 1 つにしない。



## 16. 確率の大事なルール：ぜんぶ足すと 1 (100%)

すべての結果を **もれなく** 数えると、確率の合計は 1 (100%) になります。

**例：コインを 2 枚なげる**

- ・ 表が 2 枚： $1/4$  (0.25)
- ・ 表が 1 枚： $2/4$  (0.50)
- ・ 表が 0 枚： $1/4$  (0.25)

合計： $0.25 + 0.50 + 0.25 = 1.0$

**便利な考え方：1 から引く**

「少なくとも 1 枚は表」の確率は、

「 $1 - (\text{表が 0 枚})$ 」で出せます。

# 合計は1

---

「ぜんぶ足すと 1」は、あとで「分布（グラフ）」を考えるときにも使う。  
グラフの面積（全部）＝ 1、という考え方につながる。

## 17. 独立：まえの結果は、つぎに関係しない

確率では、前の結果は、次に「えいきょう」しません。

- ・ コインを1回なげて「表」が出た。
- ・ 問い：2回目に「裏」が出やすくなる？
- ・ 答え：なりません。  
2回目も、裏の確率は  $1/2$  です。

「そろそろ裏が出るはず」という考えは、  
確率では 使いません。

# 独立

---

1 回ずつの結果は、別べつに考える。  
気もちではなく、数（わりあい）で考える。

## 18. 公式の意味：はやく数えるための書き方

順列 (P) や組み合わせ (C) は、

数えた結果を、短く書くための記号です。

- ・ 順列  $P$  :  $n$  個から  $r$  個えらんで ならべる
- ・ 組み合わせ  $C$  :  $n$  個から  $r$  個を えらぶだけ

$${}_4C_2 = 6$$

意味：

「4 つの中から 2 つ選ぶと、6 通りある」

だいじなこと：

計算より、並べる？ 選ぶ？ を考える。

# 公式

---

公式は、数え上げを **はしよる**ためのもの。  
考え方（ならべる／えらぶ）が分かれば十分。

## 19. 実習：Excel の表で「全部」を作る

樹形図を、Excel の **表** で表します。

やること：

1. A2:A3 に「表」「裏」を入力（1 枚目）
2. B1:C1 に「表」「裏」を入力（2 枚目）
3. まじわるセル（B2:C3）に結果を書く

このとき、**セルの数**が

**全部の数（分母）** になります。

# Excel 実習

---

樹形図と同じ情報を、表で表している。

セルの数 = 「考えるパターンの数」。



## 20. 実習：Excel で確率を出す

作った表を使って、確率を計算します。

1. 全部のセルを数える → **分母**
2. 条件に合うセルを数える → **分子**
3. セルに  $= \text{分子} / \text{分母}$  を入力

**ポイント：**

確率は **全部の中の、どれくらいか。**

# 計算

---

確率は、むずかしい計算ではない。  
「数える → 割る」だけ。

## 21.【問い】 降水確率 30% の意味

「明日の<sup>こうすいかくりつ</sup>降水確率は 30% です。」

正しい意味はどれ？

1. 明日の時間の 30% で雨が降る
2. 明日の場所の 30% で雨が降る
3. 同じような日が 100 回あれば、30 回くらい雨が降る

答え：3

確率は、

同じ条件を何回もくり返したときの割合。

# 解釈

---

確率は「未来の 1 回」を当ててるものではない。  
「たくさん回したときの出やすさ」。

## 22. 注意！確率でよくあるミス

まちがえやすいポイントを確認します。

- ・ **分母を決めない：**  
まず「全部」を数える
- ・ **表・裏を1つにする：**  
コイン2枚の分母は4通り
- ・ **気もちで考える：**  
昨日の結果は、今日に関係しない

# 間違い

---

ミスの多くは、  
「分母をあいまいにする」ことから起こる。

## 23. まとめ：なぜ統計学で確率を学ぶのか

本日の学びは、データ分析のフェーズを次へ進めるための準備です。

- ・ **記述統計**：手元にあるデータから「今、何が起きているか」を記述する。
- ・ **確率**：記述された割合を元に「次に、何が起きそうか」を推察する。

「分布」という言葉は、前回のヒストグラムでも使いましたが、次々回以降は「かくりつぶんぷ確率分布」という言葉に進化します。

# まとめ1

---

記述統計と確率の概念的な繋がりを整理します。



## 24. 本日のまとめ：重要用語

- ・ **確率**：ある事象が起こる「割合」。0（絶対ない）から1（確実）の間。
- ・ **樹形図**：分母（全体）を漏れなく数え上げるための視覚的ツール。
- ・ **順列**：順番を区別する。**組み合わせ**：順番を無視する。
- ・ **独立**：1回ごとの結果は、過去の結果に左右されない。

次回は、この確率を何度も繰り返したときの平均的な値「期待値」を学びます。

## まとめ2

---

本日の中心概念を復唱します。