

04 確率の基礎①（場合の数・確率）

1. 確率の基礎①（場合の数・確率）

本日は、統計学^{とうけいがく}の「予測」を支える論理的な土台である「確率^{かくりつ}」を学びます。

- ・ **確率の本質**：確率は「公式」ではなく、全体に対する「起こりやすさの割合」です。
- ・ **樹形図^{じゅけいず}の活用**：頭で考えず、図を描いて「全パターン」を視覚化します。
- ・ **組み合わせの算出**：樹形図から重複を省き、正しい数を導き出す方法を学びます。
- ・ **Excel 実習**：表（マトリックス）を使い、確率の分母と分子を特定します。

「数え方のルール」を整理することが、後の複雑なデータ分析を支える力になります。

講義の狙い

数学としての確率に苦手意識を持つ学生に対し、整理術（アルゴリズム）としての確率を伝えます。

2. 確率の定義：ある出来事が起こる「割合」

確率は、ある試行（実験や観察）を行ったとき、特定の出来事がどれくらい起こりやすいかを「0 から 1」の範囲で表した数値です。

確率の基本式

$$\text{確率} = \frac{\text{注目している場合の数（分子）}}{\text{起こりうるすべての場合の数（分母）}}$$

ポイント：

- ・ 0：絶対に起こらない（0%）
- ・ 1：100%確実に起こる（100%）
- ・ 割合：「10 回に 3 回起こる」なら $3/10 = 0.3$ と表現します。

定義

「分母を先に固定する」という手順をこの後何度も繰り返します。

3. きじゅつとうけい記述統計（過去）から確率（未来）へ

前回の「きじゅつとうけい記述統計」と今回の「かくりつ確率」は、以下のように繋がっています。

- ・ **記述統計**：手元にある「過去」のデータの割合を整理した。
- ・ **確率**：同じ条件なら、「未来」にどの程度の割合で起こるかを予測する。

「過去のデータでは特定の商品の売上割合が高かった」という事実を、「次に来る客がその商品を買う確率」として扱うことで、ビジネスの予測が可能になります。

つながり

記述統計から確率への接続を言語化し、学習の動機付けを行います。

4. 場合の数：全体で何通りの結果があるか

確率を計算する際、最も重要なのが「起こりうるすべての結果（^{ばあい}場合の数）」を正しく把握することです。これが確率の「分母」になります。

例：コイン1枚を投げる

- ・ 結果は「表」か「裏」の2通り。→ **分母 = 2**

例：サイコロ1個を振る

- ・ 結果は「1, 2, 3, 4, 5, 6」の6通り。→ **分母 = 6**

鉄則：分母を間違えると、その後の確率はすべて間違った値になります。

場合の数

「全事象」という言葉は使わず、直感的に「全体」と呼びます。

5. 全部で何通りある？

次の実験では全部で何通りあるか考えてみましょう。

1. コイン2枚を投げる

2. サイコロ2個を振る

この全部で何通り？ のことを『場合の数』と言います。

場合の数

表や樹形図に表して場合の数を数える。

6. 樹形図^{じゅけいず}：分岐を書き出して全体を把握する

頭の中だけで数えると、必ず数え漏れや重複が発生します。これを防ぐための視覚的な整理図が「樹形図^{じゅけいず}」です。

樹形図の描き方：

1. 1回目の結果を縦に並べる。
2. それぞれの結果から、2回目の結果へ枝を伸ばす。
3. 枝の「末端（葉）」の数を合計する。

この図を描くことで、(表, 裏) と (裏, 表) が別の枝であることを視覚的に確認できます。

樹形図

視覚的に枝分かれを理解させることが、ロジカルな数え上げの基本です。

7. 実習：樹形図で「全体（分母）」を特定する

10 円玉と 100 円玉の 2 枚を投げたとき、起こりうる全パターンを樹形図で描いてみましょう。

- ・ 10 円玉が「表」のとき、100 円玉は「表・裏」の 2 通り。
- ・ 10 円玉が「裏」のとき、100 円玉は「表・裏」の 2 通り。

枝の末端を数えると、全部で **4 通り** であることがわかります。これがコイン 2 枚を投げたときの確率の「分母」になります。

実習

「表裏」と「裏表」を別々の枝として数える習慣をつけさせます。

8. 順列：順番や役割を「区別して」数える

^{じゅんれつ}
「順列」とは、取り出したものの並ぶ順番を、別々の結果として数えるルールです。

具体例：A, B, C の3人から「走る順番」を決める

- ・ $A, B, C \neq A, C, B \rightarrow$ 順番が違うので別の2通りと数えます。

判断基準：「順番を入れ替えたとき、意味が変わるか？」変わるなら、すべての枝を平等に数える「順列」の考え方を使います。

順列

「走者」や「役職」など、役割がつく場合は順列であることを伝えます。

黒板に、A B C, A C B, B A C の例をかき、「ならぶ場所がちがう → ちがう」 と説明する。

9. 組み合わせ：順番を無視し「セット内容」だけ数える

「組み合わせ」とは、順番は関係なく「どのメンバーが選ばれたか」というセットの中身だけを数えるルールです。

例：A, B, C の 3 人から、掃除当番を 2 人えらぶ

- ・ だれが掃除をするか、を考えます。
- ・ A さんと B さん → OK
- ・ B さんと A さん → 同じ
- ・ 順番は関係ありません。
- ・ だから、1 通りです。

判断基準：「順番を入れ替えても、結果（セット）は同じか？」同じなら、重複を省いて数える「組み合わせ」の考え方を使います。

組み合わせ

「同じ人 → 1 つ」

「順番は見ません」

この 2 フレーズを毎回同じ言い方で使うと、留学生はかなり安定します。

10. 組み合わせの数え方：ならべて → 同じを消す

組み合わせを数えるときは、まず **ならべて全部出す** と分かりやすくなります。

例：A, B, C から 2 人えらぶ

1. まず、^{なら}並べて書く：
AB, AC, BA, BC, CA, CB (6 つ)
2. **同じ人のセット**を見つける：
AB と BA、AC と CA、BC と CB
3. **同じ → 1 つ**にする：
AB, AC, BC (3 通り)

並べて消す

最初に全部出すと、同じものが見つけやすい。

組み合わせは「並べた結果を、同じものごとにまとめたもの」。

11. 組み合わせの数え方：もどらないルール

はじめから 同じものを数えない ために、^{もど}戻らない ルールで考えます。

ルール：もう書いたものには^{もど}戻らない

- ・ A からは \rightarrow B、C (AB、AC)
- ・ B からは \rightarrow C だけ (BC) (A には 戻らない)
- ・ C からは \rightarrow 選ぶものがない

このルールで考えると、同じセットを 2 回 数えません。

だから、組み合わせは 3 通り です。

もどらない

この図は、実際の行動ではなく「数え方の整理」。
「同じ → 書かない」という判断だけで、間違いを防げる。

12. 実習：樹形図で「4 枚から 2 枚」の組み合わせを出す

4 枚のカード (1, 2, 3, 4) から、2 枚を同時に引きます。「戻らない樹形図」を描いて、組み合わせの数を求めてください。

ヒント：

- ・ 「1」からは (2, 3, 4) の 3 本。
- ・ 「2」からは (3, 4) の 2 本。(1 へは戻らない)
- ・ 「3」からは (4) の 1 本。

実習

学生に手を動かさせ、自力で $3+2+1=6$ 通りを導き出させます。

13.【答え】 組み合わせの総数は 6 通り

「戻らないルール」で描くと、枝の数は規則的に減っていきます。

- ・ 1 から始まるペア : $(1,2), (1,3), (1,4) \rightarrow 3$ 通り
- ・ 2 から始まるペア : $(2,3), (2,4) \rightarrow 2$ 通り
- ・ 3 から始まるペア : $(3,4) \rightarrow 1$ 通り

→ 合計 : $3 + 2 + 1 = 6$ 通り

このように樹形図を正しく描ければ、難しい公式を知らなくても確率の「分母」を正確に算出できます。

答え

この「規則性」が、後の計算式（階乗や二項係数）の背景にあることを示唆します。

14. 確率のもとめ方：分母と分子

これまで数えた結果を使って、確率をもとめます。

問題：コインを 2 枚なげて、「表が 1 枚」出る確率は？

1. **分母（ぜんぶ）：**

(表, 表), (表, 裏), (裏, 表), (裏, 裏) の 4 通り

2. **分子（ほしいもの）：**

「表が 1 枚」→ (表, 裏), (裏, 表) の 2 通り

3. **確率：**

$$2/4 = 0.5 \text{ (50\%)}$$

注意：分母と分子は、同じルールで数えます。

同じルール

分母で (表, 裏) と (裏, 表) を 2 つと数えたら、
分子でも 2 つとして数える。
同じものを、あとで 1 つにしない。

15. 確率の大事なルール：ぜんぶ足すと 1 (100%)

すべての結果を **もれなく** 数えると、確率の合計は 1 (100%) になります。

例：コインを 2 枚なげる

- ・ 表が 2 枚： $1/4$ (0.25)
- ・ 表が 1 枚： $2/4$ (0.50)
- ・ 表が 0 枚： $1/4$ (0.25)

合計： $0.25 + 0.50 + 0.25 = 1.0$

便利な考え方：1 から引く

「少なくとも 1 枚は表」の確率は、

「 $1 - (\text{表が 0 枚})$ 」で出せます。

合計は1

「ぜんぶ足すと 1」は、あとで「分布（グラフ）」を考えるときにも使う。
グラフの面積（全部）＝ 1、という考え方につながる。

16. 独立：まえの結果は、つぎに関係しない

確率では、前の結果は、次に「えいきょう」しません。

- ・ コインを1回なげて「表」が出た。
- ・ 問い：2回目に「裏」が出やすくなる？
- ・ 答え：なりません。

2回目も、裏の確率は $1/2$ です。

「そろそろ裏が出るはず」という考えは、
確率では 使いません。

独立

1 回ずつの結果は、別べつに考える。
気もちではなく、数（わりあい）で考える。

17. 公式の意味：はやく数えるための書き方

順列 (P) や組み合わせ (C) は、

数えた結果を、短く書くための記号です。

- ・ 順列 P : n 個から r 個えらんで ならべる
- ・ 組み合わせ C : n 個から r 個を えらぶだけ

$${}_4C_2 = 6$$

意味：

「4 つの中から 2 つ選ぶと、6 通りある」

だいじなこと：

計算より、並べる？ 選ぶ？ を考える。

公式

公式は、数え上げを **はしよる**ためのもの。
考え方（ならべる／えらぶ）が分かれば十分。

18. 実習：Excel の表で「全部」を作る

樹形図を、Excel の **表** で表します。

やること：

1. A2:A3 に「表」「裏」を入力（1 枚目）
2. B1:C1 に「表」「裏」を入力（2 枚目）
3. まじわるセル（B2:C3）に結果を書く

このとき、**セルの数**が

全部の数（分母） になります。

Excel 実習

樹形図と同じ情報を、表で表している。

セルの数 = 「考えるパターンの数」。

19. 実習：Excel で確率を出す

作った表を使って、確率を計算します。

1. 全部のセルを数える → **分母**
2. 条件に合うセルを数える → **分子**
3. セルに $= \text{分子} / \text{分母}$ を入力

ポイント：

確率は **全部の中の、どれくらいか。**

計算

確率は、むずかしい計算ではない。
「数える → 割る」だけ。

20.【問い】 降水確率 30% の意味

「明日の^{こうすいかくりつ}降水確率は 30% です。」

正しい意味はどれ？

1. 明日の時間の 30% で雨が降る
2. 明日の場所の 30% で雨が降る
3. 同じような日が 100 回あれば、30 回くらい雨が降る

答え：3

確率は、

同じ条件を何回もくり返したときの割合。

解釈

確率は「未来の 1 回」を当ててるものではない。
「たくさん回したときの出やすさ」。

21. 注意！ 確率でよくあるミス

まちがえやすいポイントを確認します。

- ・ **分母を決めない：**
まず「全部」を数える
- ・ **表・裏を1つにする：**
コイン2枚の分母は4通り
- ・ **気もちで考える：**
昨日の結果は、今日に関係しない

間違い

ミスの多くは、
「分母をあいまいにする」ことから起こる。

22. まとめ：なぜ統計学で確率を学ぶのか

本日の学びは、データ分析のフェーズを次へ進めるための準備です。

- ・ **記述統計**：手元にあるデータから「今、何が起きているか」を記述する。
- ・ **確率**：記述された割合を元に「次に、何が起きそうか」を推察する。

「分布」という言葉は、前回のヒストグラムでも使いましたが、次々回以降は「かくりつぶんぷ確率分布」という言葉に進化します。

まとめ1

記述統計と確率の概念的な繋がりを整理します。

23. 本日のまとめ：重要用語

- ・ **確率**：ある事象が起こる「割合」。0（絶対ない）から1（確実）の間。
- ・ **樹形図**：分母（全体）を漏れなく数え上げるための視覚的ツール。
- ・ **順列**：順番を区別する。**組み合わせ**：順番を無視する。
- ・ **独立**：1回ごとの結果は、過去の結果に左右されない。

次回は、この確率を何度も繰り返したときの平均的な値「期待値」を学びます。

まとめ2

本日の中心概念を復唱します。