

**DEUXIEME DEVOIR SURVEILLE DU SECOND SEMESTRE**

**EPREUVE : MATHEMATIQUES**

**Exercice 1** : Etudier et tracer une fonction numérique d'une variable réelle.

La fonction  $f$  est définie pour tout nombre réel  $x$  différent de 0 et 2 par :

$f(x) = \frac{-1}{x^2-2x}$  ; ( $\mathcal{C}$ ) de signe sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1) Justifier que pour tout  $x$  différent de 0 et 2 ; sa dérivée première est

$$f'(x) = \frac{2(x-1)}{x(x-2)}.$$

2) Etudier les variations de  $f$  sur son ensemble de définition.

3) Déduis-en du tableau de variation de  $f$ , la position de ( $\mathcal{C}$ ) par rapport à l'axe des abscisses.

4) a- Ecris l'équation de la tangente à ( $\mathcal{C}$ ) au point d'abscisse -1.

b- Trace ( $\mathcal{C}$ ) ainsi que cette tangente.

**Exercice 2** : Etudier les suites – suites géométriques.

Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par  $U_0 = 0$  et  $U_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{U_n^2 + 12}$ .

1) Définir suite définie par récurrence et suite définie par formule explicite.

2) Détermine les cinq premiers termes de cette suite.

3)  $(V_n)$  est une suite définie par  $V_n = U_n^2 - 4$

a- Justifie que  $V_{n+1} = \frac{1}{4}U_n^2 - 1$

b- Déduis-en que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont la raison est  $q = \frac{1}{4}$

4) Calcule  $S_n$  définie par :  $S_n = V_3 + V_4 + \dots + V_{60}$ .

**Exercice 3** : Techniques de calcul des limites.

Détermine la valeur des limites suivantes :

a)  $\lim_{x \mapsto -\infty} \left( x - \sqrt{2x^2 + 1} \right)$

b)  $\lim_{x \mapsto 1} \left( \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \right)$

c)  $\lim_{x \mapsto 0} \left( \frac{1 - \cos x}{\sin x} \right)$

FIN