Ordre du jour :
- Cours 1 : (3h ?)
- Puis début du TP 1
- Condition TP donc plus d'autonomie sauf gros blocage

Demain :
- Cours 2 : (1h)
- Suite du TP1

Développement informatique

Cours 1 : Représentation des nombres.

- Rappels sur la représentation des nombres (binaire, hexadécimal)
- Rappels sur l'algèbre de Boole

Introduction

L'histoire révèle que selon les époques et les lieux, l'écriture des nombres s'est effectuée de plusieurs façons. Par exemple, le nombre quarante-sept peut s'écrire :

- avec des petits traits : ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| ||||| || ;

- avec la numération romaine : XLVII ;

- avec la numération de position en utilisant les 10 chiffres arabes : 47.

Un système d'écriture des nombres se décrit toujours en précisant les symboles utilisés (l'alphabet) et les règles d'association de ces symboles.

Introduction

Dans le système de numération décimale, l'alphabet est constitué de dix symboles : les dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

À l'aide de ces dix symboles, on peut écrire n'importe quel nombre entier. Le nombre quarante-sept s'écrit 47 en base 10 ce qui signifie que ce nombre est égal à $4\times10^1+7\times10^0$.

De même le nombre 3010 s'écrit ainsi parce que $3010=3\times10^3+0\times10^2+1\times10^1+0\times10^0$

Introduction

- Base 2 : 2 symboles pour le codage : 0 et 1 (assimilé aussi a faux/vrai)
- Base 10 : 10 symboles (0 à 9)
- Base 8 : 8 symboles (0 à 7)
- Base 16 : 16 symboles : 0123456789ABCDEF

Introduction

Petite note :

- Base 26 dans la vie courante : plaque immatriculation
- Base 60 (sexagésimal) : utilisée par les Incas, et pour compter les heures et les angles
- Base 12 et 24 : pour compter les heures
- Base 365 : pour compter les années

Dans le cas de l'héxa on rajoute des chiffres supplémentaires (A,B... qui représente les nombres 10, 11... en base 10) mais ce n'est pas obligatoire en base soixante le nombre 50 devient un chiffre. par exemple 1250 donnerait 12h50)

Introduction

En base 10, on utilise 10 symboles les chiffres 0 → 9.

La position (rang) de chaque chiffre dans le nombre donne la puissance du coefficient multiplicateur.

Exemple pour 1487 :

Chiffre	1	4	8	7
Rang	3	2	1	0
Coefficient	10^3	10^2	10^1	10^0
Résultat	1000	400	80	7

Introduction

En base 2, on utilise 2 symboles les chiffres 0 et 1.

La position (rang) de chaque chiffre dans le nombre donne la puissance du coefficient multiplicateur.

Exemple pour $1101_2 = 13$

Chiffre (base 2)	1	1	0	1
Rang	3	2	1	0
Coefficient	2^3	2^2	2^1	2^0
Résultat	8	4	0	1

Introduction

En base 16, on utilise 16 symboles les chiffres 0→9 , A, B, C, D, E, F.

La position (rang) de chaque chiffre dans le nombre donne la puissance du coefficient multiplicateur.

Exemple pour $015B_{16}$ = 347

Note : le petit 16 indique la base du nombre

Chiffre (base 2)	0	1	5	B
Rang	3	2	1	0
Coefficient	16^3	16^2	16^1	16^0
Résultat	0	256	80	11

Introduction

Convention d'écriture

- Décimal : les nombres sont groupés par 3

- 1 201 357 pour la France
- 1,201,357 pour les USA

-Binaire : les nombres sont groupés par blocs de 4

- 0110 : nibble, demi-octet,semi-octet ou quartet (4 bits)
- 0110 1101 : octet (Byte en anglais, na pas confondre avec bit…) (8 bits)
- 01101101 11001101 : un mot (Word, word) (16 bits)
- 01101101 11001101 01101101 11001101 : un double mot (Double Word, dword) (32 bits)
- 01101101 11001101 01101101 ……….. : un quadruple mot (Qword, qword) (64 bits)

-Hexadécimal :

- AE : un octet, C1AA : 2 octets

Convention d’écriture : spécifier la base

- 1478 (en base 10 s'écrira … 1478)
- 151 (décimal) s'écrira :
  - $1001\ 0111_2$ (Notation mathématique)
  - 0b10010111 (Notation informatique)
- 1478 (décimal) s'écrira :
  - $05C6_{16}$ (Notation mathématique)
  - 0x05C6

Attention à cette écriture : 0151 → base 8

Conversion vers la base 10

Conversion vers le système décimal

$$N = \sum c_i B^i$$

c_i est la valeur du symbole dans le système décimal.
B est la base
i est le rang

En binaire : c = {0, 1 }, B =2
En Hexadécimal : c = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A=10,B=11, C=12, D=13,E=14, F=15} ; B = 16

Conversion vers la base 10

Exemple de conversion système hexadécimal vers décimal : 0xF9A8

c_i	F	9	A	8
i (rang)	3	2	1	0
B^i	4096	256	16	1
$c_i * B^i$	4096*15	256*9	16*10	8*1

→ N = 63912

Conversion vers la base 10

Exemple de conversion système binaire vers décimal : 0b100110

c_i	1	0	0	1	1	0
i (rang)	5	4	3	2	1	0
B^i	32	16	8	4	2	0
$C_i * B^i$	32	0	0	4	2	0

→ N = 32+4+2 = 38

Conversion vers la base 10

Quelques exercices

Convertir les nombres binaires suivants en décimal.

0b11001100 =

0b1000 =

0b1111 =

0b11110001 =

Convertir les nombres hexadécimaux suivants en décimal.

0x0F =

0xFF =

0xF001 =

0xA015 =

Conversion vers la base 2 ou 16

Méthodes par division :

Exemple de conversion de 23 vers la base 2

23 mod 2 = 1 : on note 1 (a droite) et on reprend avec Ent(23/2) = 11

11 mod 2 = 1 : on note 1 et on reprend avec Ent(11/2) =5

5 mod 2 = 1 : on note 1 et on reprend avec Ent(5/2) =2

2 mod 2 = 0 : on note 0 et on reprend avec Ent(2/2)=1

1 mod 2 = 1 : on note 1 et on reprend avec Ent(1/2) =0 : Donc stop

Conversion vers la base 2 ou 16

Méthodes par soustraction:

Exemple de conversion de 27 vers la base 2

→ puissance de 2 immédiatement inférieure a 27 : 2^4 : on note 1 (à gauche) et on reprend avec ($27-2^4 = 11$)

→ puissance de 2 immédiatement inférieure a 11 : 2^3 : on note 1 et on reprend avec ($11- 2^3 = 3$)

→ puissance de 2 immédiatement inférieure a 3 : 2^1 : on note 1 et on reprend avec ($3- 2^1 = 1$)

→ puissance de 2 immédiatement inférieure a 1 : 2^0 : on note 1 et on reprend avec ($1- 2^0 = 0$) → fin de l'algorithme

Conversion vers la base 10

Quelques exercices

Convertir en binaires les nombres suivants.

17 = 0b

11 = 0b

51 = 0b

64= 0b

Convertir en hexadécimal les nombres suivants.

17 = 0x

11 = 0x

51 = 0x

64= 0x

Conversion binaire vers hexadécimal

Très simple a condition de grouper les bits par quartet

Exemple : 0b1110 0011 → 0x E3

Exemple : 0x0AF4 → 0b 0000 1010   1111 0100

Le décimal codé binaire

EBCDIC (L'Extended Binary Coded Decimal Interchange Code)

- Encore utilisé sous AS/400 et sous MVS
- On code les valeurs décimales en binaire sur un octet (8 bits)

BCD ou encore " packed BCD "

Note : Il s'agit simplement de binaire avec une valeur ne pouvant excéder 10

- Très utilisé pour les afficheurs à segments.
- On code les valeurs décimales en binaire sur un quartet(4 bits)
- Le dernier quartet contient 1100 pour le signe + et 1101 pour le signe -

Addition et multiplication en base 2 et 16

-Rappel des règles d’addition en base 10

-Transposition en base 2 et 16

https://www.wikihow.com/Add-Binary-Numbers
https://www.quora.com/How-do-you-add-hexadecimal-numbers

-Rappel des règles de multiplication en base 10

-Transposition en base 2 et 16

Opération bit a bit

Il existe 5 types d'opération bit a bit : AND, OR, XOR, NOT, NEG

- En programmation, il est important de se souvenir que les ordinateurs manipulent les bits par packet :
  - 4 bits → quartet : premiers processeurs (intel 4004).
  - 8 bits → octet (byte): processeurs Intel 8080 , Zilog, Motorola 680x
  - 16 bits → mot (word): processeur Intel 8086
  - 32 bits → double mot (dword) : processeur Intel 80386, Motorola 680x0
  - 64 bits → quadruple mot (qword)

L’opérateur AND (&)

Exemple : opération bit a bit sur un quartet

a	1	0	1	0
b	1	1	0	0
a AND b	1	0	0	0

L'opérateur OR (|)

Exemple : opération bit a bit sur un quartet

a	1	0	1	0
b	1	1	0	0
a OR b	1	1	1	0

L’opérateur Xor (^)

Exemple : opération bit a bit sur un quartet

a	1	0	1	0
b	1	1	0	0
a XOR b	0	1	1	0

L’opérateur NOT (! , ~, complément à 1)

Exemple :

a	1	0
Not a	0	1

Attention !a n’est pas l’opposé de a

Opérateurs de décalage (bit shift, >> et <<)

Les opérateurs >> et << provoquent un décalage vers la droite et respectivement vers la gauche. Les bits sortant du paquet (octet, mot...) sont perdus

Exemples :

0b1101 >> 2 = 0b0011

0b1101 << 3 = 0b1000

0b0011 << 1 = 0b0110

Opérateurs de décalage (bit shift)

Tout comme en base décimale un décalage à gauche représente une multiplication par 10, en base binaire, un décalage à gauche correspond à une multiplication par 2.

A contrario, le décalage à droite représente une division dans les mêmes proportions.

Exercices de programmation

Algorithme de conversion :

- de la base 10 vers 2 ou 16 (par division et soustraction)
- de la base 10 vers 2 ou 16 (opérateurs de décalage)
- de la base B vers la base 10
- Conversion de la base 10 vers BCD

→ Algorithmes à implémenter pour le TP 1

Algèbre de Boole

Définition : L'algèbre de Boole, ou calcul booléen, est la partie des mathématiques qui s'intéresse à une approche algébrique de la logique, vue en termes de variables, d'opérateurs et de fonctions sur les variables logiques, ce qui permet d'utiliser des techniques algébriques pour traiter les expressions à deux valeurs du calcul des propositions.

(https://fr.wikipedia.org/wiki/Alg%C3%A8bre_de_Boole_(logique))

Algèbre de Boole

Cette algèbre possède 3 opérateurs (3 lois, 3 fonctions logiques fondamentales)

- Conjonction, Et logique.
- Disjonction, Ou logique.
- Négation, Non logique

A partir de ces 3 opérateurs on définit des opérateurs logiques composés :

- Disjonction exclusive, Ou Exclusif
- Équivalence
- Implication
- Inhibition

Algèbre de Boole

Proposition et prédicat :

- Une proposition : c'est un énoncé qui est soit vrai, soit faux, sans ambiguïté

-Un prédicat : la valeur de vérité dépend des variables que contient l'énoncé

Exemples :

« Jules César est mort » (proposition vraie) ;

« Mon chat est violet » (proposition à priori fausse, mais il suffit de le regarder pour en être sûr) ;

« Mon pays se situe en Europe » (prédicat qui sera vrai, faux ou indéterminé selon la valeur de la variable 'mon pays' »

Table de vérité de l’algèbre booléenne

1-Conjonction (^ ou .)

Table de vérité de « Et »		
P / Q	FAUX	VRAI
FAUX	FAUX	FAUX
VRAI	FAUX	VRAI

Le . est utilisation puisque la table est une multiplicatio

Table de vérité de l’algèbre booléenne

2-Disjonction (∨ ou +)

Table de vérité de « Ou »		
P / Q	FAUX	VRAI
FAUX	FAUX	VRAI
VRAI	VRAI	VRAI

Table de vérité de l’algèbre booléenne

3-Négation (¬ ou bar)

Table de vérité de « Non »	
P	Non P
FAUX	VRAI
VRAI	FAUX

Table de vérité de l’algèbre booléenne

Exercices rapides :

vrai ^ faux **v** vrai =

vrai **v** ¬ faux =

¬(vrai ^ faux) **v** vrai =

Évaluer le prédicat :
- le petit chaperon rouge est blonde (P)
- le petit chaperon rouge porte des chaussures noires (Q)

Que vaut P ^ Q, P v Q,

Table de vérité de l'algèbre booléenne

1-Disjonction exclusive $\oplus$ (XOR,)

$$a \ \mathrm{XOR} \ b = (a+b).\overline{(a.b)} = a\bar{b} + \bar{a}b$$

Table de vérité de « Xor »		
a	b	a Xor b

Table de vérité de l'algèbre booléenne

2-Équivalence (EQV , XNOR, ↔)

$$a \text{ EQV } b = \overline{a \text{ XOR } b} = \overline{(a+b)} + (a \cdot b) = (a \cdot b) + (\overline{a} \cdot \overline{b}) = (\overline{a} + b) \cdot (a + \overline{b})$$

Table de verité de « EQV»		
a	b	a EQV b

Table de vérité de l’algèbre booléenne

3-Implication (IMP, →)

$$a \text{ IMP } b = \overline{a} + b$$

Table de verité de «IMP»		
a	b	a IMP b
FAUX	FAUX	VRAI
FAUX	VRAI	VRAI
VRAI	FAUX	FAUX
VRAI	VRAI	VRAI

Table de vérité de l'algèbre booléenne

4-Inhibition

$$a \ \mathrm{INH} \ b = a.\overline{b}$$

Si a est VRAI, l'expression vaut VRAI, SAUF si b est VRAI.

Table de vérité de «INH»		
a	b	a INH b
FAUX	FAUX	FAUX
FAUX	VRAI	FAUX
VRAI	FAUX	VRAI
VRAI	VRAI	FAUX

Références

http://www.fil.univ-lille1.fr/~wegrzyno/portail/Info/Doc/HTML/seq6_binaire.html

http://lehollandaisvolant.net/tuto/bin/#pres

https://en.wikipedia.org/wiki/Bitwise_operation#NOT

https://fr.wikipedia.org/wiki/Compl%C3%A9ment_%C3%A0_un

https://www.ukonline.be/cours/java/apprendre-java/chapitre2-5

http://hebergement.u-psud.fr/roger.reynaud/Enseigne/DUT_S2_Info_Instrum/09_C3_Logique_bool%C3%A9enne.pdf

https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9cimal_cod%C3%A9_binaire

https://www.dcode.fr/code-bcd

https://www.apprendre-en-ligne.net/info/logique/logique.pdf

http://jeux-et-mathematiques.davalan.org/bts/bool.pdf

https://zestedesavoir.com/tutoriels/2256/de-la-logique-aux-processeurs/la-logique-des-propositions-et-des-predicats/#2-assembler-des-propositions-avec-les-connecteurs