目录

Introduction

本“书”记录我的算法分析学习历程

第一篇 分治法

Median of Two Sorted Arrays

There are two sorted arrays nums1 and nums2 of size m and n respectively.Find the median of the two sorted arrays. The overall run time complexity should be O(log(m+n)).

中位数的概念

- 将一个集合划分为两个长度相等的子集，其中一个子集中的元素总是大于另一个子集中的元素。

方法： 分治法

算法分析

- 将有序数组分成两部分，可以得到如下关系式:

  ```
  len(left_part)=len(right_part)
  max(left_part)≤min(right_part)
  ```

left_part	right_part
A[0], A[1], ..., A[i-1]	A[i], A[i+1], ..., A[m-1]
B[0], B[1], ..., B[j-1]	B[j], B[j+1], ..., B[n-1]

- 那么，中位数就是：

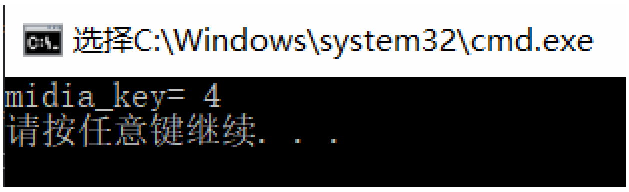
  $median = [max(left_part) + min(right_part)]/2$

代码如下：

```
int findMedianSortedArrays(int A[],int A_len, int B[],int B_len) {
      int m=A_len,n=B_len;
      int iMin = 0, iMax = m, halfLen = (m + n + 1) / 2;
      while (iMin <= iMax) {
          int i = (iMin + iMax) / 2;
          int j = halfLen - i;
          if (i < iMax && B[j-1] > A[i]){
              iMin = i + 1; // i is too small,需要增大i, 减小j
          }
          else if (i > iMin && A[i-1] > B[j]) {
              iMax = i - 1; // i is too big,需要减小i, 增大j
          }
          else { // i is perfect, i是临界值, 0或者m
          int maxLeft = 0;
          if (i == 0) { maxLeft = B[j-1]; }
          else if (j == 0) { maxLeft = A[i-1]; }
          else { maxLeft = max(A[i-1], B[j-1]); }
          if ( (m + n) % 2 == 1 ) { return maxLeft; }

          int minRight = 0;
          if (i == m) { minRight = B[j]; }
          else if (j == n) { minRight = A[i]; }
          else { minRight = min(B[j], A[i]); }

          return (maxLeft + minRight) / 2;
          }
      }
}
```

运行结果:

数组元素为:array1[3] = {1,2,7}; *array2*[3] = {3,5,6};



算法复杂度分析:

- 时间复杂度：查找的区间是[0,m],每次循环之后，查找区间的长度都会降为原先的一半。所以，最多执行$lg(m)$次。 由于$m <= n$,所以时间复杂度为$O(lg(min(m,n)))$。

最大子序和

给定一个整数数组nums，找到一个具有最大和的连续子数组(子数组最少包含一个元素)，返回其最大和。
示例：
输入: [-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]
输出: `6`
解释: 连续子数组 [4,-1,2,1] 的和最大为 `6`

方法：分治法

算法分析：

1. 把数组分成左右两个子数组，最大自序和只可能出现在
   1.左子数组
   2.右子数组
   3.横跨左右子数组的部分或全部元素
2. 然后对左子数组或右子数组时，进一步拆分，依次循环，直至拆分的子数组中只有一个元素。
   - 拆分序列（直到只剩下一个数的数组）
   - 求左子数组最大值
   - 求右子数组最大值
   - 求横跨左右子数组的最大值
3. 合并，得出以上三个最大值的最大值
4. 当最大子数组有 n 个数字时：
   - 若 $n == 1$，返回此元素。
   - *left_sum* 是左子数组的元素之和最大值
   - *right_sum* 是右子数组的元素之和最大值
   - *cross_sum* 是横跨左右子数组元素之和的最大值

代码如下:

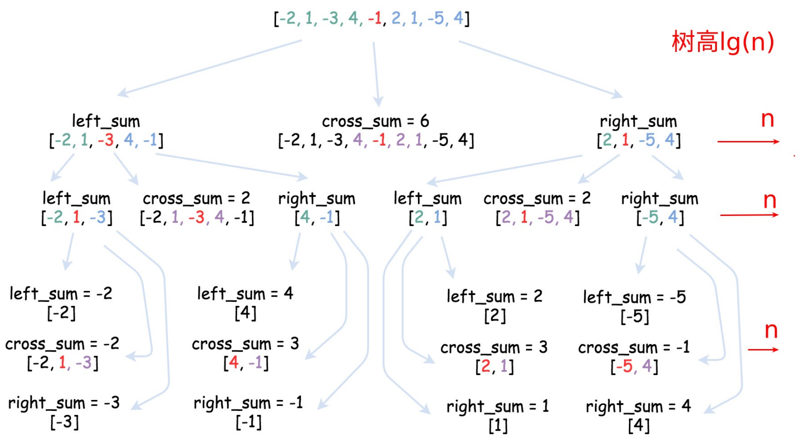
```
#include <iostream>
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
int CrossSum(int nums[],int left, int right, int mid) {
    if (left == right) return nums[left];
    int leftSubSum=0;
    int leftMaxSum=nums[mid];//横跨左右子数组，则基准元素(左边第一个元素)必然包含在内
    for(int i=mid; i>=left; i--) {
        leftSubSum+=nums[i];
        leftMaxSum=leftMaxSum>=leftSubSum?leftMaxSum:leftSubSum;
    }
    int rightSubSum=0;
    int rightMaxSum=nums[mid+1];//横跨左右子数组，则右边第一个元素必然包含在内
    for(int i=mid+1; i<=right; i++) {
        rightSubSum+=nums[i];
        rightMaxSum=rightMaxSum>=rightSubSum?rightMaxSum:rightSubSum;
    }
    return leftMaxSum+rightMaxSum;
}

int fun(int nums[],int left, int right) {
    if (left == right) return nums[left];

    int mid = (left + right) / 2;
    int leftSum = fun(nums, left, mid);
    int rightSum = fun(nums, mid + 1, right);
    int crossSum = CrossSum(nums, left, right, mid);
    int temp=leftSum>rightSum?leftSum:rightSum;

    return temp>crossSum?temp:crossSum;
}

int MaxSubArray(int nums[],int length) {
    return fun(nums,0,length-1);
}

int main() {
    int nums[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    int maxSum=MaxSubArray(nums,9);
    cout<<"maxSum= "<<maxSum<<endl;

}
```

运行结果:

```
maxSum= 6
```

算法复杂度分析:

- **递归树法:**
  时间复杂度：$O(nlg(n))$


[-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]
树高lg(n)
left_sum
[-2, 1, -3, 4, -1]
cross_sum = 6
[-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]
right_sum
[2, 1, -5, 4]
n
left_sum
[-2, 1, -3]
cross_sum = 2
[-2, 1, -3, 4, -1]
right_sum
[4, -1]
left_sum
[2, 1]
cross_sum = 2
[2, 1, -5, 4]
right_sum
[-5, 4]
n
left_sum = -2
[-2]
cross_sum = -2
[-2, 1, -3]
right_sum = -3
[-3]
left_sum = 4
[4]
cross_sum = 3
[4, -1]
right_sum = -1
[-1]
left_sum = 2
[2]
cross_sum = 3
[2, 1]
right_sum = 1
[1]
left_sum = -5
[-5]
cross_sum = -1
[-5, 4]
right_sum = 4
[4]
n