

## 12 単回帰（回帰の意味と散布図）

---

# 1. 回帰で「将来予測」を作る（判断ではなく予測）

## 今日やること（結論）

ハンバーガーショップのデータを使って、  
「ポテトの注文数を増やすには、何に関係していそうか」を見つけ、  
「このくらい売れそう」という予測を作ります。

- ・今日のキーワード：散布図・回帰直線・予測式 ( $\hat{y} = ax + b$ )
- ・回帰は、正しい／間違いを決める話ではなく、未来を予測する話
- ・ゴールは計算ではなく、式の意味を言葉で説明できること

## 今日の到達目標

- ・散布図から「増える／減る／関係なし」を説明できる
- ・回帰直線と式を表示し、傾き  $a$  の意味を言える
- ・回帰式で「もし  $x$  がこうなら、 $y$  はこのくらい」を予測できる

## 2. ストーリー：店長の次の目標は「ポテト売上 UP」

前回まで店長は、ポテトの重さのばらつきをデータを見て改善しました。  
（「本当に減ったと言ってよいか？」を判断できるようになった）

### 次の目標（現場の目標）

ポテトは利益率が高い。  
だから店長はポテトの売上を伸ばすことを目標にしました。

そこで店長は考えます：

- ・ 「お客さんがハンバーガーと一緒にポテトを注文する数を増やしたい」
- ・ 「そのために、何が増えるとポテトも増えるのだろう？」

 今日はこの問いに対して、データから予測の式を作る。

### 3. 前回回収：検定は「判断」／回帰は「予測」（混同しない）

前回までやってきたのは、次のような判断です。

「平均との差がある」だけではなく、ばらつきの中で珍しいかで決めました。

検定（前回）＝判断

珍しさ（p 値）を使って、

「偶然と言ってよいか／言いにくいかな」を決める。

一方、今日は次の目的です。

回帰（今日）＝予測

2 つの数値の関係をを使って、

「もし  $x$  がこうなら、 $y$  はこのくらい」を予測する。

- ・ 検定は「棄却／棄却できない」で結論を出す
- ・ 回帰は「予測の式」を作り、使う（結論の形が違う）

## 4. 問いの定式化：ハンバーガーが増えるとポテトは増える？ ( $x \rightarrow y$ )

店長の目標は「ポテト売上 UP」でした。

そこで、**ポテトの注文数**に関係しそうなものを考えます。

### 今日の問い（回帰の問い）

ハンバーガー注文数が増える日ほど、ポテト注文数も増えるのか？

回帰では、2つの数値の役割を先に決めます。

- ・  $x$ （説明変数）：ハンバーガー注文数（原因かもしれない側）
- ・  $y$ （目的変数）：ポテト注文数（増やしたい結果の側）

📌 今日やることは、 $x$ を見たら  $y$  を予測できるかを確認すること。

## 5. 散布図とは：2つの数値の関係を「点」で見る図（定義）

回帰を始める前に、まず**散布図**で関係を目で見ます。

### 散布図（定義）

1つのデータ（1日）を1つの点として、  
横軸に  $x$ 、縦軸に  $y$  をとって並べた図。

今回の例では、点の意味はこうです。

- ・ ある1日：（ハンバーガー注文数  $x$  , ポテト注文数  $y$ ）
- ・ 30日分なら、点が30個できる

 散布図を見ると、増える／減る／関係なしが直感的に分かる。

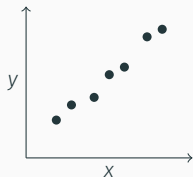
## 6. 散布図の読み方①：右上がり／右下がり／関係なし（3パターン）

散布図は、点の並び方で「関係の方向」を読みます。

（細かな計算の前に、まず目で判断できるようにする）

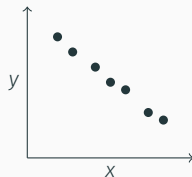
### 右上がり

（ $x$ が増えると  $y$  も増えやすい）



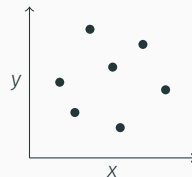
### 右下がり

（ $x$ が増えると  $y$  は減りやすい）



### 関係なし

（ $x$ が変わっても  $y$  が読めない）



🔪 今日のデータ（ハンバーガー → ポテト）は、**右上がり**になりそうかをまず確認する。

## 7. 散布図の読み方②：ばらつき・外れ値（現実データの特徴）

現実のデータは、きれいに一直線には並びません。  
同じ  $x$  でも  $y$  が少し違うのが普通です。

**重要：データには「ばらつき」がある**

ばらつきがあるから、予測は **100%当たる** わけではない。  
でも、**中心の傾向**をつかめば、だいたいの予測はできる。

さらに、**外れ値**が混ざることもあります。

- ・ 例：品切れでポテトが売れなかった日（普段より**極端に少ない**）
- ・ 例：キャンペーンでポテトが急に売れた日（普段より**極端に多い**）

 後半の実習では、外れ値があると**回帰直線**がどう変わるかを確かめる。



## 8. 回帰の目的：点の雲を「一本の線」で要約し、予測に使う

散布図を作ると、点は雲（ばらついた集まり）になります。  
このままだと、「次はどれくらい？」が言いにくい。

### 回帰の目的（理由）

点の雲を**一本の線**で要約して、  
**予測に使える形（式）**にする。

回帰でやりたいことは、次の2つです。

- ・ 関係を要約する： $x$ が増えると  $y$  はどう変わりやすいか
- ・ 予測する：もし  $x$  がこの値なら、 $y$  はこのくらい ( $\hat{y}$ )

✂️ ここでの「線」は、**全部当てる線**ではなく、**中心の傾向を表す線**。

## 9. 回帰直線（イメージ）：各 $x$ に対して“中心”を通る予測の線

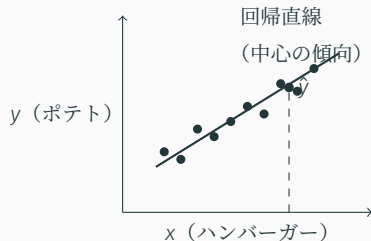
回帰では、点の雲の中心を通るような線を考えます。  
この線を回帰直線と呼びます。

### 回帰直線（イメージ）

同じ  $x$  のときの  $y$  の“中心”を結んだような線。  
この線上の値が、 $y$  の予測値 ( $\hat{y}$ )。

- ・ 点は線の周りに散らばる（ばらつき）
- ・ それでも線があると、だいたいの予測ができる

📌 点の中心を表す線だと思えばよい（まずはこれで OK）。



点が散らばっていても、線があれば  
「この  $x$  なら  $\hat{y}$  はこのくらい」が言える

## 10. 回帰式： $\hat{y} = ax + b$ ( $\hat{y}$ = 予測値) を文章で理解する

回帰直線は、式で表せると便利です。

(Excel が計算して表示してくれる式を、言葉で説明できるのが今日の目標)

$$\hat{y} = ax + b$$

### この式が言っていること (文章)

$x$  (ハンバーガー注文数) が分かれば、  
ポテト注文数の予測値  $\hat{y}$  を計算できる。

- ・  $\hat{y}$  (ハット付き) は予測値 (実測の  $y$  とは違う)
- ・ 点はばらつくので、実測  $y$  は  $\hat{y}$  と一致しないことが多い

 今日の実習は、Excel で式を出し、その意味を言葉で説明すること。

## 11. パラメータの意味：傾き $a$ = 増え方 / 切片 $b = x = 0$ の予測

回帰式  $\hat{y} = ax + b$  の意味は、 $a$  と  $b$  を見れば説明できます。

### 傾き $a$ (いちばん大事)

$x$  が 1 増えると、 $\hat{y}$  が平均でどれくらい増えるか。

例： $a = 0.6$  なら、バーガーが 10 増えるとポテトは約 6 増える。

### 切片 $b$ (注意して使う)

$x = 0$  のときの予測値。

ただし、現実には  $x = 0$  (バーガー 0) が起きない範囲なら、 $b$  の現実的な意味は薄いことがある。

🔗 実習では、まず  $a$  (増え方) を言葉で説明できることを優先する。

## 12. $R^2$ とは：線で説明できる割合の目安（正解率ではない）

回帰直線を引いたら、次に気になるのはこうです。

「この線は、どれくらいデータに合っているの？」

### $R^2$ （決定係数）

回帰直線で、 $y$  のばらつきのうち  
どれくらいが  $x$  で説明できたかを表す目安。

- ・  $R^2$  は 0～1 の間の数（例：0.72）
- ・ 1 に近いほど、点が線に近く、説明できる割合が高い
- ・ 0 に近いほど、点が線から散らばり、説明できる割合が低い

### ここが重要（誤解防止）

$R^2$  は 正解率ではない。

「未来が必ず当たる」ことは保証しない。

## 13. 注意：相関≠因果／回帰は「当てる保証」ではない

回帰ができると、つい次のように言いたくなります。

「バーガーが増えたから、ポテトが増えた！」

### でも注意

散布図や回帰で分かるのは、基本的に**関係（相関）**であって、**原因（因果）**を確定することではない。

例：バーガーとポテトが同時に増える本当の理由は、別にあるかもしれません。

- ・ その日は**来客数**が多かった（両方増える）
- ・ **キャンペーン**をやっていた（セット注文が増える）
- ・ **品切れ**があった（片方だけ減る）

### 今日の結論の形

回帰で言えるのは、

「この範囲では、増える傾向がある／予測に使えるかもしれない」まで。

## 14. 実習で使うデータ：clean / outlier の2つ（目的が違う）

今日は同じテーマ（ポテト売上 UP）でも、目的の違う2種類のデータで学びます。  
順番が大事です（まず成功→次に現実）。

### データ A：clean（外れ値なし）

回帰の基本を「成功」させるためのデータ。

散布図が読みやすく、回帰直線がきれいに出的。

- ・ 目的：散布図→直線→式→ $R^2$ →予測、をスムーズに体験
- ・ 「傾き  $a$  の意味」を言葉で説明できるようにする

### データ B：outlier（外れ値あり）

現実のデータはズレることを体験するためのデータ。

品切れ／キャンペーンなどで点が極端に外れる日が混ざる。

- ・ 目的：外れ値が回帰直線・ $R^2$ ・予測に与える影響を知る
- ・ 「なぜズレたか」をメモ列から説明する

## 15. 実習のゴール：散布図→直線→式→ $R^2$ →予測→（外れ値でズレを考える）

実習では、回帰を「作って使う」までを一気にやります。  
最後に、外れ値で**現実のズレ**も確認します。

### 実習の流れ（この順番で固定）

1. **散布図**を作る（ $x$  と  $y$  の関係を点で見る）
2. **回帰直線**を引く（点の雲を一本の線で要約）
3. **回帰式**  $\hat{y} = ax + b$  を表示する（ $\hat{y}$  = 予測値）
4.  $R^2$  を表示する（線で説明できる割合の目安）
5. 具体的な  $x$  を入れて **予測**する（ $\hat{y}$  を計算）
6. （後半）outlier で **ズレの原因**を考える（メモ列と結びつける）

📌 「傾き  $a$  は何を意味する？」／「ズレた日はなぜ？」



## 16. 実習①-1 (clean)：散布図を作る (x=バーガー数、y=ポテト数)

目的：回帰はまず**散布図**から始める。点の並びで「関係の方向」を読む。

### やること（操作）

1. **clean** シートを開く（外れ値なし）
2. x（横軸）に **バーガー注文数**、y（縦軸）に **ポテト注文数** を選択
3. **散布図（点）** を作る

### 必ずやる（見た目のルール）

- ・ グラフタイトル：「**バーガー数とポテト数（clean）**」
- ・ 横軸ラベル：**バーガー注文数（件）**
- ・ 縦軸ラベル：**ポテト注文数（件）**

 まずは**右上がり／右下がり／関係なし**のどれに近いかを言えるようにする。

## 17. 実習①-2 (clean) : 回帰直線・式・ $R^2$ を表示 (線形近似)

目的：点の雲を一本の線で要約し、式と  $R^2$  を表示する。

### やること (操作)

1. 散布図上の点をクリック
2. 近似曲線 (トレンドライン) を追加 (線形を選ぶ)
3. 「グラフに数式を表示する」を ON
4. 「グラフに  $R^2$  値を表示する」を ON

### 表示場所の指示 (読みやすくする)

- ・ 式と  $R^2$  は、点に重ならない場所へドラッグして移動
- ・ 点が見えにくい場合は、グラフを少し拡大して OK

📌 ここで得るものは2つ：回帰式 (予測ルール) と  $R^2$  (当てはまりの目安)。

## 18. 実習①-3 (clean)：読み取りと予測（傾きの解釈＋指定 $x$ で $\hat{y}$ 計算）

目的：出てきた式を「読める」「使える」にする。  
(計算よりも意味を言葉で説明できることがゴール)

### Step1：傾き $a$ を言葉で説明する

回帰式  $\hat{y} = ax + b$  の  $a$  は、  
バーガーが1増えたとき、ポテトが平均でどれくらい増えるか。

- ・ 例： $a = 0.6$  なら「バーガーが10 増えると、ポテトは約6 増える」

### Step2：指定 $x$ で予測値 $\hat{y}$ を計算する

教師が指定する  $x$  (例： $x = 150$ ) を式に代入し、 $\hat{y}$  を計算する。  
線の上の値＝予測値（ハット付き）。

 口頭チェック： $y$  は実測、 $\hat{y}$  は予測（同じではない）。

## 19. 実習② (outlier) : 外れ値入りで再実行 (線・式・ $R^2$ の変化を見る)

目的：現実のデータは「きれい」ではない。

外れ値が入ると、回帰直線・式・ $R^2$ ・予測がどう変わるかを体験する。

### やること (操作は実習①と同じ)

1. outlier シートを開く
2. 散布図を作る (軸ラベルも同じ)
3. 線形の回帰直線を追加し、**式と  $R^2$**  を表示する

### 比較するポイント (ここが学び)

- ・ 線の向き・位置は変わったか？
- ・ 傾き  $a$  はどれくらい変わったか？
- ・  $R^2$  は上がった？ 下がった？
- ・ 同じ  $x$  (例： $x = 150$ ) で  $\hat{y}$  はどれくらい変わる？

## 20. まとめ

### 今日の到達点（ここだけ）

- ・ 散布図で「関係」を見て、回帰直線で**一本の線**に要約した
- ・ 回帰式  $\hat{y} = ax + b$  を使って、**予測**を計算できるようになった
- ・  $R^2$  は「当てはまりの目安」で、**正解率ではない**と分かった

### 現実のポイント：ズレ（残差）が必ずある

実測  $y$  と予測  $\hat{y}$  は一致しないことが多い。

この**ズレ**を **残差**（誤差）と呼ぶ。

- ・ clean：ズレは小さめ → 回帰の基本が見える
- ・ outlier：ズレが大きくなる → 予測がぶれる／ $R^2$  も変わる

### 次回への橋：では、線はどうやって決めている？

Excel は勝手に線を引いているように見えるが、  
実は「ズレ（残差）を小さくする」ルールで線を決めている。

次回はその決め方＝**最小二乗法**を学ぶ。

### 統計学的な判定のポイント

$t$  値が境界線を超えているかを確認します。

- ・ 有意差あり：偶然では説明できない差がある。
- ・ 有意差なし：ただの誤差（偶然）の可能性がある。

※この色の組み合わせは、視認性と高級感を両立します。

### 統計的仮説検定の結論

実習で得られた平均値の差を評価します。

- ・ 帰無仮説：ポテトの重さに差はない
- ・ 対立仮説：ポテトの重さに有意な差がある

計算された  $t$  値が境界線を越えた場合、対立仮説を採択します。

- ・ タイトル：1A237E / FFFFFFFF
- ・ 本文背景：FFFDE7 / 本文文字：212121

### 統計的仮説検定の結論

実習で得られた平均値の差を評価します。

- ・ 帰無仮説：ポテトの重さに差はない
- ・ 対立仮説：ポテトの重さに有意な差がある

計算された  $t$  値が境界線を越えた場合、対立仮説を採択します。

- ・ タイトル：1A237E / FFFFFFFF
- ・ 本文背景：FFFDE7 / 本文文字：212121



## 24. 枠線付きブロックのテスト

### 正規分布の定義

ここが本文エリアです。外側にタイトルと同じ色の枠線が入ることで、内容が引き締まって見えます。

### 実習の重要ポイント

本文のエリアに枠線を入れることで、情報の「まとめり」が強調されます。TikZ で描いたグラフなどをこの中に入れることも可能です。

- ・ 色の統一感（タイトル背景 = 枠線）
- ・ 適度な余白（Padding）
- ・ フラットな質感（影なし）