<u>Закон сохранения импульса</u> (следствие из законов Ньютона)

Если на систему **не** действуют <u>внешние</u> силы, то суммарный импульс всех тел системы остаётся постоянным.

(«Импульс системы после взаимодействия тел равен импульсу системы до взаимодействия»).

Импульс – векторная величина, поэтому складываем по правилам для векторов.

Закон изменения импульса

Если на тела системы действуют <u>внешние</u> силы, то изменение импульса системы равно импульсу внешних сил.

1. Пушка установлена на неподвижной платформе. Общая масса системы (платформа с пушкой + снаряд) составляет $m0 = 30$ тонн. Найдите скорость v, с которой произойдёт откат платформы после выстрела снарядом массой $mt = 60$ кг, вылетевшего со скоростью относительно пушки $u = 500$ м/с.

2. Платформа общей массой $m0$ уже движется вперёд со скоростью $v0$ и пушка производит выстрел назад, при этом ускоряя платформу. Снаряд массы mt вылетает со скоростью u относительно пушки. Найдите скорость движения платформы v после выстрела.

1. Пушка установлена на неподвижной платформе. Общая масса системы (платформа с пушкой + снаряд) составляет $m0 = 30$ тонн. Найдите скорость v, с которой произойдёт откат платформы после выстрела снарядом массой $mt = 60$ кг, вылетевшего со скоростью относительно пушки $u = 500$ м/с.

Для решения этой задачи используем закон сохранения импульса. Считаем систему тел замкнутой, то есть пренебрежём действием силы сопротивления воздуха и остальных внешних сил. Наша система состоит из двух тел: «платформа с пушкой» и «снаряд». Заметим, что в условии дана общая масса обоих тел m0 и масса снаряда. Следовательно, масса платформы с пушкой равна их разности. Также заметим, что начальная скорость системы *v0* равна нулю.

Дано:	Выразим массу платформы с пушкой.
m0 = 30 т	***m = m0 – mt***
v0 = 0	Запишем ЗСИ для состояния системы тел до выстрела и состояния после выстрела
mt = 60 кг	***m0 · v0 = m·v – mt · u***
u = 500 м/с	Обратите внимание на знак минус, он появляется из-за того, что снаряд вылетает в сторону,
v - ?	противоположную движению платформы, следовательно импульс снаряда направлен противоположно импульсу платформы.
	Поскольку начальная скорость системы равна нулю, то ЗСИ можем переписать так:
	0 = m·v – mt · u
	Отсюда выразим конечную скорость платформы v:
	$\mathbf{v} = \boldsymbol{u}\,\frac{\boldsymbol{mt}}{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{u}\,\frac{\boldsymbol{mt}}{\boldsymbol{m0-mt}} = 500\text{ м/с}\,\frac{60\text{ кг}}{30000\text{ кг} - 60\text{ кг}} \approx 1\text{ м/с}$

2. Платформа общей массой $m0$ уже движется вперёд со скоростью $v0$ и пушка производит выстрел назад, при этом ускоряя платформу. Снаряд массы mt вылетает со скоростью u относительно пушки. Найдите скорость движения платформы v после выстрела.

Эта задача практически идентична предыдущей, с той только разницей, что до выстрела платформа движется с постоянной скоростью *v0*. Есть два способа решения этой задачи: для лентяев и для трудолюбивых учеников.

I) Используем формулу, полученную в предыдущей задаче, но теперь будем использовать не ЛСО, а подвижную СО «платформа до выстрела», в которой начальная скорость системы равна 0, как в предыдущей задаче. Мы имеем право перейти в эту СО на основании принципа Галилея, поскольку и ЛСО, и СО «платформа до выстрела» – обе являются инерциальными. Ответ для СО платформы до выстрела нам уже известен, осталось только перевести его в ЛСО, и сразу получаем готовый ответ:

$$\boldsymbol{v = v0 + u\,\frac{mt}{m0-mt}}$$

II) Мы можем решать задачу в ЛСО, опять применив ЗСИ. Аккуратно запишем импульс системы до и после выстрела.

$\boldsymbol{m0 \cdot v0 = m \cdot v - mt \cdot (u - v0)}$ *# важно: скорость вылета снаряда u дана относительно платформы*

$$\boldsymbol{m \cdot v = m0 \cdot v0 + mt \cdot u - mt \cdot v0}$$

$$\boldsymbol{(m0 - mt) \cdot v = v0 \cdot (m0 - mt) + mt \cdot u}$$

$$\boldsymbol{v = v0 + u\frac{mt}{m0-mt}}$$

Ответ, конечно же, получается такой же, только требует немного больше математики.

Вторая задача рассматривает важный практический случай: движущееся тело, от которого отделяется некоторая часть массы и улетает со скоростью u, а найти необходимо скорость v, с которой будет двигаться оставшаяся часть тела. Движение за счёт отбрасывания от тела части массы называется реактивным движением.

Изменим числа на следующие: начальная масса всей системы $m0 = 3800$ кг, она неподвижна, оставшаяся после вылета снаряда масса системы $m = 800$ кг, скорость, с которой происходит отбрасывание снаряда относительно платформы $u = 3000\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Нужно найти с какой скоростью будет двигаться платформа после выстрела?

Что произойдёт, если выстрелить не одним снарядом массой $mt = m0 - m$, а двумя, каждый половинной массы?

А если тремя по 1/3? Десятью по 0,1 массы? Сотней снарядов по 0,01 массы? Миллионом?

Получится задача о движении ракеты, масса которой постепенно уменьшается из-за выработки топлива, а скорость ракеты постепенно увеличивается. Мы хотим узнать конечную скорость, которую достигнет ракета после израсходования всего топлива.

Проведём численный эксперимент. Численный эксперимент моделирует некоторый процесс. Мы задаём начальные условия, расчётные формулы, определяем точность расчёта, далее моделируем процесс, следим за ходом процесса, получаем результат.

Численный эксперимент:

1. Необходимы расчётные формулы.
2. Нужно задать начальные условия.
3. Нужно задаться точностью расчёта.
4. Продумываем алгоритм.
5. Пишем программу, обязательно тестируем.
6. Выполняем расчёты – это собственно численный эксперимент.
7. Рассматриваем результаты расчётов и думаем.

Единственная необходимая для этой задачи формула уже получена нами при решении задачи 2:

$$\boldsymbol{v = v0 + u\frac{mt}{m0 - mt}}$$

В начале алгоритма необходимо задать: «дано», начальные условия и параметры точности расчёта.

Далее формируем цикл по логическому условию, в данном случае «до тех пор, пока на борту остался хотя бы один заряд топлива» производим отбрасывание одного заряда топлива и пересчитываем состояние ракеты. Обновляем скорость ракеты и счётчик количества оставшихся зарядов.

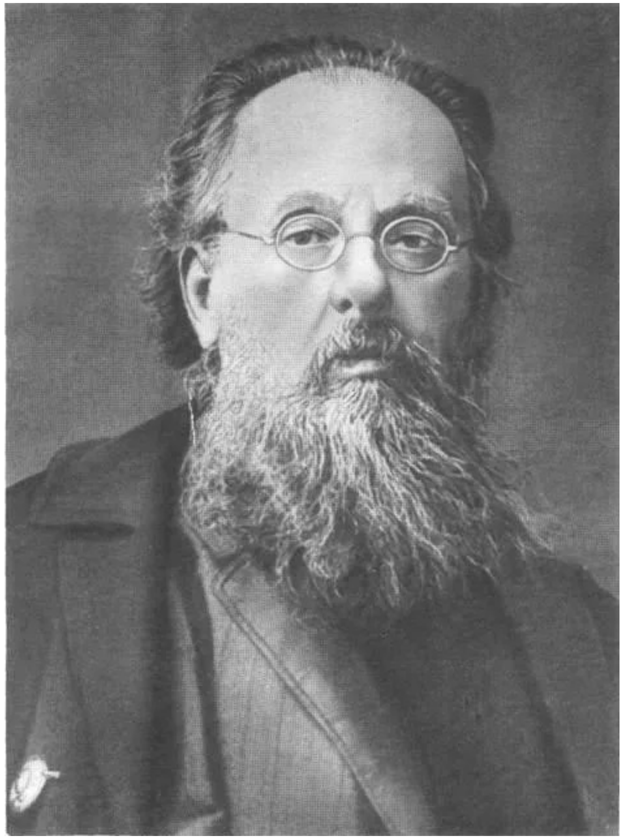
После завершения цикла получаем ответ.

```
# Дано:
m = 800                  # конечная масса полезной нагрузки ракеты, кг
m0 = 3800                # начальная взлётная масса ракеты, кг
u = 3000                 # скорость истечения газов из сопла, м/с
# Условия точности расчёта:
n = 2                    # делим топливо на n частей
mt = ( m0 – m ) / n      # масса одного заряда топлива
#  Начальные условия:
v0 = 0                   # начальная скорость = 0 м/с
print ( n , " частей" )

while n > 0:
# лог. условие: цикл повторяем до тех пор, пока на борту остался хотя бы один заряд топлива
   v = v0 + u * mt / (m0 – mt)
   m0 –= mt              # начальная масса ракеты уменьшилась на mt
   v0 = v                # теперь эта скорость станет начальной для следующей итерации
   n –= 1                # количество оставшихся зарядов топлива уменьшаем на 1
print ( "v = " , v,  " м/с")
```

Иван Всеволодович Мещерский

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{F} + \vec{\upsilon}_{отн}\frac{dm}{dt}$$



Константин Эдуардович Циолковский

$$\upsilon = u \ln \frac{m_0}{m}$$

Сверим результаты нашего численного расчёта конечной скорости ракеты с расчётом по формуле К.Э. Циолковского

$$v\ (m_0) = u\ \cdot\ \ln(\frac{m_0}{m})$$

ДЗ.

С помощью программы численного эксперимента полёта ракеты при этих же входных данных по скорости истечения газов из сопла двигателя *u = 3000 м/с,* и той же стартовой массе ракеты *m0 = 3800 кг*, но если полезная нагрузка будет *m = 250 кг*, определите какая будет достигнута конечная скорость ракеты.