12 単回帰（回帰の意味と散布図）

1. 回帰で「将来予測」を作る（判断ではなく予測）

今日やること（結論）

ハンバーガーショップのデータを使って、
「ポテトの注文数を増やすには、何が関係していそうか」を見つけ、
「このくらい売れそう」という**予測**を作ります。

- 今日のキーワード：**散布図・回帰直線・予測式**（$\hat{y} = ax + b$）
- 回帰は、**正しい／間違いを決める**話ではなく、**未来を予測する**話
- ゴールは計算ではなく、**式の意味を言葉で説明できる**こと

今日の到達目標

- 散布図から「増える／減る／関係なし」を説明できる
- 回帰直線と式を表示し、**傾き a の意味**を言える
- 回帰式で「もし x がこうなら、y はこのくらい」を**予測**できる

2. ストーリー：店長の次の目標は「ポテト売上 UP」

前回まで店長は、**ポテトの重さのばらつき**をデータで見て改善しました。
（「本当に減ったと言ってよいか？」を**判断**できるようになった）

次の目標（現場の目標）

ポテトは**利益率が高い**。
だから店長は **ポテトの売上を伸ばす**ことを目標にしました。

そこで店長は考えます：

- 「お客さんが**ハンバーガーと一緒に**ポテトを注文する数を増やしたい」
- 「そのために、**何が増えるとポテトも増える**のだろう？」

📌 今日はこの問いに対して、**データから予測の式を作る**。

3. 前回回収：検定は「判断」／回帰は「予測」（混同しない）

前回までやってきたのは、次のような**判断**です。
「平均との差がある」だけではなく、**ばらつきの中で珍しいか**で決めました。

検定（前回）＝判断

珍しさ（p 値）を使って、
「**偶然と言ってよいか／言いにくいか**」を決める。

一方、今日は次の目的です。

回帰（今日）＝予測

2 つの数値の**関係**を使って、
「**もし** x **がこうなら、**y **はこのくらい**」を予測する。

- 検定は「**棄却／棄却できない**」で結論を出す
- 回帰は「**予測の式**」を作り、使う（結論の形が違う）

4. 問いの定式化：ハンバーガーが増えるとポテトは増える？（$x \to y$）

店長の目標は「ポテト売上 UP」でした。
そこで、**ポテトの注文数**に関係しそうなものを考えます。

今日の問い（回帰の問い）

ハンバーガー注文数が増える日ほど、ポテト注文数も増えるのか？

回帰では、2 つの数値の役割を**先に決めます**。

- x **（説明変数）**：ハンバーガー注文数（原因かもしれない側）
- y **（目的変数）**：ポテト注文数（増やしたい結果の側）

📌 今日やることは、x **を見たら** y **を予測できるか**を確かめること。

5. 散布図とは：2つの数値の関係を「点」で見る図（定義）

回帰を始める前に、まず**散布図**で関係を**目で見ます**。

散布図（定義）

1つのデータ（1日）を1つの点として、
横軸に x、縦軸に y をとって並べた図。

今回の例では、点の意味はこうです。

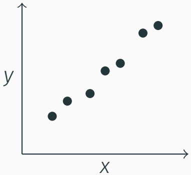
- ある1日：**(ハンバーガー注文数 x , ポテト注文数 y)**
- 30日分なら、**点が30個**できる

📌 散布図を見ると、**増える／減る／関係なし**が直感的に分かる。

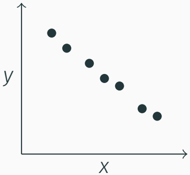
6. 散布図の読み方①：右上がり／右下がり／関係なし（3 パターン）

散布図は、点の並び方で「関係の方向」を読みます。
（細かな計算の前に、まず目で判断できるようにする）

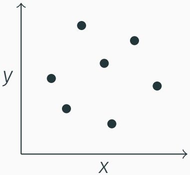
右上がり
（x が増えると y も増えやすい）



右下がり
（x が増えると y は減りやすい）



関係なし
（x が変わっても y が読めない）



📌 今日のデータ（ハンバーガー → ポテト）は、**右上がりになりそう**かをまず確認する。

7. 散布図の読み方②：ばらつき・外れ値（現実データの特徴）

現実のデータは、きれいに一直線には並びません。
同じ x でも y が少し違うのが普通です。

重要：データには「ばらつき」がある

ばらつきがあるから、予測は **100%当たる**わけではない。
でも、**中心の傾向**をつかめば、だいたいの予測はできる。

さらに、**外れ値**が混ざることもあります。

- 例：品切れでポテトが売れなかった日（普段より**極端に少ない**）
- 例：キャンペーンでポテトが急に売れた日（普段より**極端に多い**）

📌 後半の実習では、外れ値があると**回帰直線がどう変わるか**を確かめる。

8. 回帰の目的：点の雲を「一本の線」で要約し、予測に使う

散布図を作ると、点は**雲（ばらついた集まり）**になります。
このままだと、「次はどれくらい？」が言いにくい。

回帰の目的（理由）

点の雲を**一本の線**で要約して、
予測に使える形（式）にする。

回帰でやりたいことは、次の 2 つです。

- **関係を要約する**：x が増えると y はどう変わりやすいか
- **予測する**：もし x がこの値なら、y はこのくらい（$\hat{y}$）

📌 ここでの「線」は、**全部当てる線**ではなく、**中心の傾向**を表す線。

9. 回帰直線（イメージ）：各 x に対して“中心”を通る予測の線

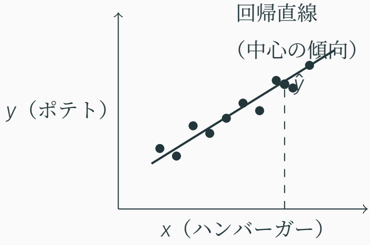
回帰では、点の雲の**中心を通るような線**を考えます。
この線を**回帰直線**と呼びます。

回帰直線（イメージ）

同じ x のときの y の“中心”を結んだような線。
この線上の値が、y の**予測値**（$\hat{y}$）。

- 点は線の周りに**散らばる**（ばらつき）
- それでも線があると、**だいたいの予測**ができる

📌 **点の中心を表す線**だと思えばよい（まずはこれで OK）。



点が散らばっていても、線があれば
「この x なら $\hat{y}$ はこのくらい」が言える

10. 回帰式：$\hat{y} = ax + b$（$\hat{y}$ ＝予測値）を文章で理解する

回帰直線は、**式**で表せると便利です。
（Excel が計算して表示してくれる式を、**言葉で説明できる**のが今日の目標）

$$\hat{y} = ax + b$$

この式が言っていること（文章）

x（ハンバーガー注文数）が分かれば、
ポテト注文数の予測値 $\hat{y}$ を計算できる。

- $\hat{y}$（ハット付き）は**予測値**（実測の y とは違う）
- 点はばらつくので、**実測 y は $\hat{y}$ と一致しないことが多い**

📌 今日の実習は、**Excel で式を出し、その意味を言葉で説明する**こと。

11. パラメータの意味：傾き a ＝増え方／切片 $b = x = 0$ の予測

回帰式 $\hat{y} = ax + b$ の**意味**は、a と b を見れば説明できます。

傾き a（いちばん大事）

x が 1 増えると、$\hat{y}$ が平均でどれくらい増えるか。
例：$a = 0.6$ なら、バーガーが 10 増えるとポテトは**約 6 増える**。

切片 b（注意して使う）

$x = 0$ のときの予測値。
ただし、現実に $x = 0$（バーガー 0）が**起きない範囲**なら、
b の現実的な意味は**薄い**ことがある。

📌 実習では、まず a**（増え方）を言葉で説明できる**ことを優先する。

12. R^2 とは：線で説明できる割合の目安（正解率ではない）

回帰直線を引いたら、次に気になるのはこうです。
「この線は、どれくらい**データに合っているの**？」

R^2（決定係数）

回帰直線で、y のばらつきのうち
どれくらいが x **で説明できたか**を表す**目安**。

- R^2 は **0〜1** の間の数（例：0.72）
- **1 に近い**ほど、点が線に**近く**、説明できる割合が高い
- **0 に近い**ほど、点が線から**散らばり**、説明できる割合が低い

ここが重要（誤解防止）

R^2 は **正解率ではない**。
「未来が必ず当たる」ことは保証しない。

13. 注意：相関≠因果／回帰は「当てる保証」ではない

回帰ができると、つい次のように言いたくなります。
「バーガーが増えた**から**、ポテトが増えた！」

でも注意

散布図や回帰で分かるのは、基本的に**関係（相関）**であって、
原因（因果）を確定することではない。

例：バーガーとポテトが同時に増える本当の理由は、別にあるかもしれません。

- その日は**来客数**が多かった（両方増える）
- **キャンペーン**をやっていた（セット注文が増える）
- **品切れ**があった（片方だけ減る）

今日の結論の形

回帰で言えるのは、
「この範囲では、増える傾向がある／予測に使えるかもしれない」まで。

14. 実習で使うデータ：clean / outlier の 2 つ（目的が違う）

今日は同じテーマ（ポテト売上 UP）でも、目的の違う 2 種類のデータで学びます。
順番が大事です（まず成功→次に現実）。

データ A：clean（外れ値なし）

回帰の基本を「成功」させるためのデータ。
散布図が読みやすく、回帰直線がきれいに出る。

- 目的：散布図→直線→式→ R^2 →予測、をスムーズに体験
- 「傾き a の意味」を言葉で説明できるようにする

データ B：outlier（外れ値あり）

現実のデータはズレることを体験するためのデータ。
品切れ／キャンペーンなどで点が極端に外れる日が混ざる。

- 目的：外れ値が回帰直線・R^2・予測に与える影響を知る
- 「なぜズレたか」を**メモ列**から説明する

15. 実習のゴール：散布図→直線→式→ R^2 →予測→（外れ値でズレを考える）

実習では、回帰を「作って使う」までを**一気に**やります。
最後に、外れ値で**現実のズレ**も確認します。

実習の流れ（この順番で固定）

1. **散布図**を作る（x と y の関係を点で見る）
2. **回帰直線**を引く（点の雲を一本の線で要約）
3. **回帰式** $\hat{y} = ax + b$ を表示する（$\hat{y}$ =予測値）
4. R^2 を表示する（線で説明できる割合の目安）
5. 具体的な x を入れて **予測**する（$\hat{y}$ を計算）
6. （後半）outlier で **ズレの原因**を考える（メモ列と結びつける）

📌「傾き a は何を意味する？」／「ズレた日はなぜ？」

16. 実習①-1（clean）：散布図を作る（x=バーガー数、y=ポテト数）

目的： 回帰はまず**散布図**から始める。点の並びで「関係の方向」を読む。

やること（操作）

1. **clean** シートを開く（外れ値なし）
2. x（横軸）に **バーガー注文数**、y（縦軸）に **ポテト注文数** を選択
3. **散布図（点）**を作る

必ずやる（見た目のルール）

- グラフタイトル：**「バーガー数とポテト数（clean）」**
- 横軸ラベル：**バーガー注文数（件）**
- 縦軸ラベル：**ポテト注文数（件）**

📌 まずは**右上がり／右下がり／関係なし**のどれに近いかを言えるようにする。

17. 実習①-2（clean）：回帰直線・式・R^2 を表示（線形近似）

目的：点の雲を**一本の線**で要約し、**式**と R^2 を表示する。

やること（操作）

1. 散布図上の点をクリック
2. **近似曲線（トレンドライン）**を追加（**線形**を選ぶ）
3. 「**グラフに数式を表示する**」を ON
4. 「**グラフに R^2 値を表示する**」を ON

表示場所の指示（読みやすくする）

- 式と R^2 は、点に重ならない場所へ**ドラッグして移動**
- 点が見えにくい場合は、グラフを少し拡大して OK

📌 ここで得るものは 2 つ：**回帰式**（予測ルール）と R^2（当てはまりの目安）。

18. 実習①-3（clean）：読み取りと予測（傾きの解釈＋指定 x で $\hat{y}$ 計算）

目的：出てきた式を「読める」「使える」にする。
（計算よりも**意味を言葉で説明**できることがゴール）

Step1：傾き a を言葉で説明する

回帰式 $\hat{y} = ax + b$ の a は、
バーガーが 1 増えたとき、ポテトが平均でどれくらい増えるか。

- 例：$a = 0.6$ なら「バーガーが 10 増えると、ポテトは**約 6 増える**」

Step2：指定 x で予測値 $\hat{y}$ を計算する

教師が指定する x（例：$x = 150$）を式に代入し、$\hat{y}$ を計算する。
線の上の値＝予測値（ハット付き）。

📌 口頭チェック：y **は実測、**$\hat{y}$ **は予測**（同じではない）。

19. 実習②（outlier）：外れ値入りで再実行（線・式・R^2 の変化を見る）

目的：現実のデータは「きれい」ではない。
外れ値が入ると、回帰直線・式・R^2・予測が**どう変わるか**を体験する。

やること（操作は実習①と同じ）

1. **outlier** シートを開く
2. 散布図を作る（軸ラベルも同じ）
3. 線形の回帰直線を追加し、**式と R^2** を表示する

比較するポイント（ここが学び）

- **線の向き・位置**は変わったか？
- **傾き** a はどれくらい変わったか？
- R^2 は上がった？ 下がった？
- 同じ x（例：$x = 150$）で $\hat{y}$ **はどれくらい変わる**？

20. まとめ

今日の到達点（ここだけ）

- 散布図で「関係」を見て、回帰直線で**一本の線**に要約した
- 回帰式 $\hat{y} = ax + b$ を使って、**予測**を計算できるようになった
- R^2 は「当てはまりの目安」で、**正解率ではない**と分かった

現実のポイント：ズレ（残差）が必ずある

実測 y と予測 $\hat{y}$ は一致しないことが多い。
この**ズレ**を **残差**（誤差）と呼ぶ。

- clean：ズレは小さめ → 回帰の基本が見える
- outlier：ズレが大きくなる → 予測がぶれる／R^2 も変わる

次回への橋：では、線はどうやって決めている？

Excel は勝手に線を引いているように見えるが、
実は「ズレ（残差）を小さくする」ルールで線を決めている。
次回はその決め方＝**最小二乗法**を学ぶ。

21. カラーパターンのテスト（このページ限定）

統計学的な判定のポイント

t 値が境界線を超えているかを確認します。

- **有意差あり**：偶然では説明できない差がある。
- **有意差なし**：ただの誤差（偶然）の可能性がある。

※この色の組み合わせは、視認性と高級感を両立します。

統計的仮説検定の結論

実習で得られた平均値の差を評価します。

- **帰無仮説**：ポテトの重さに差はない
- **対立仮説**：ポテトの重さに有意な差がある

計算された t 値が境界線を越えた場合、対立仮説を採択します。

- タイトル：1A237E / FFFFFF
- 本文背景：FFFDE7 / 本文文字：212121

23. 王道カラーパターンの実機テスト

統計的仮説検定の結論

実習で得られた平均値の差を評価します。

- **帰無仮説**：ポテトの重さに差はない
- **対立仮説**：ポテトの重さに有意な差がある

計算された t 値が境界線を越えた場合、対立仮説を採択します。

- タイトル：1A237E / FFFFFF
- 本文背景：FFFDE7 / 本文文字：212121