目录

Introduction

记录我的算法分析学习历程

分治法

快速排序

问题：
实现对数组int arr[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4}的快速排序，并画出流程图

方法： 分治法

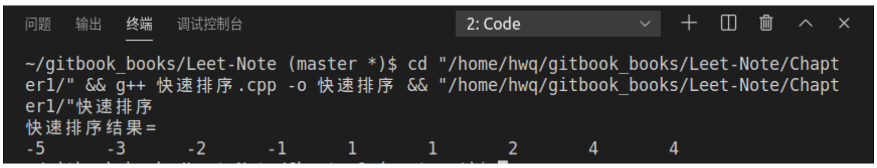
快速排序原理：

- 任找一个元素作为基准，对待排数组进行分组
- 使基准元素左边的数据都比基准元素小，右边的数据都比基准元素大。这样基准元素就放在了正确的位置上。
- 然后对基准元素左边和右边的数据分组进行相同的操作，最后完成数组的排序。

代码如下:

```cpp
#include <iostream>
using std::cin;
using std::cout;
using std::endl;

int Partition(int arr[], int low, int high){
    int pivot_key=arr[low];//临时存储基准值
    while(low<high){
        while (low<high && arr[high]>=pivot_key)  --high;
        arr[low]=arr[high];
        while (low<high && arr[low]<=pivot_key)  ++low;
        arr[high]=arr[low];
    }
    arr[low]=pivot_key;//把基准值放到最后准确的位置
    return low;
}
void QuickSort(int arr[], int low, int high){
    int pivot;
    if(low<high){
        pivot=Partition(arr,low,high);
        QuickSort(arr,low,pivot-1);
        QuickSort(arr, pivot+1,high);
    }
}

int main(){
    int arr[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    QuickSort(arr,0,8);
    cout<<"快速排序结果= "<<endl;
    for (char i = 0; i < 9; i++){
        cout<<arr[i]<<'\t';
    }
    cout<<endl;
    return 0;
}
```

运行结果：



快排流程图

第N趟 \ 元素	-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4
1	-5	-3	-2	4	-1	2	1	1	4
2	-5	-3	-2	1	-1	2	1	4	4
3	-5	-3	-2	-1	1	2	1	4	4
4	-5	-3	-2	-1	1	1	2	4	4

注: *褐色的数字格表示此趟快排的基准值*

算法复杂度分析:

时间复杂度：$O(nlg(n))$

空间复杂度：$O(lg(n))$

Median of Two Sorted Arrays

问题：

There are two sorted arrays nums1 and nums2 of size m and n respectively.Find the median of the two sorted arrays. The overall run time complexity should be O(log(m+n)).

中位数的概念

- 将一个集合划分为两个长度相等的子集，其中一个子集中的元素总是大于另一个子集中的元素。

方法： 分治法

算法分析

- 将有序数组分成两部分，可以得到如下关系式:

  ```
  len(left_part)=len(right_part)
  max(left_part)≤min(right_part)
  ```

left_part	right_part
A[0], A[1], ..., A[i-1]	A[i], A[i+1], ..., A[m-1]
B[0], B[1], ..., B[j-1]	B[j], B[j+1], ..., B[n-1]

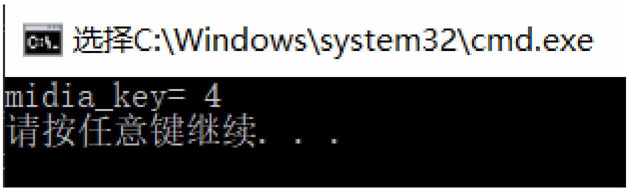
- 那么，中位数就是：
  $median = [max(left\_part) + min(right\_part)]/2$

代码如下：

```
int findMedianSortedArrays(int A[],int A_len, int B[],int B_
      int m=A_len,n=B_len;
      int iMin = 0, iMax = m, halfLen = (m + n + 1) / 2;
      while (iMin <= iMax) {
          int i = (iMin + iMax) / 2;
          int j = halfLen - i;
          if (i < iMax && B[j-1] > A[i]){
              iMin = i + 1; // i is too small,需要增大i，减小j
          }
          else if (i > iMin && A[i-1] > B[j]) {
              iMax = i - 1; // i is too big,需要减小i，增大j
          }
          else { // i is perfect, i是临界值，0或者m
          int maxLeft = 0;
          if (i == 0) { maxLeft = B[j-1]; }
          else if (j == 0) { maxLeft = A[i-1]; }
          else { maxLeft = max(A[i-1], B[j-1]); }
          if ( (m + n) % 2 == 1 ) { return maxLeft; }

          int minRight = 0;
          if (i == m) { minRight = B[j]; }
          else if (j == n) { minRight = A[i]; }
          else { minRight = min(B[j], A[i]); }

          return (maxLeft + minRight) / 2;
          }
      }
}
```

运行结果:

数组元素为:array1[3] = {1,2,7}; *array2*[3] = {3,5,6};



算法复杂度分析:

- 时间复杂度：查找的区间是[0,m],每次循环之后，查找区间的长度都会降为原先的一半。所以，最多执行$lg(m)$次。 由于$m <= n$,所以时间复杂度为$O(lg(min(m,n)))$。

最大子序和

问题：
给定一个整数数组nums，找到一个具有最大和的连续子数组(子数组最少包含一个元素)，返回其最大和。
示例：
输入: [-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]
输出: `6`
解释: 连续子数组 [4,-1,2,1] 的和最大为 `6`

方法： 分治法

算法分析：

1. 把数组分成左右两个子数组，最大子序和只可能出现在
   1.左子数组
   2.右子数组
   3.横跨左右子数组的部分或全部元素
2. 然后对左子数组或右子数组时，进一步拆分，依次循环，直至拆分的子数组中只有一个元素。
   - 拆分序列（直到只剩下一个数的数组）
   - 求左子数组最大值
   - 求右子数组最大值
   - 求横跨左右子数组的最大值
3. 合并，得出以上三个最大值的最大值
4. 当最大子数组有 n 个数字时：
   - 若 $n == 1$，返回此元素。
   - *left_sum* 是左子数组的元素之和最大值
   - *right_sum* 是右子数组的元素之和最大值
   - *cross_sum* 是横跨左右子数组元素之和的最大值

代码如下:

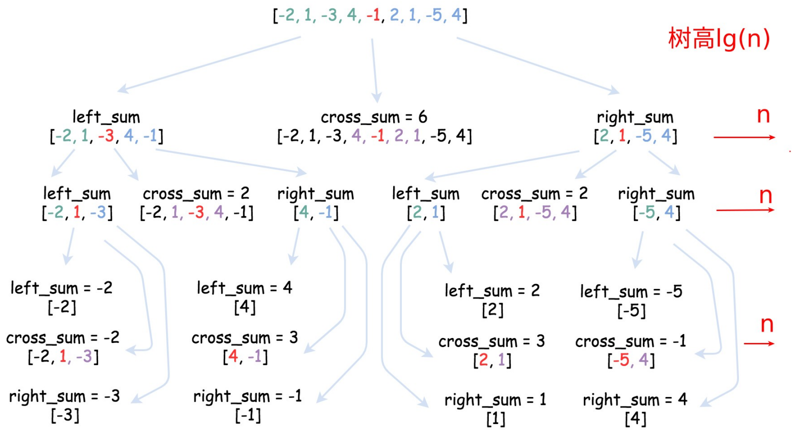
```
#include <iostream>
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
int CrossSum(int nums[],int left, int right, int mid) {
    if (left == right) return nums[left];
    int leftSubSum=0;
    int leftMaxSum=nums[mid];//横跨左右子数组，则基准元素(左
    for(int i=mid; i>=left; i--) {
        leftSubSum+=nums[i];
        leftMaxSum=leftMaxSum>=leftSubSum?leftMaxSum:lef
    }
    int rightSubSum=0;
    int rightMaxSum=nums[mid+1];//横跨左右子数组，则右边第一
    for(int i=mid+1; i<=right; i++) {
        rightSubSum+=nums[i];
        rightMaxSum=rightMaxSum>=rightSubSum?rightMaxSum
    }
    return leftMaxSum+rightMaxSum;
}

int fun(int nums[],int left, int right) {
    if (left == right) return nums[left];

    int mid = (left + right) / 2;
    int leftSum = fun(nums, left, mid);
    int rightSum = fun(nums, mid + 1, right);
    int crossSum = CrossSum(nums, left, right, mid);
    int temp=leftSum>rightSum?leftSum:rightSum;

    return temp>crossSum?temp:crossSum;
}

int MaxSubArray(int nums[],int length) {
    return fun(nums,0,length-1);
}

int main() {
    int nums[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    int maxSum=MaxSubArray(nums,9);
    cout<<"maxSum= "<<maxSum<<endl;

}
```

运行结果：

```
maxSum= 6
```

算法复杂度分析:

- **递归树法：**
  时间复杂度：$O(nlg(n))$



线性时间排序方法

计数排序

问题：
实现对数组int arr[10]={95,94,91,98,99,90,99,93,91,92}的计数排序，并画出流程图

计数排序原理：
计数排序是由额外空间的辅助和元素本身的值决定的。计数排序过程中不存在元素之间的比较和交换操作，根据元素本身的值，将每个元素出现的次数记录到辅助空间后，通过对辅助空间内数据的计算，即可确定每一个元素最终的位置。

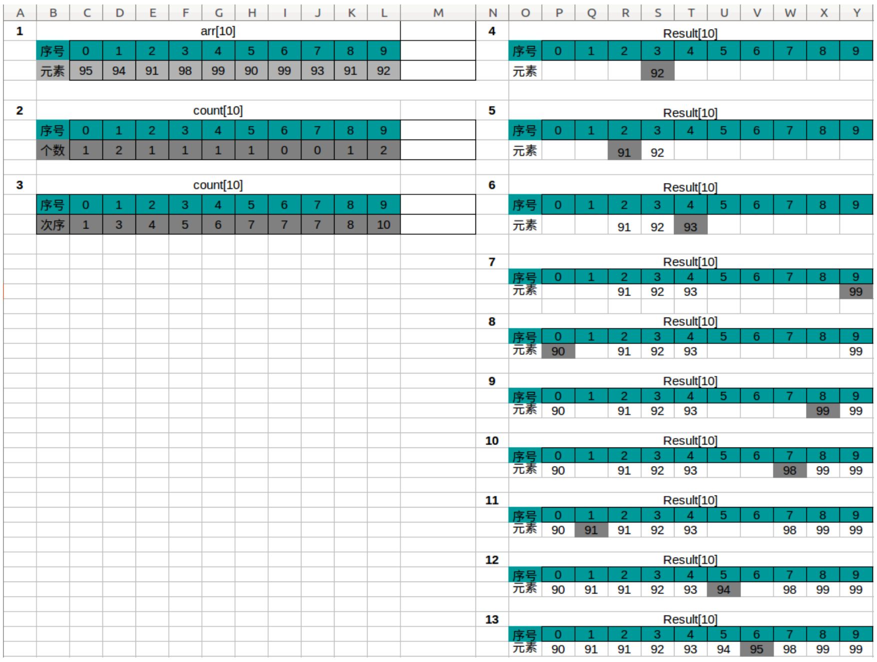
- 算法过程
    1. 根据待排序集合中最大元素与最小元素的差值范围，申请额外辅助空间
    2. 遍历待排序集合，将每一个元素出现的次数记录到元素值对应的辅助空间
    3. 对辅助空间内的数据进行计算，得出每一个元素的正确位置
    4. 将待排序集合的每一个元素移动到计算出的正确位置上，排序完成

代码如下:

```cpp
#include <iostream>
#include <new>
using namespace std;

void CountSort(int *arr,int len,int max, int min)
{
    int *count=new int[max-min+1];//计数数组
    int *Result=new int[len];//存放排序后的结果
    int index;
    for (int i =0; i <=max-min; i++){//初始化
        count[i]=0;
    }
    for(int i=0; i<len;i++){//计算arr[i]元素出现的个数
        count[arr[i]-min]++;
    }
    for(int i=1; i<=max-min; i++){
        count[i]+=count[i-1];
    }

    for (int i = len-1; i >= 0; i--){
        index=count[arr[i]-min]-1;
        Result[index]=arr[i];
        count[arr[i]-min]--;
    }
    cout<<"计数排序后的结果= "<<endl;
    for(int i=0;i<len;i++){
        cout<<Result[i]<<'\t';
    }

    cout<<endl;
    delete [] count;
    delete [] Result;
}

int main()
{
    int arr[10]={95,94,91,98,99,90,99,93,91,92};//待排数组
    CountSort(arr,10,99,90);//计数排序
}
```

运行结果：

计数排序流程图



注: *Result 下的深灰色格子代表此次排好序的元素*

算法复杂度分析:

时间复杂度：因为$k = n$,所以为$O(n)$

空间复杂度：申请了额外辅助空间，且$k = n$,所以为$O(n)$

计数排序与快速排序的区别:

1. 计数排序属于线性时间排序，用非比较的操作确定排序顺序；而快速排序是基于元素之间的比较，属于比较排序
2. 任意一个比较排序算法，在最坏情况下，都需要做 Ω(nlg(n)) 次的比较；而计数排序的运行时间为 Θ(k+n)
3. 计数排序是一种稳定的排序算法；而快速排序不是
4. 计数排序算法适合待排序元素在一定范围内，数值比较集中；而快速排序没有这种要求

二叉树

二叉查找树 BST (Binary Search Tree)

二叉查找树又称二叉搜索树、二叉排序树,特点如下:

1. 左子树上所有结点值均小于根结点
2. 右子树上所有结点值均大于根结点
3. 结点的左右子树本身又是一颗二叉查找树
4. 二叉查找树中序遍历得到结果是递增排序的结点序列。

算法分析

BST的结点结构：

```
//BST结点结构
template<typename T>
class BSTNode{
public:
    T _key; //关键字
    BSTNode *_lchild; //左孩子
    BSTNode *_rchild; //右孩子
    BSTNode *_parent; //父结点

    //构造函数
    BSTNode(T key ,BSTNode *lchild,BSTNode *rchild,BSTNode *
    _key(key),_lchild(lchild),_rchild(rchild),_parent(parent
};
```

一、 判断是否为二叉查找树

根据第4条性质，可以利用中序遍历得出的结果序列为小->大，来判断是否为二叉查找树

```
template <typename T>
bool BSTree<T>::checkBST(BSTNode<T>* &tree) const
{
    static BSTNode<T> *prev=NULL;
    if(tree != NULL)
    {
        if(!checkBST(tree->_lchild))
            return false;
        if(prev != NULL && tree->_key < prev->_key)
            return false;
        prev = tree;
        if(!checkBST(tree->_rchild))
            return false;
     }
    return true;
}
```

可以看出，采用递归的方式，当前的结点值小于前一个结点的值，就满足性质。否则，判断失败。

二、 插入操作

首先创建一个新结点，用于存储关键值。

```
template <typename T>
void BSTree<T>::insert(T key)
{
    //创建一个新的节点，使用构造函数初始化
    BSTNode<T>* z= new BSTNode<T>(key,NULL,NULL,NULL);
    if(!z) //如果创建失败则返回
        return ;
    //调用内部函数进行插入
    insert(_Root,z);
}
```

接着，判断插入值与根结点的大小关系，插入左子树还是右子树。并循环向下查找。

```
//插入操作
//内部使用函数
template<typename T>
void BSTree<T> ::insert(BSTNode<T>* &tree,BSTNode<T>* z)
{
    BSTNode<T>* parent = NULL;
    BSTNode<T>* temp = tree;

    //寻找插入点
    while(temp!=NULL)
    {
        parent= temp;
        if(z->_key > temp->_key)
            temp= temp->_rchild;
        else
            temp=temp->_lchild;
    }
    z->_parent = parent;
    if(parent==NULL) //如果树本来就是空树，则直接把z结点插入根结点
        tree = z;
    else if(z->_key > parent->_key) //如果z的值大于其双亲，则z为
        parent->_rchild = z;
    else
        parent->_lchild = z;//否则为其双亲的左孩子结点
}
```

三、删除操作

```
template<typename T>
void BSTree<T>::remove(T key)
{
    BSTNode<T> *z, *node;
    if ((z = search(_Root, key)) != NULL)
        if ( (node = remove(_Root, z)) != NULL)
            delete node;
}
```

四、查找操作

外部接口search函数

```
template <typename T>
BSTNode<T> * BSTree<T>::search(T key)
{
    return search(_Root,key);
}
```

内部调用search函数

```
//非递归实现
//内部使用函数
template <typename T>
BSTNode<T>*  BSTree<T>::search(BSTNode<T>* &tree,T key) cons
{
    BSTNode<T>* temp = tree;
    while(temp != NULL)
    {
        if(temp->_key == key)//查找成功
            return temp;
        else if(temp->_key > key)//转向左子树，继续查找
            temp = temp->_lchild;
        else
            temp = temp->_rchild;//转向右子树，继续查找
    }
    return NULL;//查找失败
}
```

五、遍历操作

1. 前序遍历：

外部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::preOrder()
{
    preOrder(_Root);
}
```

内部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::preOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        cout<<tree->_key<<" ";
        preOrder(tree->_lchild);
        preOrder(tree->_rchild);
    }
}
```

2. 中序遍历：

外部inOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::inOrder()
{
    inOrder(_Root);
}
```

内部inOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::inOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        inOrder(tree->_lchild);
        cout<<tree->_key<<" ";
        inOrder(tree->_rchild);
    }
}
```

3. 后序遍历：

外部postOrder接口

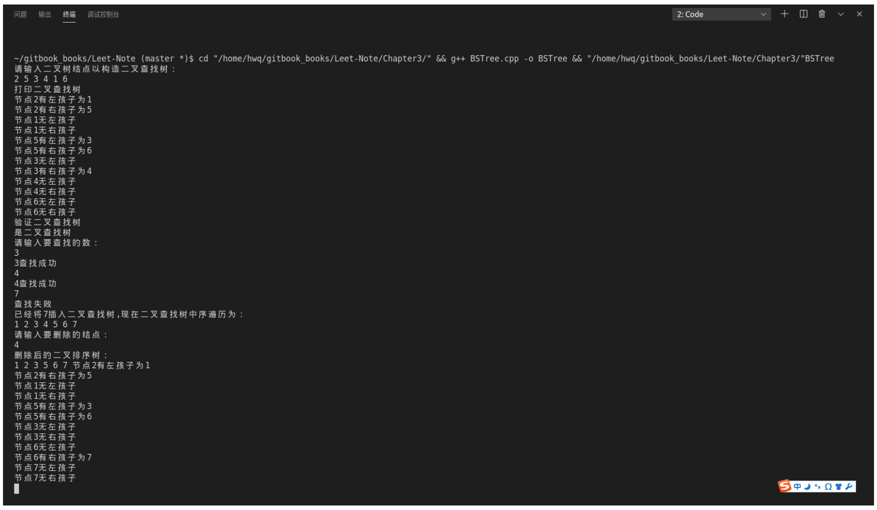
```
template<typename T>
void BSTree<T>::postOrder()
{
    postOrder(_Root);
}
```

内部postOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::postOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        postOrder(tree->_lchild);
        postOrder(tree->_rchild);
        cout<<tree->_key<<" ";
    }
}
```

六、实验结果

如图：


问题 输出 终端 调试控制台
2: Code
~/gitbook_books/Leet-Note (master *)$ cd "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/" && g++ BSTree.cpp -o BSTree && "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/"BSTree
请输入二叉树结点以构造二叉查找树：
2 5 3 4 1 6
打印二叉查找树
节点2有左孩子为1
节点2有右孩子为5
节点1无左孩子
节点1无右孩子
节点5有左孩子为3
节点5有右孩子为6
节点3无左孩子
节点3有右孩子为4
节点4无左孩子
节点4无右孩子
节点6无左孩子
节点6无右孩子
验证二叉查找树
是二叉查找树
请输入要查找的数：
3
3查找成功
4
4查找成功
7
查找失败
已经将7插入二叉查找树,现在二叉查找树中序遍历为：
1 2 3 4 5 6 7
请输入要删除的结点：
4
删除后的二叉排序树：
1 2 3 5 6 7 节点2有左孩子为1
节点2有右孩子为5
节点1无左孩子
节点1无右孩子
节点5有左孩子为3
节点5有右孩子为6
节点3无左孩子
节点3无右孩子
节点6无左孩子
节点6有右孩子为7
节点7无左孩子
节点7无右孩子

红黑树

红黑树中每个结点包含五个域:color,key,left,right 和 p。如果某结点没有一个子结点或父结点,则该域指向 NIL。

一棵二叉树如果满足下面的红黑性质,则为一棵红黑树:

1. 每个结点或是红的,或是黑的。
2. 根结点是黑的。
3. 每个叶结点 (NIL) 是黑的。
4. 如果一个结点是红的,则它的两个儿子都是黑的。
5. 对每个结点,从该结点到其子孙结点的所有路径上包含相同数目的黑结点。

算法分析

RBTree的结点结构:

```
class Node {
public:
    int key;//关键字
    Node * p;//父结点
    Node * left;//左子结点
    Node * right;//右子结点
    enum c{RED,BLACK};
    c color;
    Node(int k);
};
```

一、 左旋操作

```
void RBTree::LeftRotate(Node * n)
{
    Node * y=n->right;
    n->right=y->left;
    if (y->left!=NIL)
    {
        y->left->p=n;
    }
    y->p=n->p;
    if(n->p==NIL)  root=y;
    else if (n==n->p->left)
    {
        n->p->left=y;
    }
    else  n->p->right=y;
    y->left=n;
    n->p=y;
}
```

二、 右旋操作

```
void RBTree::RightRotate(Node * n)
{
    Node * y=n->left;
    n->left=y->right;
    if (y->right!=NIL)
    {
        y->right->p=n;
    }
    y->p=n->p;
    if(n->p==NIL)  root=y;
    else if (n==n->p->right)
    {
        n->p->right=y;
    }
    else  n->p->left=y;
    y->right=n;
    n->p=y;
}
```

三、查询操作

根据给定的关键字值，查找出某个结点

```
Node * RBTree::Search(int k)
{
    Node * cur=root;
    while(cur->key!=k)
    {
        if(cur->key<k&&cur->right!=NIL)
            cur=cur->right;
        else if (cur->key>k&&cur->left!=NIL)
            cur=cur->left;
        else
            return NIL;
    }
    return cur;

}
```

四、插入操作

外部接口Insert函数

```
Node * RBTree::Insert(int k)
{
    Node * cur=root;
    Node * prev=root;
    while(cur!= NIL)
    {
        prev=cur;
        if(k<cur->key)
            cur=cur->left;
        else if (k>cur->key)
            cur=cur->right;
        else
        {
            std::cerr<<std::endl<<k<<" already in RBTree.\n"
            return NIL;
        }
    }
    if(k<prev->key)
    {
        prev->left=new Node(k);
        prev->left->p=prev;
        prev->left->left=prev->left->right=NIL;
        prev->left->color=Node::RED;
        InsertFixup(prev->left);
        return prev->left;
    }
    else if(k>prev->key)
    {
        prev->right=new Node(k);
        prev->right->p=prev;
        prev->right->left=prev->right->right=NIL;
        prev->right->color=Node::RED;
        InsertFixup(prev->right);
        return prev->right;
    }
}
```

内部调用Insert函数，维持红黑树性质

```
void RBTree::InsertFixup(Node * n)
{
    while(n->p->color==Node::RED)
    {
        if(n->p==n->p->p->left)
        {
            Node * uncle=n->p->p->right;
            if(uncle->color==Node::RED)
            {
                n->p->color=uncle->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                n=n->p->p;
            }
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->righ
            {
                n=n->p;
                LeftRotate(n);
            }
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->left
            {
                n->p->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                RightRotate(n->p->p);
            }
        }
        else if (n->p==n->p->p->right)
        {
            Node * uncle=n->p->p->left;
            if(uncle->color==Node::RED)
            {
                n->p->color=uncle->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                n=n->p->p;
            }
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->left
            {
                n=n->p;
                RightRotate(n);
            }
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->righ
            {
                n->p->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                LeftRotate(n->p->p);
            }
        }
    }
    root->color=Node::BLACK;
}
```

五、删除操作

外部delete接口

```
bool RBTree::Delete(int k)
{
    Node * x;
    Node * z=Search(k);
    Node * y=z;
    Node::c y_original_color=y->color;//of toReplace
    if(z->left==NIL)
    {
        x=z->right;
        TransPlant(z,z->right);
    }
    else if(z->right==NIL)
    {
        x=z->left;
        TransPlant(z,z->left);
    }
    else
    {
        y=Minimum(z->right);
        y_original_color=y->color;
        x=y->right;
        if(y->p==z) x->p=y;
        else
        {
            TransPlant(y,y->right);
            y->right=z->right;
            y->right->p=y;
        }
        TransPlant(z,y);
        y->left=z->left;
        y->left->p=y;
        y->color=z->color;
    }

    if(y_original_color==Node::BLACK)
        DeleteFixup(x);
}
```

内部delete接口，维持红黑树性质

```
void RBTree::DeleteFixup(Node *n)
{
    Node *brother;
    while (n->color == Node::BLACK && n != root) {
        if (n == n->p->left) {
                brother = n->p->right;
                if (brother->color == Node::RED) {
                    n->p->color = Node::RED;
                    brother->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    brother = n->p->right;
                }
                if (brother->left->color == Node::BLACK && br
                    brother->color = Node::RED;
                    n = n->p;
                } else if (brother->right->color == Node::BLA
                    brother->color = Node::RED;
                    brother->left->color = Node::BLACK;
                    RightRotate(brother);
                    brother=n->p->right;
                }else
                {
                    brother->color=n->p->color;
                    n->p->color=Node::BLACK;
                    brother->right->color=Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    n=root;
                }



        }
        else {
                brother = n->p->left;
                if (brother->color == Node::RED) {
                    n->p->color = Node::RED;
                    brother->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    brother = n->p->left;
                }
                if (brother->right->color == Node::BLACK && b
                    brother->color = Node::RED;
                    n = n->p;
                } else if (brother->left->color == Node::BLAC
                    brother->color = Node::RED;
                    brother->right->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(brother);
                    brother=n->p->left;
                }else
                {
                    brother->color=n->p->color;
```

```
                    n->p->color=Node::BLACK;
                    brother->left->color=Node::BLACK;
                    RightRotate(n->p);
                    n=root;
                }


            }
        }
        n->color = Node::BLACK;
    }
```

六、实验结果

main函数：

```
int main() {
    int num1[6]={41,38,31,12,19,8};
    int num2[]={1,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15};
    int num3[3]={14,9,5};
    Node * root1=new Node(num1[0]);
    Node * root2=new Node(num2[0]);
    RBTree tree1(root1);
    RBTree tree2(root2);

    std::cout<<"num1[6]={41,38,31,12,19,8}: "<<std::endl;
    for(int i=1;i<6;i++)
     {
         tree1.Insert(num1[i]);
     }

    tree1.InorderTreeWalk(tree1.root);
    std::cout<<std::endl;

    std::cout<<"num2[]={1,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15}: "<<s
    for(int i=1;i<12;i++)
     {
         tree2.Insert(num2[i]);
     }

    tree2.InorderTreeWalk(tree2.root);
    std::cout<<std::endl;

    std::cout<<"delete之后:  "<<std::endl;
     for(int i=0;i<3;i++)
      {
          tree2.Delete(num3[i]);
      }
// tree2.Delete(num3[1]);
// tree2.Delete(num3[2]);
     tree2.InorderTreeWalk(tree2.root);
     std::cout<<std::endl;
    return 0;
}
```

如图：


问题
输出
终端
调试控制台
2: Code
~/gitbook_books/Leet-Note (master *)$ cd "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/RBTree/" && g++ rbtree.cpp -o rbtree && "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapter3/RBTree/"rbtree
num1[6]={41,38,31,12,19,8}:
RED 8 parent 12 left -1 right -1
BLACK 12 parent 19 left 8 right -1
RED 19 parent 38 left 12 right 31
BLACK 31 parent 19 left -1 right -1
BLACK 38 parent -1 left 19 right 41
BLACK 41 parent 38 left -1 right -1
num2[]={1,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15}:
BLACK 1 parent 5 left -1 right -1
BLACK 5 parent 7 left 1 right 6
BLACK 6 parent 5 left -1 right -1
BLACK 7 parent -1 left 5 right 11
BLACK 8 parent 9 left -1 right -1
RED 9 parent 11 left 8 right 10
BLACK 10 parent 9 left -1 right -1
BLACK 11 parent 7 left 9 right 13
BLACK 12 parent 13 left -1 right -1
RED 13 parent 11 left 12 right 14
BLACK 14 parent 13 left -1 right 15
RED 15 parent 14 left -1 right -1
delete之后：
RED 1 parent 6 left -1 right -1
BLACK 6 parent 7 left 1 right -1
BLACK 7 parent 11 left 6 right 10
RED 8 parent 10 left -1 right -1
BLACK 10 parent 7 left 8 right -1
BLACK 11 parent -1 left 7 right 13
BLACK 12 parent 13 left -1 right -1
BLACK 13 parent 11 left 12 right 15
BLACK 15 parent 13 left -1 right -1

贪心算法

任务调度问题

具有期限和惩罚的单位时间任务调度

一、实验原理(详细请参考课本第 16 章)

1. 活动选择问题: 对几个互相竞争的活动进行调度,它们都要求以独占的方式使用某一公共资 源。而在同一时间内只有一个活动能使用这一资源。假设有一个需要使用某一资 源的 n 个活动组成的集合 S={a1,a2,a3,...,an}。每个活动 ai 都有一个要求使用该资源的起始时间 si 和一个结束时间 fi,且 si <fi。如果选择了活动 i,则它在半开时间 区间[si, fi)内占用资源。若区间[si, fi)与区间[sj, fj)不相交,则称活动 i 与活动 j 是兼容的。
   活动选择问题就是要选择出一个由互不兼容的问题组成的最大子集合。

2. 贪心策略
   动态规划是贪心算法的基础。
   贪心算法即通过做一系列的选择来给出某一问题的最优解。对算法中的每一 个决策点,做一个当时最佳的选择。

3. 贪心算法的使用条件:贪心选择性质和最优子结构是两个关键的特点。如果 我们能够证明问题具有这些性质,那么就可以设计出它的一个贪心算法。
   - 贪心选择性质:一个全局最优解可以通过局部最优(贪心)选择来达到。
   - 最优子结构:对一个问题来说,如果它的一个最优解包含了其子问题的 最优解,则称该问题具有最优子结构。
4. 贪心算法的基本思路:
   - 建立对问题精确描述的数学模型,包括定义最优解的模型;
   - 将问题分解为一系列子问题,同时定义子问题的最优解结构;
   - 应用贪心原则确定每个子问题的局部最优解,并根据最优解的模型,用 子问题的局部最优解堆叠出全局最优解。

二、实验要求

实现一个任务调度问题(课本 P241):在单处理器上具有期限和惩罚的单位时 间任务调度

1. 实现这个问题的贪心算法,并写出流程图或者伪代码。
2. 将每个 Wi 替换为 max{W1,W2......Wn}-Wi 运行算法、比较并分析结果。

	Task						
a_i	1	2	3	4	5	6	7
d_i	4	2	4	3	1	4	6
w_i	70	60	50	40	30	20	10

图 16-7 单处理器上带期限和惩罚的单位时间任务调度问题的一个实例

三、算法分析

任务的结构：

```
typedef struct TASK{
    int id;//任务标号
    int deadline;//截止时间
    int w;//超时惩罚
}TASK;
```

具有期限和惩罚的单位时间任务调度算法：

```
bool scheduleable(vector<TASK> &ref_task) //A是活动截止时间的集
{
    int w_sum=0;//最优调度下的总惩罚时间
    vector<TASK> Sche_List;//独立任务集合
    vector<TASK> LateTask_list;
    if(Sche_List.empty()) Sche_List.push_back(ref_task[0]);
    int cnt=0;//迟任务数
    for(int i=1;i<Max;i++){//循环扫描任务列表，确定独立任务集合

        Sche_List.push_back(ref_task[i]);
        sort(Sche_List.begin(),Sche_List.end(),a_less_b);//按
        for(int k=0;k!=Sche_List.size();k++){
            int temp=i-cnt;
            if(k+1>Sche_List[k].deadline){//任务完成时间是否在截
                int min_w=Sche_List[i-cnt].w;
                for(int j=0;j!=Sche_List.size();j++){//找出最
                    if (Sche_List[j].w<min_w){
                        min_w=Sche_List[j].w;
                        temp=j;
                    }
                }
                w_sum+=min_w;//总惩罚
                cnt++;//迟任务数
                LateTask_list.push_back(*(Sche_List.begin()+
                Sche_List.erase(Sche_List.begin()+temp);//删
                break;//因为每轮循环只有一个任务可能会被惩罚，所以
            }
        }
    }
    cout<<"独立任务集合：  "<<endl;
    for(vector<TASK>::iterator it=Sche_List.begin();it!=Sche_
        cout<<it->id<<" ";//在A集合中元素的调度方案，被拒绝的顺序
    cout<<endl;
    cout<<"迟任务集合：  "<<endl;
    for(vector<TASK>::iterator it=LateTask_list.begin();it!=L
        cout<<it->id<<' ';
    cout<<endl;
    cout<<"总惩罚：  "<<w_sum<<endl;
    return true;
}
```

1. 实现这个问题的贪心算法

w[7]={70,60,50,40,30,20,10}

main函数：

```
int main()
{
    TASK  arr[7]={
        {1,4,70},
        {2,2,60},
        {3,4,50},
        {4,3,40},
        {5,1,30},
        {6,4,20},
        {7,6,10},
    };
    vector<TASK> task(arr,arr+Max);
    scheduleable(task);
}
```

如图：

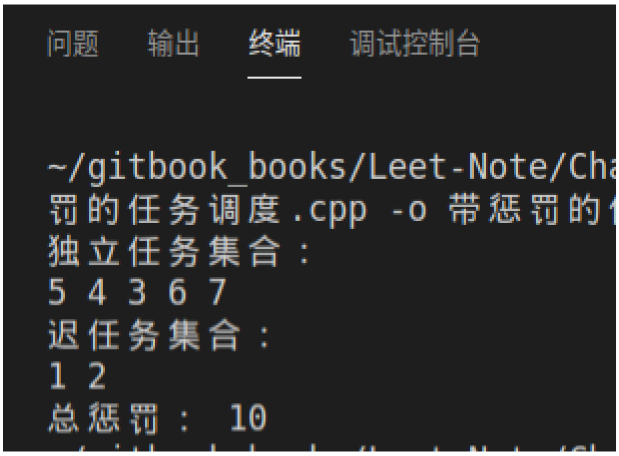
2. 将每个 Wi 替换为 max{W1,W2......Wn} — Wi ，运行算法、比较并分析结果

w[7]={0,10,20,30,40,50,60}

main函数：

```
int main()
{
    TASK  arr[7]={
        {1,4,0},
        {2,2,10},
        {3,4,20},
        {4,3,30},
        {5,1,40},
        {6,4,50},
        {7,6,60},
    };
    vector<TASK> task(arr,arr+Max);
    scheduleable(task);
}
```

如图：



比较和分析：

1. 通过比较运行结果，独立任务集合受任务的超时惩罚的影响
2. 每次寻找的都是最小化迟任务的总超时惩罚，最大化早任务的总超时惩罚