目录

Introduction	1.1
分治法	1.2
快速排序	1.2.1
中位数	1.2.2
最大子序和	1.2.3
线性时间排序	1.3
计数排序	1.3.1
二叉树	1.4
二叉查找树	1.4.1
红黑树	1.4.2

Introduction

记录我的算法分析学习历程

分治法

快速排序

问题：

实现对数组int arr[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4}的快速排序，并画出流程图

方法： 分治法

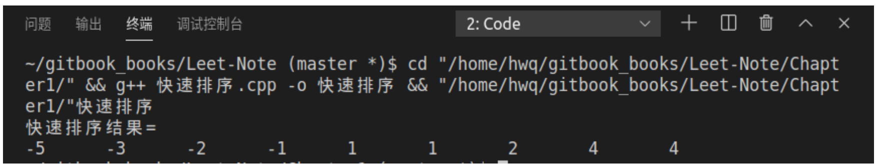
快速排序原理：

- 任找一个元素作为基准，对待排数组进行分组
- 使基准元素左边的数据都比基准元素小，右边的数据都比基准元素大。这样基准元素就放在了正确的位置上。
- 然后对基准元素左边和右边的数据分组进行相同的操作，最后完成数组的排序。

代码如下:

```cpp
#include <iostream>
using std::cin;
using std::cout;
using std::endl;

int Partition(int arr[], int low, int high){
    int pivot_key=arr[low];//临时存储基准值
    while(low<high){
        while (low<high && arr[high]>=pivot_key)  --high;
        arr[low]=arr[high];
        while (low<high && arr[low]<=pivot_key)  ++low;
        arr[high]=arr[low];
    }
    arr[low]=pivot_key;//把基准值放到最后准确的位置
    return low;
}
void QuickSort(int arr[], int low, int high){
    int pivot;
    if(low<high){
        pivot=Partition(arr,low,high);
        QuickSort(arr,low,pivot-1);
        QuickSort(arr, pivot+1,high);
    }
}

int main(){
    int arr[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    QuickSort(arr,0,8);
    cout<<"快速排序结果= "<<endl;
    for (char i = 0; i < 9; i++){
        cout<<arr[i]<<'\t';
    }
    cout<<endl;
    return 0;
}
```

运行结果：



快排流程图

元素 / 第 N 趟	-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4
1	-5	-3	-2	4	-1	2	1	1	4
2	-5	-3	-2	1	-1	2	1	4	4
3	-5	-3	-2	-1	1	2	1	4	4
4	-5	-3	-2	-1	1	1	2	4	4

注: *褐色的数字格表示此趟快排的基准值*

算法复杂度分析:

时间复杂度：$O(nlg(n))$

空间复杂度：$O(lg(n))$

Median of Two Sorted Arrays

问题:

There are two sorted arrays nums1 and nums2 of size m and n respectively.Find the median of the two sorted arrays. The overall run time complexity should be O(log(m+n)).

中位数的概念

- 将一个集合划分为两个长度相等的子集，其中一个子集中的元素总是大于另一个子集中的元素。

方法: 分治法

算法分析

- 将有序数组分成两部分，可以得到如下关系式:

```
len(left_part)=len(right_part)
max(left_part)≤min(right_part)
```

left_part	right_part
A[0], A[1], ..., A[i-1]	A[i], A[i+1], ..., A[m-1]
B[0], B[1], ..., B[j-1]	B[j], B[j+1], ..., B[n-1]

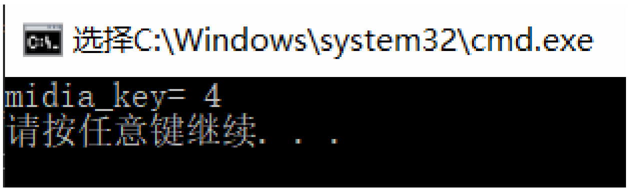
- 那么，中位数就是:
$median = [max(left\_part) + min(right\_part)]/2$

代码如下:

```
int findMedianSortedArrays(int A[],int A_len, int B[],int B_
      int m=A_len,n=B_len;
      int iMin = 0, iMax = m, halfLen = (m + n + 1) / 2;
      while (iMin <= iMax) {
          int i = (iMin + iMax) / 2;
          int j = halfLen - i;
          if (i < iMax && B[j-1] > A[i]){
              iMin = i + 1; // i is too small,需要增大i，减小j
          }
          else if (i > iMin && A[i-1] > B[j]) {
              iMax = i - 1; // i is too big,需要减小i，增大j
          }
          else { // i is perfect, i是临界值，0或者m
          int maxLeft = 0;
          if (i == 0) { maxLeft = B[j-1]; }
          else if (j == 0) { maxLeft = A[i-1]; }
          else { maxLeft = max(A[i-1], B[j-1]); }
          if ( (m + n) % 2 == 1 ) { return maxLeft; }

          int minRight = 0;
          if (i == m) { minRight = B[j]; }
          else if (j == n) { minRight = A[i]; }
          else { minRight = min(B[j], A[i]); }

          return (maxLeft + minRight) / 2;
          }
      }
}
```

运行结果:

数组元素为:array1[3] = {1,2,7}; *array2*[3] = {3,5,6};



算法复杂度分析:

- 时间复杂度：查找的区间是[0,m],每次循环之后，查找区间的长度都会降为原先的一半。所以，最多执行$lg(m)$次。 由于$m <= n$,所以时间复杂度为$O(lg(min(m,n)))$。

最大子序和

问题：
给定一个整数数组nums，找到一个具有最大和的连续子数组(子数组最少包含一个元素)，返回其最大和。
示例：
输入: [-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]
输出: `6`
解释: 连续子数组 [4,-1,2,1] 的和最大为 `6`

方法： 分治法

算法分析：

1. 把数组分成左右两个子数组，最大子序和只可能出现在
   1.左子数组
   2.右子数组
   3.横跨左右子数组的部分或全部元素
2. 然后对左子数组或右子数组时，进一步拆分，依次循环，直至拆分的子数组中只有一个元素。
   - 拆分序列（直到只剩下一个数的数组）
   - 求左子数组最大值
   - 求右子数组最大值
   - 求横跨左右子数组的最大值
3. 合并，得出以上三个最大值的最大值
4. 当最大子数组有 n 个数字时：
   - 若 $n == 1$，返回此元素。
   - *left_sum* 是左子数组的元素之和最大值
   - *right_sum* 是右子数组的元素之和最大值
   - *cross_sum* 是横跨左右子数组元素之和的最大值

代码如下:

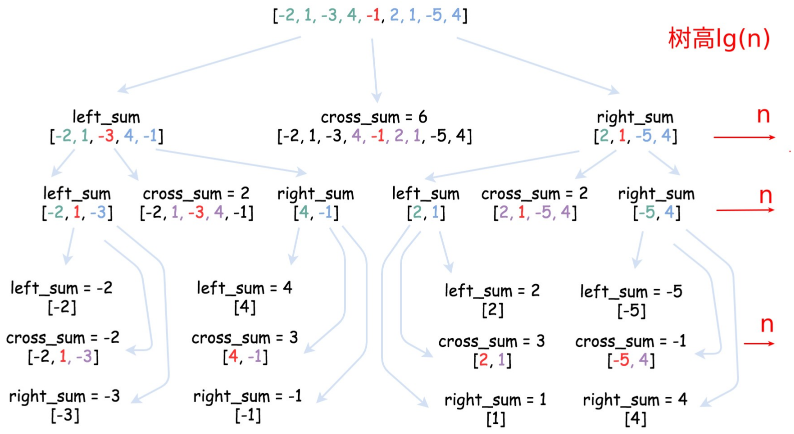
```
#include <iostream>
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
int CrossSum(int nums[],int left, int right, int mid) {
    if (left == right) return nums[left];
    int leftSubSum=0;
    int leftMaxSum=nums[mid];//横跨左右子数组，则基准元素(左
    for(int i=mid; i>=left; i--) {
        leftSubSum+=nums[i];
        leftMaxSum=leftMaxSum>=leftSubSum?leftMaxSum:lef
    }
    int rightSubSum=0;
    int rightMaxSum=nums[mid+1];//横跨左右子数组，则右边第一
    for(int i=mid+1; i<=right; i++) {
        rightSubSum+=nums[i];
        rightMaxSum=rightMaxSum>=rightSubSum?rightMaxSum
    }
    return leftMaxSum+rightMaxSum;
}

int fun(int nums[],int left, int right) {
    if (left == right) return nums[left];

    int mid = (left + right) / 2;
    int leftSum = fun(nums, left, mid);
    int rightSum = fun(nums, mid + 1, right);
    int crossSum = CrossSum(nums, left, right, mid);
    int temp=leftSum>rightSum?leftSum:rightSum;

    return temp>crossSum?temp:crossSum;
}

int MaxSubArray(int nums[],int length) {
    return fun(nums,0,length-1);
}

int main() {
    int nums[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    int maxSum=MaxSubArray(nums,9);
    cout<<"maxSum= "<<maxSum<<endl;

}
```

运行结果：

```
maxSum= 6
```

算法复杂度分析:

- **递归树法:**
  时间复杂度：$O(nlg(n))$



线性时间排序方法

计数排序

问题：
实现对数组int arr[10]={95,94,91,98,99,90,99,93,91,92}的计数排序，并画出流程图

计数排序原理：
计数排序是由额外空间的辅助和元素本身的值决定的。计数排序过程中不存在元素之间的比较和交换操作，根据元素本身的值，将每个元素出现的次数记录到辅助空间后，通过对辅助空间内数据的计算，即可确定每一个元素最终的位置。

- 算法过程
    1. 根据待排序集合中最大元素与最小元素的差值范围，申请额外辅助空间
    2. 遍历待排序集合，将每一个元素出现的次数记录到元素值对应的辅助空间
    3. 对辅助空间内的数据进行计算，得出每一个元素的正确位置
    4. 将待排序集合的每一个元素移动到计算出的正确位置上，排序完成

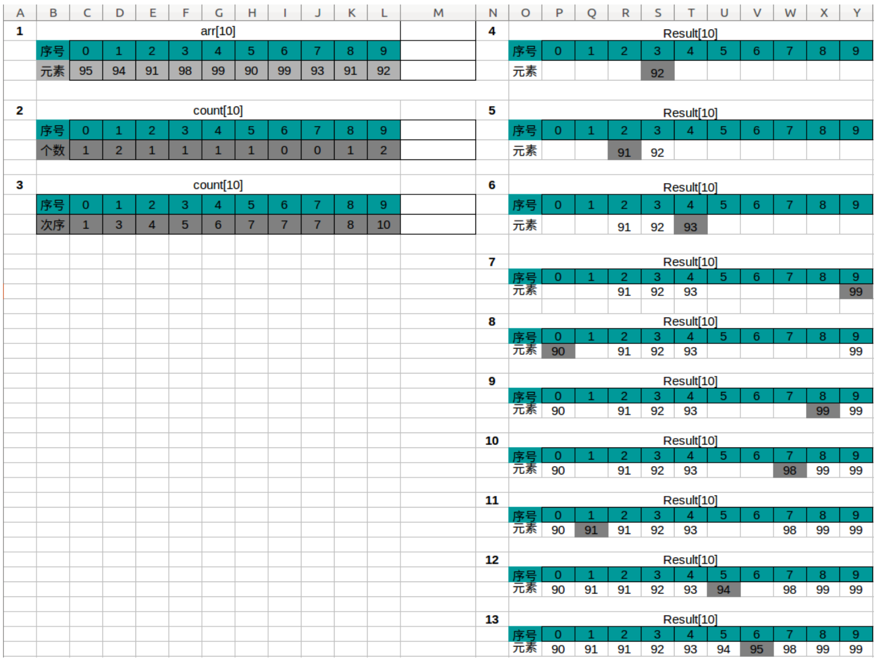
代码如下:

```cpp
#include <iostream>
#include <new>
using namespace std;

void CountSort(int *arr,int len,int max, int min)
{
    int *count=new int[max-min+1];//计数数组
    int *Result=new int[len];//存放排序后的结果
    int index;
    for (int i =0; i <=max-min; i++){//初始化
        count[i]=0;
    }
    for(int i=0; i<len;i++){//计算arr[i]元素出现的个数
        count[arr[i]-min]++;
    }
    for(int i=1; i<=max-min; i++){
        count[i]+=count[i-1];
    }

    for (int i = len-1; i >= 0; i--){
        index=count[arr[i]-min]-1;
        Result[index]=arr[i];
        count[arr[i]-min]--;
    }
    cout<<"计数排序后的结果= "<<endl;
    for(int i=0;i<len;i++){
        cout<<Result[i]<<'\t';
    }

    cout<<endl;
    delete [] count;
    delete [] Result;
}

int main()
{
    int arr[10]={95,94,91,98,99,90,99,93,91,92};//待排数组
    CountSort(arr,10,99,90);//计数排序
}
```

运行结果：

```
~/gitbook_books/Leet-Note (master *)$ cd "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapt
er2/" && g++ 计数排序.cpp -o 计数排序 && "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapt
er2/"计数排序
计数排序后的结果=
90      91      91      92      93      94      95      98      99      99
```

计数排序流程图



注: *Result 下的深灰色格子代表此次排好序的元素*

算法复杂度分析:

时间复杂度：因为$k = n$,所以为$O(n)$

空间复杂度：申请了额外辅助空间，且$k = n$,所以为$O(n)$

计数排序与快速排序的区别:

1. 计数排序属于线性时间排序，用非比较的操作确定排序顺序；而快速排序是基于元素之间的比较，属于比较排序
2. 任意一个比较排序算法，在最坏情况下，都需要做 Ω(nlg(n)) 次的比较；而计数排序的运行时间为 Θ(k+n)
3. 计数排序是一种稳定的排序算法；而快速排序不是
4. 计数排序算法适合待排序元素在一定范围内，数值比较集中；而快速排序没有这种要求

二叉树

二叉查找树 BST (Binary Search Tree)

二叉查找树又称二叉搜索树、二叉排序树,特点如下:

1. 左子树上所有结点值均小于根结点
2. 右子树上所有结点值均大于根结点
3. 结点的左右子树本身又是一颗二叉查找树
4. 二叉查找树中序遍历得到结果是递增排序的结点序列。

算法分析

BST的结点结构:

```
//BST结点结构
template<typename T>
class BSTNode{
public:
    T _key; //关键字
    BSTNode *_lchild; //左孩子
    BSTNode *_rchild; //右孩子
    BSTNode *_parent; //父结点

    //构造函数
    BSTNode(T key ,BSTNode *lchild,BSTNode *rchild,BSTNode *
    _key(key),_lchild(lchild),_rchild(rchild),_parent(parent
};
```

一、 判断是否为二叉查找树

根据第4条性质，可以利用中序遍历得出的结果序列为小->大，来判断是否为二叉查找树

```
template <typename T>
bool BSTree<T>::checkBST(BSTNode<T>* &tree) const
{
    static BSTNode<T> *prev=NULL;
    if(tree != NULL)
    {
        if(!checkBST(tree->_lchild))
            return false;
        if(prev != NULL && tree->_key < prev->_key)
            return false;
        prev = tree;
        if(!checkBST(tree->_rchild))
            return false;
     }
    return true;
}
```

可以看出，采用递归的方式，当前的结点值小于前一个结点的值，就满足性质。否则，判断失败。

二、 插入操作

首先创建一个新结点，用于存储关键值。

```
template <typename T>
void BSTree<T>::insert(T key)
{
    //创建一个新的节点，使用构造函数初始化
    BSTNode<T>* z= new BSTNode<T>(key,NULL,NULL,NULL);
    if(!z) //如果创建失败则返回
        return ;
    //调用内部函数进行插入
    insert(_Root,z);
}
```

接着，判断插入值与根结点的大小关系，插入左子树还是右子树。并循环向下查找。

```
//插入操作
//内部使用函数
template<typename T>
void BSTree<T> ::insert(BSTNode<T>* &tree,BSTNode<T>* z)
{
    BSTNode<T>* parent = NULL;
    BSTNode<T>* temp = tree;

    //寻找插入点
    while(temp!=NULL)
    {
        parent= temp;
        if(z->_key > temp->_key)
            temp= temp->_rchild;
        else
            temp=temp->_lchild;
    }
    z->_parent = parent;
    if(parent==NULL) //如果树本来就是空树，则直接把z结点插入根结点
        tree = z;
    else if(z->_key > parent->_key) //如果z的值大于其双亲，则z为
        parent->_rchild = z;
    else
        parent->_lchild = z;//否则为其双亲的左孩子结点
}
```

三、删除操作

```
template<typename T>
void BSTree<T>::remove(T key)
{
    BSTNode<T> *z, *node;
    if ((z = search(_Root, key)) != NULL)
        if ( (node = remove(_Root, z)) != NULL)
            delete node;
}
```

四、查找操作

外部接口search函数

```
template <typename T>
BSTNode<T> * BSTree<T>::search(T key)
{
    return search(_Root,key);
}
```

内部调用search函数

```
//非递归实现
//内部使用函数
template <typename T>
BSTNode<T>*  BSTree<T>::search(BSTNode<T>* &tree,T key) cons
{
    BSTNode<T>* temp = tree;
    while(temp != NULL)
    {
        if(temp->_key == key)//查找成功
            return temp;
        else if(temp->_key > key)//转向左子树，继续查找
            temp = temp->_lchild;
        else
            temp = temp->_rchild;//转向右子树，继续查找
    }
    return NULL;//查找失败
}
```

五、遍历操作

1. 前序遍历：

外部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::preOrder()
{
    preOrder(_Root);
}
```

内部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::preOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        cout<<tree->_key<<" ";
        preOrder(tree->_lchild);
        preOrder(tree->_rchild);
    }
}
```

2. 中序遍历：

外部inOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::inOrder()
{
    inOrder(_Root);
}
```

内部inOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::inOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        inOrder(tree->_lchild);
        cout<<tree->_key<<" ";
        inOrder(tree->_rchild);
    }
}
```

3. 后序遍历：

外部postOrder接口

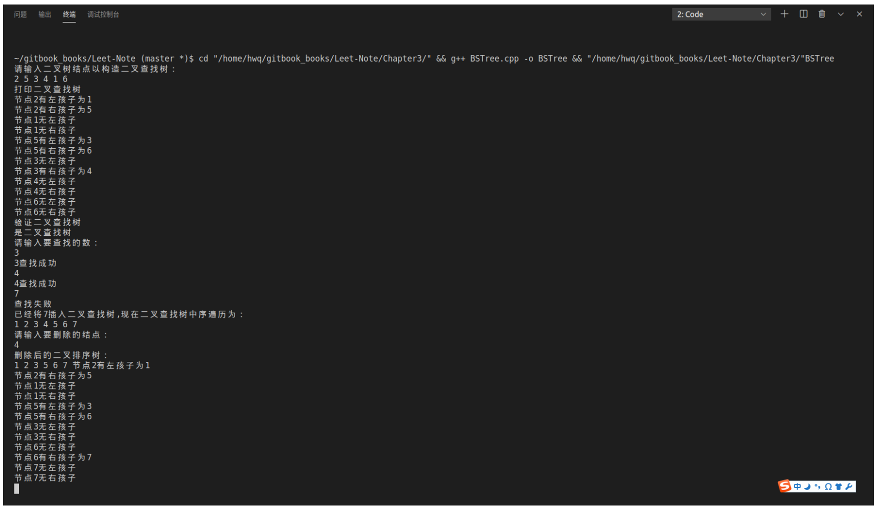
```
template<typename T>
void BSTree<T>::postOrder()
{
    postOrder(_Root);
}
```

内部postOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::postOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        postOrder(tree->_lchild);
        postOrder(tree->_rchild);
        cout<<tree->_key<<" ";
    }
}
```

六、实验结果

如图：


问题
输出
终端
调试控制台
2: Code
~/gitbook_books/Leet-Note (master *)$ cd "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/" && g++ BSTree.cpp -o BSTree && "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/"BSTree
请输入二叉树结点以构造二叉查找树：
2 5 3 4 1 6
打印二叉查找树
节点2有左孩子为1
节点2有右孩子为5
节点1无左孩子
节点1无右孩子
节点5有左孩子为3
节点5有右孩子为6
节点3无左孩子
节点3有右孩子为4
节点4无左孩子
节点4无右孩子
节点6无左孩子
节点6无右孩子
验证二叉查找树
是二叉查找树
请输入要查找的数：
3
3查找成功
4
4查找成功
7
查找失败
已经将7插入二叉查找树,现在二叉查找树中序遍历为：
1 2 3 4 5 6 7
请输入要删除的结点：
4
删除后的二叉排序树：
1 2 3 5 6 7 节点2有左孩子为1
节点2有右孩子为5
节点1无左孩子
节点1无右孩子
节点5有左孩子为3
节点5有右孩子为6
节点3无左孩子
节点3无右孩子
节点6无左孩子
节点6有右孩子为7
节点7无左孩子
节点7无右孩子

红黑树

红黑树中每个结点包含五个域:color,key,left,right 和 p。如果某结点没有一个子结点或父结点,则该域指向 NIL。

一棵二叉树如果满足下面的红黑性质,则为一棵红黑树:

1. 每个结点或是红的,或是黑的。
2. 根结点是黑的。
3. 每个叶结点 (NIL) 是黑的。
4. 如果一个结点是红的,则它的两个儿子都是黑的。
5. 对每个结点,从该结点到其子孙结点的所有路径上包含相同数目的黑结点。