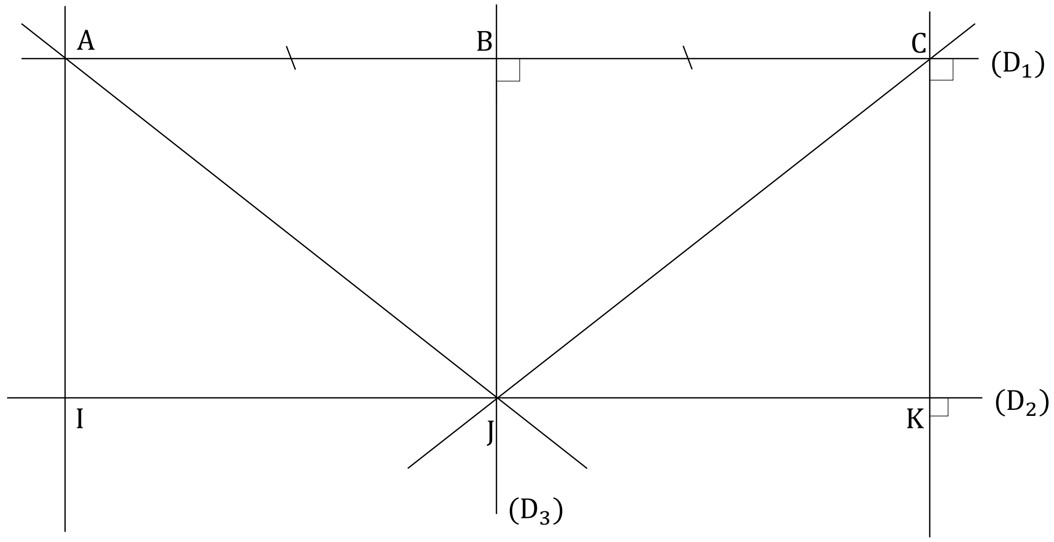
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 6e
Durée : 1 h 30

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : Aménagement de voies

Le schéma ci-dessous est la configuration des voies d'un petit quartier de la commune de WEGNON. Le délégué dudit quartier souhaite réaménager les bordures de ses voies représentées par des droites en y plantant des arbres. Aliou l'agent en charge du projet, a reçu le plan ci-dessous où les points $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{I}, \mathrm{J}$ et K désignent les positions des arbres.



Dans le but d'assurer la sécurité de sa population, le délégué du quartier confie à Aliou la construction sur l'une de ces voies, d'un grand rond-point. Pour mener à bien ces taches, Aliou désire connaitre la position de certains arbres par rapport aux voies ainsi que la position de certaines voies entre elles. Il souhaite aussi connaitre le coût de la construction du rond-point. Mais il est confronté à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Aliou en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Observe attentivement la figure :
   a) Utilise les points A, B et C pour nommer de trois différentes manières la droite (D_1).
   b) Cite trois segments de la droite (D_2).
   c) Donne la nature du triangle ABJ.
   d) Recopie et complète les pointillés par le symbole $\in$; $\notin$; $\perp$; $//$.

$(\mathrm{JK}) \ldots (\mathrm{D}_1)$; $\mathrm{I} \ldots (\mathrm{JK})$; $(\mathrm{D}_1) \ldots (\mathrm{CK})$; $(\mathrm{BC}) \ldots (\mathrm{IJ})$; $\mathrm{B} \ldots (\mathrm{D}_1)$; $(\mathrm{AB}) \ldots (\mathrm{BJ})$.

2- Justifie que les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.

Problème 2

Sur la figure, le point J est tel que $\mathrm{IJ} = \mathrm{JK}$ et $\mathrm{IJ} = 7\ cm$.

3- Que représente :

a) le point J pour le segment $[\mathrm{IK}]$.

b) la droite (D_3) pour le segment $[\mathrm{IK}]$. Justifie ta réponse.

4- Trace le segment $[\mathrm{IK}]$ puis construis sa médiatrice (D).

5- a) Cite deux angles adjacents de sommet C sur la figure du texte.

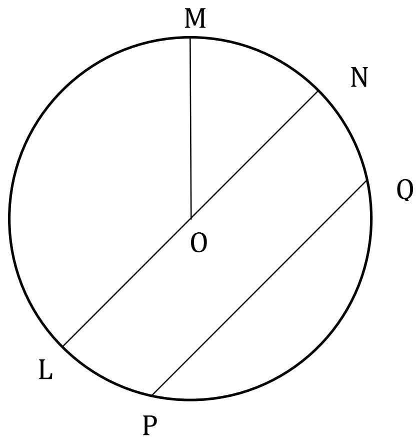
b) Cite un angle aigu de sommet J sur la figure du texte.

c) Cite un angle obtus de sommet J sur la figure du texte.

6- Donne la mesure de chacun des angles $\widehat{\mathrm{JIK}}$ et $\widehat{\mathrm{IJK}}$.

Problème 3

En réalité le rond-point a la forme d'un disque de centre O et de diamètre $4\ m$ comme l'indique la figure ci-dessous. La conception de ce rond-point coutera 10.000 FCFA le mètre carré.



7- Sur la figure, que représente :

a) le segment $[\mathrm{PQ}]$.

b) le segment $[\mathrm{NL}]$.

c) le segment $[\mathrm{OM}]$.

8- Calcule :

a) L'aire de la surface de ce disque. (Prends $\pi = 3{,}14$)

b) Le coût de la conception de ce rond-point.

... FIN ...

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

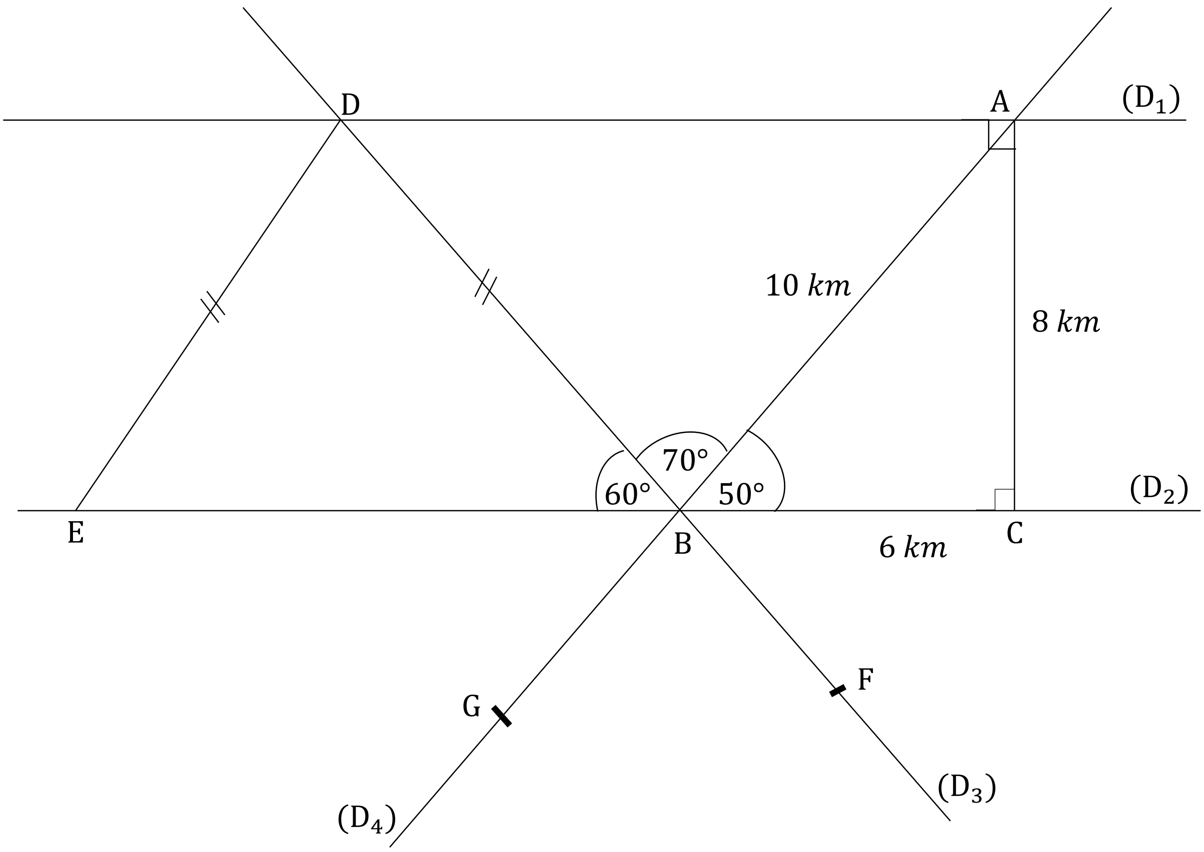
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 5^e
Durée : 1 h 30

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : Construction d'un grand marché

Dans le cadre de son programme d'action pour le développement économique, le gouvernement du GONDOUANA décide de construire un grand marché dans l'une de ses villes dont une partie du plan est la figure ci-dessous. Ledit marché sera construit sur une partie de l'ensemble des points M du plan vérifiant $\mathrm{MA} < \mathrm{MC}$ et $\mathrm{MB} < \mathrm{MA}$.



Les droites (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4) représentent quatre routes traversant la ville.

Fènou, une élève de la classe de 5^e, impressionnée par ce plan se préoccupe de certaines propriétés de la figure et cherche à cet effet à connaître l'emplacement de ce grand marché. Il désire aussi connaitre la fréquence d'animation du marché. Mais elle est confrontée à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Fènou en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- En observant attentivement le plan ci-dessus, cite :

a) Deux angles complémentaires.

b) Deux angles opposés par le sommet.

c) Deux angles supplémentaires.

2- Détermine la mesure de chacun des angles suivants : $\widehat{\mathrm{BDA}}$ et $\widehat{\mathrm{GBF}}$.

3- a) Tout en justifiant, donne la nature du triangle ABC.

b) Calcule $mes\ \widehat{\mathrm{BAC}}$ et $mes\ \widehat{\mathrm{DAB}}$.

c) Compare $mes\ \widehat{\mathrm{DAB}}$ et $mes\ \widehat{\mathrm{ABC}}$.

d) Justifie que le triangle DEB est équilatéral.

<u>Problème 2</u>

Ce marché s'animera tous les n jours avec $n = \mathrm{PPCM}(48\,;130) \div 240$.

4- Trouve les diviseurs de 48

5- Donne la liste de tous les multiples de 48 plus petits que 130.

6- a) Traduis par une inégalité la division de 130 par 12.

b) Encadre 130 par deux multiples consécutifs de 12.

7- a) Décompose 130 et 48 en produits de facteurs premiers.

b) Calcule $\mathrm{PPCM}(48\,;130)$.

c) Calcule n.

<u>Problème 3</u>

En réalité $\mathrm{AB} = 10\ km$; $\mathrm{AC} = 6\ km$ et $\mathrm{BC} = 8\ km$.

8- a) Justifie que les points A, B et C peuvent former un triangle.

b) Construis dans ce cas le triangle ABC puis trace les médiatrices (Δ_1) et (Δ_2) respectives des segments $[\mathrm{AB}]$ et $[\mathrm{AC}]$ en prenant $1\ cm$ pour $1\ km$.

9- Hachure l'ensemble des points M du plan tels que $\mathrm{MA} < \mathrm{MC}$ et $\mathrm{MB} < \mathrm{MA}$.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. <u>Charles DARWIN</u>

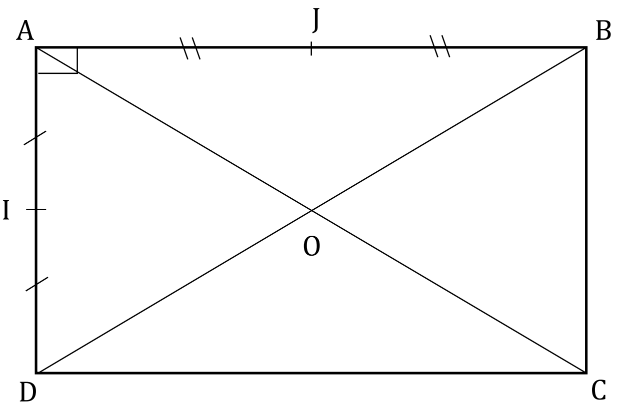
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 4e
Durée : 2 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : A la découverte d'un trésor.

Le plan ci-dessous est celui de la ferme du vieux GAGNON.



$\mathrm{AB} = 8\ cm$
$\mathrm{AD} = 6\ cm$
$\mathrm{AO} = 5\ cm$
I est le milieu de [AD]
J est le milieu de [AB]

A l'approche de sa mort, GAGNON informe ses enfants qu'il a caché quatre boîtes de même forme et de même couleur au point G centre de gravité du triangle ABD. L'une des boîtes contient des pièces de monnaies. Des codes sont marqués sur les boîtes afin de les identifier. Bio, fils de GAGNON et élève en classe de 4e, décide d'aller à la recherche de ce trésor. Mais se retrouvent confronter à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Bio en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Reproduis le plan.
2- Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifie ta réponse.
3- a) Construis le point G.
   b) Calcule AG.

Problème 2

La parallèle à (AC) passant par J coupe (BC) en K, la parallèle à (AC) passant par I coupe (DC) en L. On donne $\mathrm{BD} = 10\ cm$.

4- Marque les points K et L sur la figure du plan.
5- a) Justifie que $(\mathrm{IJ})//(\mathrm{BD})$.
   b) Calcule IJ.
6- Justifie que K et L sont les milieux respectifs de [BC] et [DC].

Problème 3

Sur les boîtes on peut lire : $a = (\frac{4}{7} + \frac{3}{10}) \times 10$; $b = (\frac{16}{3} - \frac{7}{2}) \div \frac{1}{3}$; $c = 5 \times \frac{12}{7} \times \frac{1}{2}$ et $d = \frac{44}{3} \div 4$. Le nombre le plus grand est inscrit sur la boîte qui contient le trésor. En effet cette boîte comporte 81^4 pièces de monnaies.

7- Démontre que $81^4 = 3^{16}$.

8- Calcule les nombres a, b, c et d. (Tu mettras les résultats sous la forme d'une fraction irréductible)

9- a) Range dans l'ordre croissant les nombres a, b, c et d.

b) Déduis-en le code marqué sur la boite contenant le trésor.

... FIN ...

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

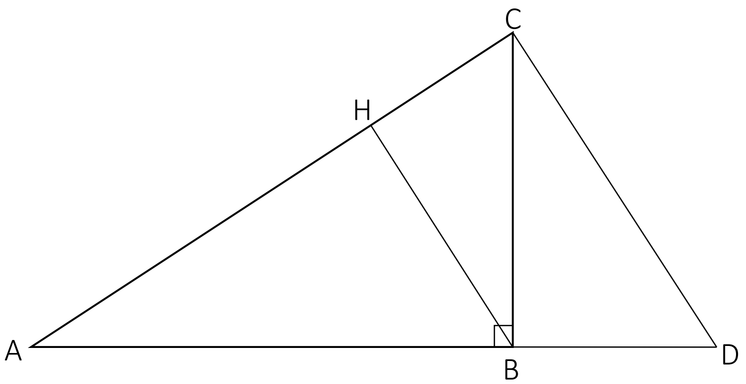
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 3e
Durée : 2 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : La décoration de noël.

Pour les préparatifs des fêtes du nouvel an, le maire de Christmas-ville a fait installer sur les quatre murs de la mairie, une décoration lumineuse dont une esquisse est la figure ci-dessous.



ABC est un triangle rectangle en B tel que $\mathrm{AB} = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{8} + \sqrt{48} - 3$ et $\mathrm{BC} = 9 - \sqrt{27} + \sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$. H est le projeté orthogonal de B sur $[\mathrm{AC}]$ et D est le point d'intersection de la parallèle à (BH) passant par C et de la droite (AB). L'unité de longueur est le dm.

A la vue de cette décoration, Finagnon, une élève en classe de 3e désire refaire la même dans sa chambre. Pour cela, elle désire connaitre certaines distances ainsi que la mesure de certains angles. Mais elle est confrontée à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Finagnon en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Développe et réduis $(3\sqrt{3} - 5)^2$ et $(2\sqrt{2} - 3)^2$.
2- a) Etudie le signe de $3\sqrt{3} - 5$ et de $2\sqrt{2} - 3$.
   b) Ecris plus simplement $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ et $\sqrt{52 - 30\sqrt{3}}$.
3- Déduis une écriture simple de AB et de BC.

Problème 2

En effet les longueurs exactes des cotés $[\mathrm{AB}]$ et $[\mathrm{BC}]$ sont respectivement $4\sqrt{3}$ et 4.

4- Détermine les distances AC, BH, CH et AH.

5- a) Démontre que les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.
   b) Donne alors la nature du triangle ACD.
6- Calcule la distance AD et déduis-en BD et CD.
7- a) Démontre que les triangles ABC et BCD sont semblables.
   b) Calcule le rapport de similitude k du triangle BCD au triangle ABC.

<u>Problème 3</u>

Pour améliorer sa décoration, Finagnon décide d'ajouter une nouvelle décoration lumineuse ayant la forme d'un cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABC. Pour alimenter toute son installation, elle fait poser une prise de terre en un point E appartenant à l'arc $\widehat{AC}$ ne contenant pas le point B tel que $[BE]$ ne soit pas un diamètre.

8- Précise le centre O et le rayon r de $(\mathscr{C})$.
9- Construis le triangle ABC et le cercle $(\mathscr{C})$ puis place le point E. (Prendre $1\ cm$ pour $1\ dm$)
10- a) Calcule $tan\ \widehat{BAC}$. (Tu mettras le résultat sous la forme d'une fraction)
   b) Déduis-en $mes\ \widehat{BAC}$ et $mes\ \widehat{BCA}$.
   c) Calcule en justifiant $mes\ \widehat{BOC}$.
11- Calcule en justifiant $mes\ \widehat{AEB}$.

... FIN ...

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. <u>Charles DARWIN</u>

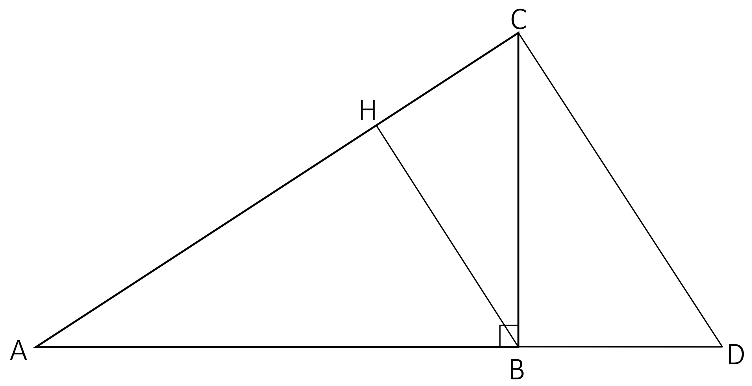
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 3e
Durée : 2 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : La décoration de noël.

Pour les préparatifs des fêtes du nouvel an, le maire de Christmas-ville a fait installer sur les quatre murs de la mairie, une décoration lumineuse dont une esquisse est la figure ci-dessous.



ABC est un triangle rectangle en B tel que $\mathrm{AB} = \sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{8} + \sqrt{48} - 3$ et $\mathrm{BC} = 9 - \sqrt{27} + \sqrt{52-30\sqrt{3}}$. H est le projeté orthogonal de B sur $[\mathrm{AC}]$ et D est le point d'intersection de la parallèle à (BH) passant par C et de la droite (AB). L'unité de longueur est le dm.

A la vue de cette décoration, Finagnon, une élève en classe de 3e désire refaire la même dans sa chambre. Pour cela, elle désire connaitre certaines distances ainsi que la mesure de certains angles. Mais elle est confrontée à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Finagnon en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Développe et réduis $(3\sqrt{3} - 5)^2$ et $(2\sqrt{2} - 3)^2$.

2- a) Etudie le signe de $3\sqrt{3} - 5$ et de $2\sqrt{2} - 3$.

b) Ecris plus simplement $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$ et $\sqrt{52-30\sqrt{3}}$.

3- Déduis une écriture simple de AB et de BC.

Problème 2

En effet les longueurs exactes des cotés $[\mathrm{AB}]$ et $[\mathrm{BC}]$ sont respectivement $4\sqrt{3}$ et 4.

4- Détermine les distances AC, BH, CH et AH.

5- a) Démontre que les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.
   b) Donne alors la nature du triangle ACD.
6- Calcule la distance AD et déduis-en BD et CD.
7- a) Démontre que les triangles ABC et BCD sont semblables.
   b) Calcule le rapport de similitude k du triangle BCD au triangle ABC.

<u>Problème 3</u>

Pour améliorer sa décoration, Finagnon décide d'ajouter une nouvelle décoration lumineuse ayant la forme d'un cercle $(\mathscr{C})$ circonscrit au triangle ABC. Pour alimenter toute son installation, elle fait poser une prise de terre en un point E appartenant à l'arc $\widehat{AC}$ ne contenant pas le point B tel que $[BE]$ ne soit pas un diamètre.

8- Précise le centre O et le rayon r de $(\mathscr{C})$.
9- Construis le triangle ABC et le cercle $(\mathscr{C})$ puis place le point E. (Prendre $1\ cm$ pour $1\ dm$)
10- a) Calcule $tan\ \widehat{BAC}$. (Tu mettras le résultat sous la forme d'une fraction)
   b) Déduis-en $mes\ \widehat{BAC}$ et $mes\ \widehat{BCA}$.
   c) Calcule en justifiant $mes\ \widehat{BOC}$.
11- Calcule en justifiant $mes\ \widehat{AEB}$.

... FIN ...

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. <u>Charles DARWIN</u>

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 2nde AB
Durée : 1 h 30

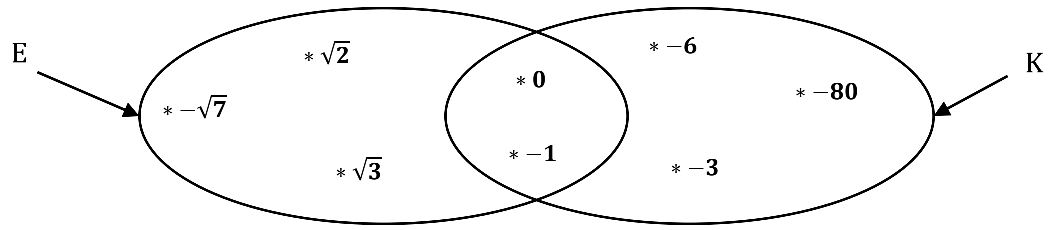
2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : La fête des religions endogènes.

Dans le cadre de la promotion de la culture à travers l'organisation de la fête des religions endogènes, le Préfet du département de KATA a offert à quatre maires de son département des fonds qui sont représentées par les fonctions f, g, h et m ci-dessous :

$f(x) = \frac{x^2-16}{x-4}$; $g(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-4}$; $h(x) = x+4$; $m(x) = \frac{-x}{\sqrt{-x-1}}$ où x représente un montant minimum fixé par le gouvernement.

Anita, élève en classe de 2nde A et fille du Chargé Financier de la Préfecture qui s'étant rapprochée de son Père afin de se faire aider à mieux maitriser les nombres réels est impressionnée par ces fonctions. Dans sa quête, son Père lui établit les deux diagrammes suivants :



Anita, décide de faire alors une étude approfondie sur ces différentes fonctions et sur les ensembles formés par les diagrammes de son Père en déterminant les éléments de chaque ensemble. Très tôt, elle se trouve confronté à certaines difficultés

Tâche : Tu vas aider Anita en résolvant les deux (02) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions f, g, h et m.

2- a) Simplifie $f(x)$ pour tout $x \in Df$.

b) Détermine alors le plus grand ensemble de $\mathbb{R}$ sur lequel les fonctions f et h coïncident.

3- a) Calcule $h(-3)$; $h(0)$; $h(1)$ et $h(3)$.

b) Représente dans un repère orthonormé (O, I, J), la courbe représentative de h sur l'intervalle $[-3 ; 3]$.

Problème 2

Pour connaitre la part des fonds réservée à la restauration, on pose $U_n = \frac{5n^2+3}{4n-1}$ où U_n est le montant en milliers de francs et n le nombre d'invités s'étant restaurés.

4- a) Sous quelle forme la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle définie ?
   b) Calcule U_1, U_2, U_3 et U_4.

5- a) Reproduis sur ta feuille les deux diagrammes du contexte.
   b) Détermine le cardinal de chacun des ensembles E et K.

6- a) Détermine l'ensemble $\mathrm{E} \cup \mathrm{K}$ puis $card\ (\mathrm{E} \cup \mathrm{K})$.
   b) Détermine l'ensemble $\mathrm{E} \cap \mathrm{K}$ puis $card\ (\mathrm{E} \cap \mathrm{K})$.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 1ère AB
Durée : 1 h 30

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : Variation de culture.

Pour cette nouvelle année, Mr Sossou a décidé de changer les cultures dans son champ et de faire la culture de la banane et de l'ananas. Pour cela, il demande une étude de son champ afin de connaitre les dispositions à prendre pour ne pas faire en fin de saison une mauvaise récolte. Après étude, il lui a été notifié la production de chaque culture qui lui apportera une rentabilité maximale ainsi que la quantité de tas de pied de chaque culture à acquérir. Ces dernières sont respectivement solution des systèmes suivants :

$$(\mathrm{S}): \begin{cases} 5x - 2y = 116 \\ x + 3y = 200 \end{cases} \quad ; \quad (S'): \begin{cases} 5(a+30) - 2(b+41) = 116 \\ (a+30) + 3(b+41) = 200 \end{cases}$$

où x et y de (S) représentent respectivement la quantité en tonne de banane et d'ananas à produire ; a et b de (S') représentent respectivement la quantité de tas de banane et d'ananas à acquérir. Il lui a été notifié également les parties du champ propice à la culture.

Sègnon, élève en classe de 1ère Littéraire, fils de Sossou se propose alors de faire une étude approfondie des informations afin d'aider son Père à trouver les solutions à chacun de ses problèmes. Mais, elle se trouve confronter à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Sègnon en résolvant les deux (02) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Vérifie que les points $\mathrm{A}(20\,;-8)$ et $\mathrm{B}(30\,;17)$ sont solutions de l'équation $(\mathrm{E}_1): 5x - 2y = 116$.

2- a) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système d'équation (S).
b) Déduis-en alors la quantité de chaque culture à produire qui apportera une rentabilité maximale à Sossou.

3- a) Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ du système (S'). (On prendra $\mathrm{X} = a + 30$ et $\mathrm{Y} = \mathrm{b} + 41$).
b) Quelle est alors la quantité de tas de pied de chaque culture à acquérir ?

Problème 2

L'étude réalisée sur le champ à démontrer que la partie du champ propice à la culture des deux semences est la partie solution du système d'inéquation

$$(\mathrm{I}) : \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y - 4 \geq 0 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$$

4- Vérifie que le point $\mathrm{C}(4\,;1)$ est solution du système d'inéquation (I).

5- a) Dans un repère orthonormé, construis les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $2x + y - 4 = 0$ et $x - 2y = 0$.

b) Détermine graphiquement alors la partie du champ propice aux deux cultures.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : T^le AB
Durée : 1 h 30

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre

Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE :

L'enclos abritant les nouveau-nés d'une exploitation agricole doit être chauffé par un dispositif alimenté par une source d'énergie dont la quantité est déterminée par la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$ où x désigne la quantité (en unité de volume) de carburant. Le carburant est obtenu en mélangeant deux produits dont le coût en fonction de la quantité x de carburant obtenu est $g(x) = \frac{2x^2-7x+5}{x-3}$. Pour assurer les disponibilités de l'énergie nécessaire (dans l'enclos) à la survie des nouveau-nés l'exploitant voudrait connaître la quantité minimale de carburant rendant le chauffage dans l'enclos possible ainsi que la courbe représentative de la fonction g.

Tâche : Tu vas aider l'exploitant en résolvant les deux (02) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- a) Détermine l'ensemble de définition Df de f.
b) Calcule les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

2- a) Détermine la fonction dérivée f' de f.
b) Déduis-en le sens de variation de f.
c) Dresse le tableau de variation de f.

3- a) Détermine une équation de la tangente (T) à (Cf) au point A d'abscisse 0.
b) Déduis-en la quantité minimale de carburant rendant le chauffage suffisant dans l'enclos.

Problème 2

Le plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$. On désigne par (Cg) la courbe représentative de la fonction g.

4- a) Détermine l'ensemble de définition Dg de g.
b) Détermine les nombres réels a, b et c tels que pour tout $x \in Dg$, on a :
$g(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$.

5- a) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = 2x - 1$ est asymptôte à la courbe (Cg).
b) Etudie les variations de g puis dresser son tableau de variation.

6- a) Détermine les coordonnées des points d'intersection de (Cg) avec les axes (OI) et (OJ).
b) Construis la courbe (Cg).

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

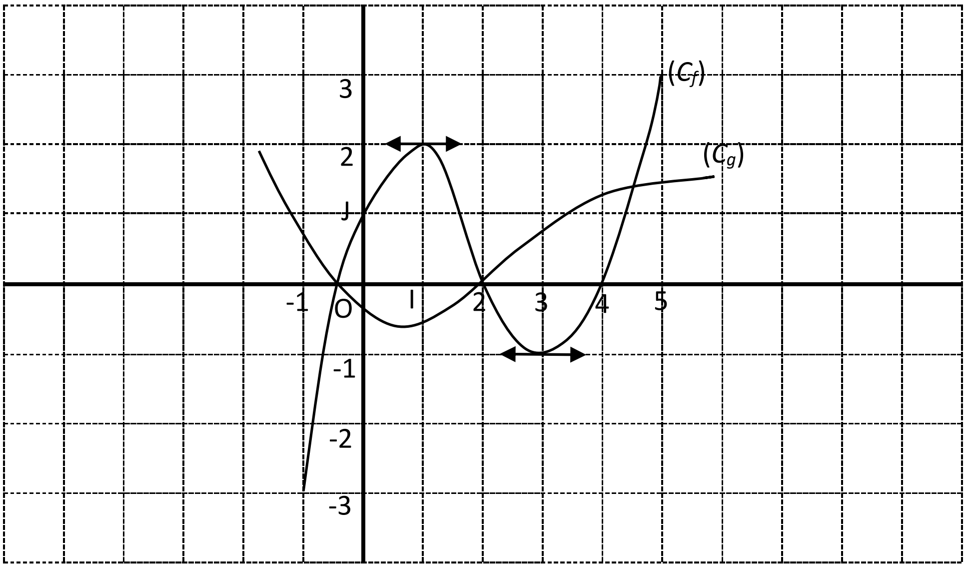
CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 2nde C
Durée : 3 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE :

Pendant les congés de fête de fin d'année, Codjo, un élève de la classe de seconde scientifique a accompagné son père au palais de congrès où se déroule une conférence grand public sur les effets de la crise économique. Une fois dans la salle, Codjo est émerveillé par la communication qui est essentiellement basée sur une interprétation graphique des effets. Voici la représentation graphique des évolutions de ces effets projetés sur un écran métallique rectangulaire dont les dimensions en dm sont :
$\mathrm{L} = 4{,}5$ et $l = 2{,}3$; les mesures ont été faites à $0{,}01\ dm$ près avec un pied à coulisse.



Pour mieux comprendre la situation, Codjo décide d'analyser cette représentation et se demande quelles sont les mesures correctives face à cette crise ?

Tâche : Tu vas aider Codjo en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- a) Donne un encadrement de l, puis de L puis déduis-en un encadrement de l'aire S de cette plaque.
   b) Traduis cet encadrement par une approximation de S.
2- a) Détermine graphiquement le domaine de définition de f.
   b) Dresse le tableau de variation de f.
   c) Quel est le maximum et quel est le minimum de f sur l'intervalle $[-1\ ;5]$?
3- a) β est un réel donné. Indique selon les valeurs de β, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \beta$.
   b) Détermine graphiquement l'image directe par la fonction f de chacun des intervalles$[1\ ;2]$ et $[-1\ ;0]$.

c) Résous graphiquement : l'équation $(\mathrm{E}): f(x) = g(x)$ et l'inéquation $(\mathrm{I}): f(x) < g(x)$.

Problème 2

Au cours de cette communication, d'autres graphes ont été projetés. Ces graphes sont les allures des courbes représentatives des fonctions suivantes :

$\mathrm{P}(x) = -2x^2 - 2x + 5$; $g(x) = \frac{x+1}{x-5}$; $n(x) = 1 + 2\sqrt{(x-4)}$;

$l(x) = -3(x+7)^2 + 5$; $i(x) = \frac{x+1}{2x^2+x}$; $j(x) = \frac{2x-1}{\mathrm{E}(x+1)-3}$; $k(x) = \sqrt{|4x+6| - 5}$;

$w(x) = \sqrt{3+x} + \frac{1}{2x-5}$; $t(x) = \frac{2}{2-\sqrt{|x+2|}}$; $m : \mathbb{R} \to]1\,;3]$.
$x \mapsto |3x-1|$

4- Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions n, l, i, j, k, w, t et m.

5- a) Démontre que la fonction n admet un minimum sur Dn.

b) Démontre que la fonction l admet un maximum. Quel est ce maximum ?

6- a) Détermine l'ensemble de définition de la fonction P puis étudie le sens de variation de P sur $]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}]$ et $[-\frac{1}{2}\,;\,+\infty[$.

b) Déduis-en le tableau de variation de P sur $[-1\,;1]$.

c) Démontre que $f(-\frac{1}{2})$ est le maximum de f sur $\mathbb{R}$ puis trouve la valeur de $f(-\frac{1}{2})$.

7- a) Détermine le domaine de définition de la fonction g.

b) Vérifie que si $u \in Dg$ et $v \in Dg$ tel que $u < v$ alors :

$g(v) - g(u) = -\frac{6(v-u)}{(u-5)(v-5)}$.

c) Déduis-en le sens de variation de la fonction g sur chacun des intervalles $]-\infty\,;5[$ et $]5\,;\,+\infty[$.

Problème 3

Pour corriger cette crise, l'Etat décide de majorer les salaires de $x\%$ avec $x \in \mathrm{A}$ tel que $\mathrm{A} = \{\frac{2n+1}{2n+3}\ ;\ n \in \mathbb{N}\}$.

8- a) Justifie que l'ensemble A est non vide de $\mathbb{R}$.

b) Donne trois éléments de A.

c) $\frac{12}{21}$ est-il un élément de A ?

9- a) Démontre que $\frac{1}{3}$ est le minimum de A.

b) Prouve que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{2n+1}{2n+3} = 1 - \frac{2}{2n+3}$ et déduis-en que A est majoré par 1.

10- A l'aide d'un raisonnement rigoureux, prouve que la partie entière de tous les éléments de A est 0.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE :

Zokou est un ingénieur en BTP. Le plan de son nouveau chantier se lit aisément sur le plan de construction dans lequel, il rapporte l'espace à un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,;\,\vec{k})$, puis considère les points $A(-1, 0\,, 1)$; $B(0, 1\,, 1)$; $C(0\,, 0\,, -1)$ et $E(-1, 0\,, 2)$, le plan (P) d'équation cartésienne $x + y + z - 1 = 0$; le plan (Q) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = -1 + \alpha + \beta \\ y = \alpha + \beta \\ z = 1 + \alpha \end{cases}$; $(\alpha\,, \beta\,) \in \mathbb{R}^2$.

Les droites (Δ) et (D) sont telles que $(\Delta) = (P) \cap (Q)$ et $(C\,; \vec{u})$ est un repère de (D) avec $\vec{u} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} - 2\vec{k}$. Zokou veut utiliser les données du plan pour étudier les configurations de l'espace et du plan. Koutrou le propriétaire du chantier veut installer une société de menuiserie spécialisée dans la fabrication des fauteuils et des chaises pour maximiser son profit. Il s'est donné aussi à un jeu de loterie où 10 chevaux participent à une course dont 5 sont noirs, 3 sont marrons et 2 sont blancs. Il a de difficultés à miser simultanément et au hasard sur trois chevaux **a**, **b** et **c** pour gagner $4000F$.

Tâche : Tu vas aider Zokou et Koutrou en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Prouve que les points A et B appartiennent à (Q).
2- a) Détermine une équation cartésienne de (Q).
   b) Démontre que (P) et (Q) sont perpendiculaires.
   c) Détermine un repère de (Δ).
3- a) Démontre que (D) est parallèle aux plans (P) et (Q).
   b) Calcule la distance du point A à (P).
4- a) Détermine le nombre total de choix possibles qui s'offre à Koutrou.
   b) Détermine le nombre de choix qui s'offre à Koutrou dans chacun des cas suivants :
      i. Les trois chevaux sont de même couleur.
      ii. Un choix composé d'au moins un cheval marron.
      iii. Un choix composé d'au plus deux chevaux blancs.

Problème 2

Zokou veut installer pour l'inauguration de la société, des lignes de guirlandes dont les allures sont parmi celles des paraboles représentant les polynômes

$\mathrm{P}_m(x) = -mx^2 + (2m+1)x + m - 1$ où m est un paramètre réel. Le tableau ci-après donne pour six années les montants x des frais de publicité des six meilleurs chevaux et les montants y gagnés, exprimés en million de francs.

x_i	5,8	4	6,4	4,6	5,2	7
y_j	128	102	138	116	118	142

5- a) Démontre que pour $m \in \mathbb{R} - \{0\}$, les polynômes P_m admettent deux racines réelles distinctes.
b) Quel est l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles les deux racines sont inverses l'une de l'autre ?
c) Quel est l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles les deux racines sont opposées ?

6- a) Résous dans $\mathbb{R}^2$, le système d'inconnue (x, y) suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ 3xy = -6 \end{cases}$.
b) Résous dans $\mathbb{R}$, $(\mathrm{E}) : \sqrt{x^2 - 9} + x = -9$ et $(\mathrm{I}) : \sqrt{x} + \sqrt{x+1} < \sqrt{x+2}$.

7- a) Calcule le coefficient de corrélation linéaire r de cette série double.
b) Peut-on parler d'un ajustement linéaire entre les variables x et y ? Justifie ta réponse.
c) Détermine une équation de la droite de régression de y en x.

8- Si a arrive le premier, Koutrou touchera 5 fois sa mise sur a ; si c'est b qui arrive le premier, il touchera 2 fois sa mise sur b ; enfin si c gagne la course, il touchera 6 fois sa mise sur c.

Détermine la somme que doit miser Koutrou sur chacun des trois chevaux pour gagner 4000F quel que soit l'ordre d'arrivée de ces chevaux.

Problème 3

Après l'installation de la menuiserie, Koutrou l'a doté de trois machines A, B et C. Pour fabriquer un fauteuil, il faut utiliser les machines A et B pendant une heure, la machine C pendant trois heures. Pour fabriquer une chaise on utilise les machines A et C pendant une heure, la machine B pendant deux heures. Mais les machines ne sont disponibles que 60 heures pour A, 90 heures pour B et 150 heures pour C. Un fauteuil génère un bénéfice de 10000F et une chaise 5000F.

9- En désignant par u et v les nombres respectifs de fauteuils et de chaises à fabriquer, traduit les contraintes de la production par un système d'inéquations.

10- Résous graphiquement le système en choisissant un repère orthogonal convenable du plan.

11- Détermine la production permettant de maximiser le profit.

... FIN ...

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : Tle C
Durée : 4 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : Le jardin de M. Shed

M. Shed possède dans sa maison un grand jardin de forme circulaire. Le sol du jardin est assimilable à un plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{e}_1\,;\,\vec{e}_2)$, unité graphique $2\,cm$. La forme du jardin est définie par l'ensemble (V) des points M d'affixe m pour lesquelles l'équation (E): $z^2-(2+im)z+im+2-m=0$ admet deux solutions de même module. Le jardin est traversé par une allée (Δ), ensemble des points M d'affixe m telles que les solutions de (E) ont le même argument. Au milieu du jardin se trouve un pommier. Dans l'espace $\mathscr{E}$ certaines pommes sont images les unes des autres par une application h.

A l'approche des fêtes de fin d'année, M. Shed a voulu décorer son jardin mais s'est retrouvé bloquer par une branche du pommier dont l'allure est semblable à celle d'une fonction f. Il a sollicité l'aide de son jardinier qui a pour tâche d'ôter ladite branche. Ce dernier affirme que la prochaine fructification du pommier est pour le $a/b/\overline{A43}^{a}$ (Jour /Mois /Année) où $6a+8b=100$.

Ola, fils ainé de M. Shed et élève en classe de terminale C, désire déterminer et construire la forme du jardin ainsi que l'allée, déterminer la nature de h, et étudier quelques propriétés de la fonction f. Mais il se retrouve confronter à des difficultés.

Tâche : Tu vas aider Ola en résolvant les trois problèmes ci-dessous.

Problème 1

1. (a) Résous dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation $6x+8y=100$.
   (b) Détermine a et b.
   (c) Quelle est la date de la prochaine fructification du pommier ?
2. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
3. (a) Détermine (V).
   (b) Prouve que (Δ) est une partie d'une demi-droite dont tu préciseras un repère.
   (c) Construis (V) et (Δ) dans le même repère.

Problème 2

En effet la fonction f est définie par $f\,:\,\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]\longrightarrow\mathbb{R}$

$$x\mapsto\frac{1}{3+\sqrt{3}sinx+cosx}.$$

4. (a) Justifie que f est dérivable sur $\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$.
   (b) Vérifie que $\forall\, x \in \left[-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right], f'(x) = -2[f(x)]^2 \times \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$.
   (c) Déduis-en le sens de variation de f.
   (d) Détermine J l'image de $\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$ par f.
5. (a) Démontre que l'application g définie de $\left[-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$ vers J par $g(x) = f(x)$ est bijective.
   (b) Détermine le plus grand ensemble K sur lequel g^{-1} est dérivable.
   (c) Calcule $g(0)$ puis déduis-en $(g^{-1})'\left(\frac{1}{4}\right)$.

Problème 3

Dans l'espace $\mathscr{E}$ muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,;\vec{k})$, $\mathrm{A}(1\,;\,-1\,;\,-1)$ est l'image de O par h. L'application linéaire vectorielle φ associée à h est telle que : $\varphi(\vec{\imath}+2\vec{\jmath}) = \vec{\imath}+2\vec{k}$, $\varphi(\vec{\jmath}-\vec{k}) = -\vec{\jmath}+\vec{k}$ et $\varphi(\vec{\imath}-\vec{k}) = -\vec{\imath}+\vec{k}$.

6. (a) Montre que $\varphi(\vec{\imath}) = \frac{1}{3}(-\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+2\vec{k})$, $\varphi(\vec{\jmath}) = \frac{1}{3}(2\vec{\imath}-\vec{\jmath}+2\vec{k})$ et $\varphi(\vec{k}) = \frac{1}{3}(2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-\vec{k})$.
   (b) Montre qu'une expression analytique de h est : $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x+2y+2z+3) \\ y' = \frac{1}{3}(2x-y+2z-3) \\ z' = \frac{1}{3}(2x+2y-z-3) \end{cases}$.
7. Détermine l'ensemble des points invariants par h.
8. (a) On désigne par ψ l'application de $\mathscr{E}$ dans $\mathscr{E}$ qui laisse invariant le point O et dont l'application vectorielle associée est aussi φ.
   (a) Montre qu'une expression analytique de ψ est : $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x+2y+2z) \\ y' = \frac{1}{3}(2x-y+2z) \\ z' = \frac{1}{3}(2x+2y-z) \end{cases}$.
   (b) Démontre que ψ est un demi-tour dont tu préciseras l'axe.
9. On pose $u = h \circ \psi$.
   (a) Détermine une expression analytique de u.
   (b) Précise et caractérise u.
   (c) Déduis-en que h est la composée de deux applications de l'espace que tu préciseras.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 2nde D
Durée : 3 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE :

Pour les festivités du nouvel an, le commissariat central de Zogloga définit des trajectoires de patrouille à ces agents pour des mesures de sécurité. Ces trajectoires sont les courbes représentatives des fonctions numériques définies par : $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$; $g(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$; $h(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{|x^4-16|}$.

Pour des orientations dans la mission, le commissaire définit deux codes qui sont dans l'ensemble A tel que $\mathrm{A} = \{\frac{1}{3n+1};\ n \in \mathbb{N}\}$ et une fonction numérique B définie par : $\mathrm{B}(x) = 2x^3 - 3$. Isidore, un enfant du commissaire souhaite profiter de ces informations pour effectuer quelques études sur les fonctions et l'ensemble A.

Tâche : Tu vas aider Isidore en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions f, g et h.

2- a) Les fonctions f et g sont elles égales ? Justifie.

b) Précise le plus grand ensemble sur lequel f et g coïncident.

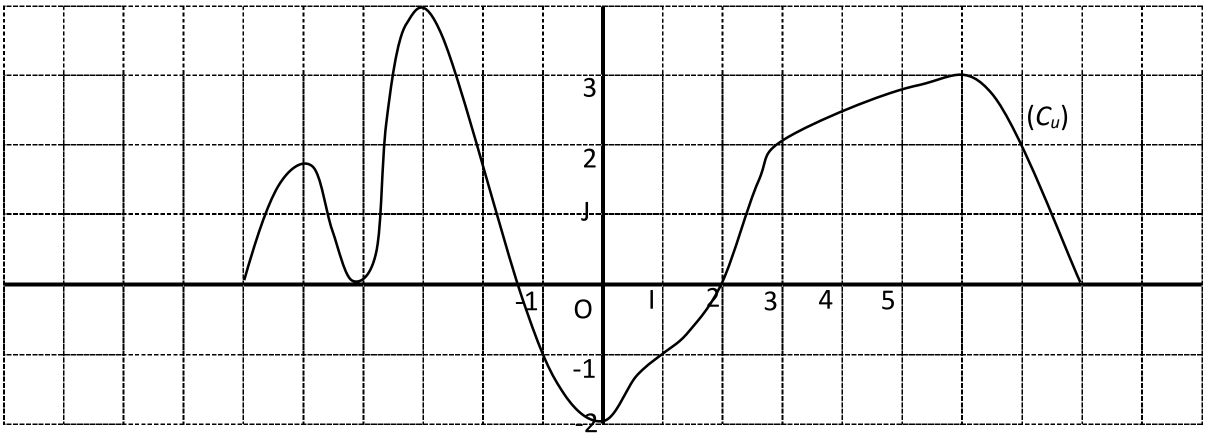
3- a) Etudie le sens de variation de f sur chacun des intervalles $]-\infty\ ;\ 1[$ et $]1\ ;\ +\infty[$

b) Dresse le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-3\ ;2]$.

c) Construis la courbe représentative (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}, \mathrm{I}, \mathrm{J})$.

Problème 2

Une autre trajectoire est la représentation graphique suivante d'une fonction numérique u.



4- Donne l'ensemble de définition D de la fonction u puis dresse son tableau de variation sur son ensemble de définition.

5- a) Détermine graphiquement les images par u de $-3, 1, 0$ et 3.

b) Détermine l'image directe par u de $[-3\,; -1]$.

c) Détermine graphiquement le(s) antécédent(s) de $-1, 1$ et 3 par la fonction u.

6- Détermine les points M et M' de la courbe respectivement d'ordonnée maximale et minimale.

<u>Problème 3</u>

Pour plus de précision dans les ordres de missions le commissaire code certaines informations chiffrées dans ces inéquations : $(\mathrm{I}_1) : |x^2 - 2x| \leq 6$;
$(\mathrm{I}_2) : |1 - x| > \frac{1}{3}$; $(\mathrm{I}_3) : |x^2 + 1| \leq -5$; $(\mathrm{I}_4) : |-x + 2| \geq 3$.

7- a) Justifie que $\frac{1}{22} \in \mathrm{A}$.

b) Déduis-en que A est non vide.

8- a) Démontre que A est minoré par 0 et majoré par 1.

b) Démontre par l'absurde que 0 n'est pas le minimum de A.

c) Prouve que $1 \in \mathrm{A}$ puis déduis-en que 1 est le maximum de A.

9- Traduis si possible ces inéquations sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

10- On donne $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$ et $2{,}645 < \sqrt{7} < 2{,}646$.

a) Donne un encadrement de $\mathrm{B}(\sqrt{3})$.

b) Compare $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ à $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$.

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. <u>Charles DARWIN</u>

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : 1ère D
Durée : 4 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE :

Koutrou, fils du célèbre menuisier Zokou de la ville de comè, élève en classe de première scientifique, s'applique à bien maitriser les notions enseignées particulièrement sur les vecteurs, les équations et inéquations. Il considère le cube $\mathrm{ABCDEFGH}$ et place les points I et J tels que I soit le centre de la face BCGF et J le milieu du segment $[\mathrm{HG}]$; il place aussi les points $\mathrm{M, N, P}$ et Q sur le cube et voudrait évaluer l'aire du quadrilatère MNPQ mais éprouve de difficultés. L'entreprise de son papa fabrique des fauteuils et des chaises à l'aide de trois machines $\mathrm{A, B}$ et C.
Pour fabriquer un fauteuil, il faut utiliser les machines A et B pendant une heure, la machine C pendant trois heures. Pour fabriquer une chaise on utilise les machines A et C pendant une heure, la machine B pendant deux heures. Mais les machines ne sont disponibles que 60 heures pour A, 90 heures pour B et 150 heures pour C. Koutrou relève dans la base de données de l'entreprise les tailles de 51 élèves qui ont acheté de chaises et de fauteuils et dresse le tableau suivant :

$Classes$	$[150\,;160[$	$[160\,;165[$	$[165\,;170[$	$[170\,;178[$
$Effectifs(ni)$	12	20	11	8

Koutrou se demande combien de fauteuils et de chaises que l'entreprise peut fabriquer par mois pour avoir un bénéfice maximal.

Tâche : Tu vas aider Codjo en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Dresse le tableau des fréquences, des amplitudes, des centres et des densités de cette série statistique.

2- a) Indique la classe modale et le mode de cette série statistique.

b) Calcule la moyenne ; la variance et l'écart-type de la série statistique des centres

3- Détermine la médiane de cette série statistique par interpolation linéaire

Problème 2

Pour repérer certains points dans l'espace, Koutrou utilise le repère $(\mathrm{O}\,;\ \overrightarrow{\mathrm{BC}}\,;\ \overrightarrow{\mathrm{BD}}\,;\ \overrightarrow{\mathrm{BH}})$. On pose $\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k}$ avec $\vec{\imath} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{BC}}$, $\vec{\jmath} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{BD}}$ et $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{BH}}$ où S est le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{DS}} = \frac{3}{4}\ \overrightarrow{\mathrm{DE}}$.

4- a) Détermine les coordonnées des sommets du cube dans le repère

$\mathcal{R} = (O\,; \vec{\imath}\,; \vec{\jmath}\,; \vec{k})$.

b) Détermine dans $\mathcal{R}$, les coordonnées des points S, I et J.

5- Parmi les 15 premiers élèves ayant acheté les meubles, on note 10 garçons et 5 filles. Cinq élèves ont été choisi simultanément et au hasard pour le classement des meubles commandés.

a) Détermine le nombre total de choix possibles.

b) Détermine le nombre de choix dans chacun des cas suivants :

i. Les 5 élèves choisis sont de même sexe.

ii. Un choix composé de 3 garçons et 2 filles.

iii. Un choix composé d'au moins une fille.

iv. Un choix composé d'au plus 2 filles.

Problème 3

On suppose que le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle et on pose $NP = MN + 1$ et $MP = 2MN$. On considère l'équation $(E) : 4x^2 + 2(\sqrt{3} - 1)x - \sqrt{3} = 0$ et l'inequation $(I) : \sqrt{x-1} \geq 3 - x$. On désigne par $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ les nombres respectifs de fauteuils et de chaises à fabriquer par mois. Un fauteuil génère un bénéfice de $10000F$ et une chaise $5000F$.

6- a) Calcule $(\sqrt{3} + 1)^2$.

b) Justifie que les solutions de l'équation (E) sont : $x_1 = -\frac{\sqrt{u}}{2}$ et $x_2 = \frac{v}{2}$ où $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{v}$ sont des nombres réels positifs à préciser.

c) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I).

7- a) Fais une figure du rectangle $MNPQ$ sachant que $[MN]$ est une largeur.

b) Justifie que MN vérifie la relation $2MN^2 - 2MN - 1 = 0$.

8- a) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $2x^2 - 2x - 1 = 0$.

b) Déduis-en la largeur du rectangle $MNPQ$.

c) Calcule la longueur puis l'aire de ce rectangle.

9- a) Traduis les contraintes liées à $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ par un système d'inéquations linéaires.

b) Résous graphiquement ce système. (On hachurera la partie solution)

c) Combien faut-il fabriquer de fauteuils et de chaises pour obtenir un bénéfice maximum ?

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN

CEG AKASSATO
BP : 950 Abomey-Calavi

Année Scolaire : **2018 – 2019**
Classe : T^{le} D
Durée : 4 h

2ème Série De Devoir Surveillé Du 1er Semestre
Epreuve de Mathématiques

CONTEXTE : DANSOU et le devin.

L'examen du baccalauréat est proche. Comme il est de coutume dans la famille avant les grands évènements la maman de DANSOU lui conseille d'aller consulter le devin ADANDE. DANSOU sur les conseils de sa mère se rendit effectivement chez le devin ADANDE. A l'entrée de la chambre de ADANDE se trouve une ficelle passant par deux points A et B de l'espace de coordonnées respectives $(1\,;2\,;\,-1)$ et $(2\,;1\,;\,-1)$ dans un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,;\,\vec{k})$. Des tissus blancs assimilables à une famille de plan (P_m) d'équation $x+y+m-3=0$ sont étendus dans la pièce, m est un paramètre réel. Deux amulettes suspendues respectivement aux points A et B perpendiculairement à (P_m) le touche en A' et B'. Un tissu noir assimilable à un plan (Q) perpendiculaire à (AB) en A est étendu derrière ADANDE.

Au cours de la consultation, ADANDE jette quatre cauris au sol. Il informe DANSOU qu'il aura son BAC à condition que la fonction u soit prolongeable par continuité, et aura une bonne mention lorsque la fonction g serait discontinue en -4. DANSOU avec toutes ses informations désire étudier la configuration de la chambre de ADANDE ainsi que la position des cauris et ses chances d'admission au BAC. Très vite, il se retrouve confronter à certaines difficultés.

Tâche : Tu vas aider DANSOU en résolvant les trois (03) problèmes ci-dessous.

Problème 1

1- Détermine une équation cartésienne du plan (Q).

2- a) Prouve que la droite (AB) est parallèle au plan (P_m).
   b) Pour quelle(s) valeur(s) de m la droite (AB) est-elle incluse dans le plan (P_m).
   c) Démontre que le plan (P_m) est perpendiculaire au plan (Q).

3- a) Détermine en fonction de m les coordonnées des points A' et B'.
   b) Démontre que le quadrilatère $\mathrm{ABB'A'}$ est un rectangle.
   c) Pour quelles valeurs de m, $\mathrm{ABB'A'}$ est un carré ?

Problème 2

Le sol de la chambre de ADANDE assimilé à un plan complexe muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\,\vec{e}_1\,;\,\vec{e}_2)$. Trois des quatre cauris sont repérés aux points E, F et G d'affixes respectives : $x=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i$; $y=z_2-2z_1$ et $w=3z_2-5z_1$ où z_1 et z_2 sont des racines complexes du polynôme : $\mathrm{P}(z)=z^3-(8+5i)z^2+(a+ib)z-c+id$ avec a, b, c et d des réels.

4- En utilisant la méthode du pivot de Gauss, détermine les nombres réels a, b, c et d sachant que $\mathrm{P}(1+i) = -15 + 20i$ et $\mathrm{P}(1-i) = -7 + 22i$.

5- On donne $\mathrm{P}(z) = z^3 - (8+5i)z^2 + (13+14i)z - 22 + 7i$.

a) Démontre que l'équation $\mathrm{P}(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0.

b) Détermine un polynôme $\mathrm{Q}(z)$ tel que $\mathrm{P}(z) = (z - z_0)\mathrm{Q}(z)$.

c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $(\mathrm{E}) : \mathrm{P}(z) = 0$.

6- On pose $z_1 = 3 + 2i$ et $z_2 = 5 + 4i$.

a) Calcule $\frac{w-x}{y-x}$; déduis-en la nature du triangle EFG.

b) Montrer que les points $\mathrm{O}, \mathrm{E}, \mathrm{F}$ et G sont cocycliques puis détermine une équation cartésienne du cercle ($\mathscr{C}$) auquel ils appartiennent.

Problème 3

En effet les fonctions numériques à variables réelles x, u et g sont définies par :

$u(x) = \frac{mx^2+(1-3m)x-3}{x-3}$ où m est un paramètre réel non nul, et

$g: \begin{cases} g(x) = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+4}, \ si\ x < -4 \\ g(x) = \sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+3}, si\ x \geq -4 \end{cases}$; On considère la fonction f

définie par : $f(x) = \begin{cases} u(x), \ si\ x \in \mathbb{R} - \{3\} \\ -2, \ si\ x = 3 \end{cases}$.

7- a) Calcule en fonction de m, $\lim\limits_{x \to 3} u(x)$.

b) Détermine la valeur de m pour laquelle f est le prolongement par continuité de u en 3.

8- a) Prouve que le domaine de définition de g est $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

b) Calcule les limites de g aux bornes de D.

9- a) Etudie la continuité de g sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\ -4[$ et $]-4\,;\ +\infty[$.

b) g est-elle continue en -4 ? Justifie ta réponse.

c) DANSOU aura-t-il son BAC avec une bonne mention ?

… FIN …

J'ai profondément regretté de ne pas avoir été assez loin pour au moins comprendre un petit peu des grands principes fondamentaux des mathématiques : car les hommes qui les ont acquis semblent avoir un sens supplémentaire – un sixième sens. Charles DARWIN