目录

Introduction	1.1
分治法	1.2
快速排序	1.2.1
中位数	1.2.2
最大子序和	1.2.3
线性时间排序	1.3
计数排序	1.3.1
二叉树	1.4
二叉查找树	1.4.1
红黑树	1.4.2

Introduction

记录我的算法分析学习历程

分治法

快速排序

问题:

实现对数组int $arr[9]=\{-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4\}$ 的快速排序,并画出流程图

方法: 分治法

快速排序原理:

- 任找一个元素作为基准,对待排数组进行分组
- 使基准元素左边的数据都比基准元素小,右边的数据都比基准元素大。这样基准元素就放在了正确的位置上。
- 然后对基准元素左边和右边的数据分组进行相同的操作,最后完成数组的排序。

代码如下:

```
#include <iostream>
using std::cin;
using std::cout;
using std::endl;
int Partition(int arr[], int low, int high){
    int pivot_key=arr[low];//临时存储基准值
    while(low<high){
        while (low<high && arr[high]>=pivot_key) --high;
        arr[low]=arr[high];
        while (low<high && arr[low]<=pivot_key) ++low;</pre>
        arr[high]=arr[low];
    arr[low]=pivot_key;//把基准值放到最后准确的位置
    return low;
void QuickSort(int arr[], int low, int high){
    int pivot;
    if(low<high){</pre>
        pivot=Partition(arr, low, high);
        QuickSort(arr, low, pivot-1);
        QuickSort(arr, pivot+1, high);
int main(){
    int arr[9] = \{-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4\};
    QuickSort(arr,0,8);
    cout<<"快速排序结果= "<<end1;
    for (char i = 0; i < 9; i++){
        cout<<arr[i]<<'\t';</pre>
    cout<<endl;
    return 0;
```

运行结果:

```
问题 输出 终端 调试控制台 2:Code ✓ 十 □ ⑥ ^ × ~/gitbook_books/Leet-Note (master *)$ cd "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapt erl/" && g++ 快速排序.cpp -o 快速排序 && "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapt erl/"快速排序 快速排序 表表 "/home/hwq/gitbook_books/Leet-Note/Chapt erl/"快速排序 + 1 1 2 4 4
```

快排流程图

元素 第N趟	-2	1	-3	4	-1	2	1	-5	4
1	-5	-3	-2	4	-1	2	1	1	4
2	-5	-3	-2	1	-1	2	1	4	4
3	-5	-3	-2	-1	1	2	1	4	4
4	-5	-3	-2	-1	1	1	2	4	4

注: 褐色的数字格表示此趟快排的基准值

算法复杂度分析:

时间复杂度: O(nlg(n))空间复杂度: O(lg(n))

Median of Two Sorted Arrays

问题:

There are two sorted arrays nums1 and nums2 of size m and n respectively. Find the median of the two sorted arrays. The overall run time complexity should be O(log(m+n)).

中位数的概念

• 将一个集合划分为两个长度相等的子集,其中一个子集中的元素总是大于另一个子集中的元素。

方法: 分治法

算法分析

• 将有序数组分成两部分,可以得到如下关系式:

left_part	right_part
A[0], A[1],, A[i-1]	A[i], A[i+1],, A[m-1]
B[0], B[1],, B[j-1]	B[j], B[j+1],, B[n-1]

• 那么,中位数就是: $median = [max(left_part) + min(right_part)]/2$

代码如下:

```
int findMedianSortedArrays(int A[],int A_len, int B[],int B_
     int m=A_len, n=B_len;
     int iMin = 0, iMax = m, halfLen = (m + n + 1) / 2;
     while (iMin <= iMax) {
         int i = (iMin + iMax) / 2;
         int j = halfLen - i;
         if (i < iMax \&\& B[j-1] > A[i]){
             iMin = i + 1; // i is too small,需要增大i,减小j
         else if (i > iMin \&\& A[i-1] > B[j]) {
             iMax = i - 1; // i is too big, 需要减小i, 增大j
         else { // i is perfect, i是临界值, 0或者m
         int maxLeft = 0;
         if (i == 0) { maxLeft = B[j-1]; }
         else if (j == 0) { maxLeft = A[i-1]; }
         else { \max(A[i-1], B[j-1]); }
         if ((m + n) \% 2 == 1) { return maxLeft; }
         int minRight = 0;
         if (i == m) { minRight = B[j]; }
         else if (j == n) { minRight = A[i]; }
         else { minRight = min(B[j], A[i]); }
         return (maxLeft + minRight) / 2;
```

运行结果:

数组元素为:array1[3] = {1,2,7}; array2[3] = {3,5,6};

弧 选择C:\Windows\system32\cmd.exe

midia_key= 4 请按任意键继续. .

算法复杂度分析:

• 时间复杂度:查找的区间是[0,m],每次循环之后,查找区间的长度都会降为原先的一半。所以,最多执行lg(m)次。 由于m <= n,所以时间复杂度为O(lg(min(m,n)))。

最大子序和

问题:

给定一个整数数组nums,找到一个具有最大和的连续子数组(子数组最少包含一个元素),返回其最大和。

示例:

输入: [-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4]

输出: 6

解释: 连续子数组 [4,-1,2,1] 的和最大为 6

方法: 分治法

算法分析:

- 1. 把数组分成左右两个子数组,最大子序和只可能出现在
 - 1.左子数组
 - 2.右子数组
 - 3.横跨左右子数组的部分或全部元素
- 2. 然后对左子数组或右子数组时,进一步拆分,依次循环,直至拆分的子数组中只有一个元素。
 - 。 拆分序列(直到只剩下一个数的数组)
 - 。 求左子数组最大值
 - 。 求右子数组最大值
 - 。 求横跨左右子数组的最大值
- 3. 合并,得出以上三个最大值的最大值
- 4. 当最大子数组有 n 个数字时:
 - 。 若 n == 1,返回此元素。
 - 。 left_sum 是左子数组的元素之和最大值
 - 。 right_sum 是右子数组的元素之和最大值
 - 。 cross_sum 是横跨左右子数组元素之和的最大值

代码如下:

```
#include <iostream>
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
int CrossSum(int nums[],int left, int right, int mid) {
    if (left == right) return nums[left];
    int leftSubSum=0;
    int leftMaxSum=nums[mid];//横跨左右子数组,则基准元素(左)
    for(int i=mid; i>=left; i--) {
        leftSubSum+=nums[i]
        leftMaxSum=leftMaxSum>=leftSubSum?leftMaxSum:lef
    int rightSubSum=0;
    int rightMaxSum=nums[mid+1];//横跨左右子数组,则右边第一
    for(int i=mid+1; i<=right; i++) {</pre>
        rightSubSum+=nums[i];
        rightMaxSum=rightMaxSum>=rightSubSum?rightMaxSum
    return leftMaxSum+rightMaxSum;
int fun(int nums[],int left, int right) {
    if (left == right) return nums[left];
    int mid = (left + right) / 2;
    int leftSum = fun(nums, left, mid);
    int rightSum = fun(nums, mid + 1, right);
    int crossSum = CrossSum(nums, left, right, mid);
    int temp=leftSum>rightSum?leftSum:rightSum;
    return temp>crossSum?temp:crossSum;
int MaxSubArray(int nums[],int length) {
    return fun(nums, 0, length-1);
int main() {
    int nums[9]={-2,1,-3,4,-1,2,1,-5,4};
    int maxSum=MaxSubArray(nums, 9);
    cout<<"maxSum= "<<maxSum<<endl;</pre>
```

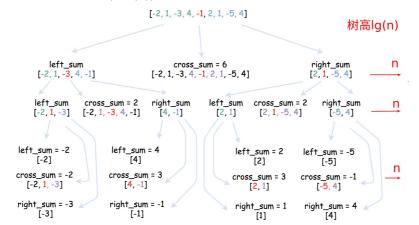
运行结果:

```
maxSum= 6
```

算法复杂度分析:

• 递归树法:

时间复杂度: O(nlg(n))



线性时间排序方法

计数排序

问题:

实现对数组int $arr[10]=\{95,94,91,98,99,90,99,93,91,92\}$ 的计数排序,并画出流程图

计数排序原理:

计数排序是由额外空间的辅助和元素本身的值决定的。计数排序过程中不存在元素之间的比较和交换操作,根据元素本身的值,将每个元素出现的次数记录到辅助空间后,通过对辅助空间内数据的计算,即可确定每一个元素最终的位置。

• 算法过程

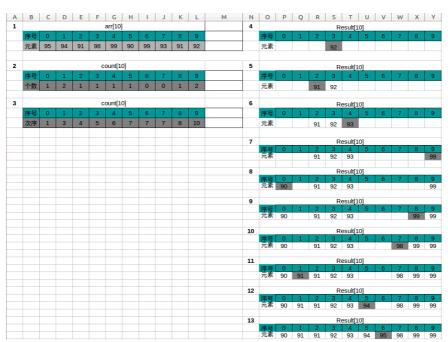
- 1. 根据待排序集合中最大元素与最小元素的差值范围,申请额外 辅助空间
- 2. 遍历待排序集合,将每一个元素出现的次数记录到元素值对应 的辅助空间
- 3. 对辅助空间内的数据进行计算,得出每一个元素的正确位置
- 4. 将待排序集合的每一个元素移动到计算出的正确位置上,排序 完成

代码如下:

```
#include <iostream>
#include <new>
using namespace std;
void CountSort(int *arr,int len,int max, int min)
    int *count=new int[max-min+1];//计数数组
    int *Result=new int[len];//存放排序后的结果
    int index;
    for (int i =0; i <=max-min; i++){//初始化
        count[i]=0;
    for(int i=0; i<len;i++){//计算arr[i]元素出现的个数
        count[arr[i]-min]++;
    for(int i=1; i \le \max-\min; i++){
        count[i]+=count[i-1];
    for (int i = len-1; i \ge 0; i--){
        index=count[arr[i]-min]-1;
        Result[index]=arr[i];
        count[arr[i]-min]--;
    cout <<"计数排序后的结果= "<<end1;
    for(int i=0; i<len; i++){
        cout<<Result[i]<<'\t';</pre>
    cout<<endl:
    delete [] count;
    delete [] Result;
int main()
    int arr[10]={95,94,91,98,99,90,99,93,91,92};//待排数组
    CountSort (arr, 10, 99, 90); // 计数排序
```

运行结果:

计数排序流程图



注: Result下的深灰色格子代表此次排好序的元素

算法复杂度分析:

时间复杂度:因为k = n,所以为O(n)

空间复杂度:申请了额外辅助空间,且k=n,所以为O(n)

计数排序与快速排序的区别:

- 1. 计数排序属于线性时间排序,用非比较的操作确定排序顺序;而快速排序是基于元素之间的比较,属于比较排序
- 2. 任意一个比较排序算法,在最坏情况下,都需要做 $\Omega(n | g(n))$ 次的 比较;而计数排序的运行时间为 $\Theta(k+n)$
- 3. 计数排序是一种稳定的排序算法;而快速排序不是
- 4. 计数排序算法适合待排序元素在一定范围内,数值比较集中;而快速排序没有这种要求

二叉树

二叉查找树 BST (Binary Search Tree)

二叉查找树又称二叉搜索树、二叉排序树,特点如下:

- 1. 左子树上所有结点值均小干根结点
- 2. 右子树上所有结点值均大于根结点
- 3. 结点的左右子树本身又是一颗二叉查找树
- 4. 二叉查找树中序遍历得到结果是递增排序的结点序列。

算法分析

BST的结点结构:

```
//BST结点结构
template<typename T>
class BSTNode{
public:
    T _key; //关键字
    BSTNode *_lchild; //左孩子
    BSTNode *_rchild; //右孩子
    BSTNode *_parent; //父结点

    //构造函数
    BSTNode(T key ,BSTNode *lchild,BSTNode *rchild,BSTNode *parent(parent);

key(key),_lchild(lchild),_rchild(rchild),_parent(parent);
```

一、判断是否为二叉查找树

根据第4条性质,可以利用中序遍历得出的结果序列为<mark>小->大</mark>,来判断 是否为二叉查找树

```
template <typename T>
bool BSTree<T>::checkBST(BSTNode<T>* &tree) const
{
    static BSTNode<T> *prev=NULL;
    if(tree != NULL)
    {
        if(!checkBST(tree->_lchild))
            return false;
        if(prev != NULL && tree->_key < prev->_key)
            return false;
        prev = tree;
        if(!checkBST(tree->_rchild))
            return false;
    }
    return true;
}
```

可以看出,采用递归的方式,当前的结点值小于前一个结点的值,就满 足性质。否则,判断失败。

二、插入操作

首先创建一个新结点,用于存储关键值。

```
template <typename T>
void BSTree<T>::insert(T key)
{
    //创建一个新的节点,使用构造函数初始化
    BSTNode<T>* z= new BSTNode<T>(key, NULL, NULL, NULL);
    if(!z) //如果创建失败则返回
        return ;
    //调用内部函数进行插入
    insert(_Root,z);
}
```

接着,判断插入值与根结点的大小关系,插入左子树还是右子树。并循环向下查找。

```
//插入操作
//内部使用函数
template<typename T>
void BSTree<T> ::insert(BSTNode<T>* &tree,BSTNode<T>* z)
   BSTNode<T>* parent = NULL;
   BSTNode<T>* temp = tree;
   //寻找插入点
   while(temp!=NULL)
       parent= temp;
       if(z->_key > temp->_key)
           temp= temp->_rchild;
       else
           temp=temp->_lchild;
   z->_parent = parent;
   if(parent==NULL) //如果树本来就是空树,则直接把z结点插入根结点
       tree = z;
   else if(z->_key > parent->_key) //如果z的值大于其双亲,则z为
       parent->_rchild = z;
   else
       parent->_lchild = z;//否则为其双亲的左孩子结点
```

三、删除操作

```
template<typename T>
void BSTree<T>::remove(T key)
{
   BSTNode<T> *z, *node;
   if ((z = search(_Root, key)) != NULL)
       if ( (node = remove(_Root, z)) != NULL)
            delete node;
}
```

四、查找操作

外部接口search函数

```
template <typename T>
BSTNode<T> * BSTree<T>::search(T key)
{
    return search(_Root, key);
}
```

内部调用search函数

```
//非递归实现
//内部使用函数
template <typename T>
BSTNode<T>* BSTree<T>::search(BSTNode<T>* &tree,T key) cons
{
    BSTNode<T>* temp = tree;
    while(temp != NULL)
    {
        if(temp->_key == key)//查找成功
            return temp;
        else if(temp->_key > key)//转向左子树,继续查找
            temp = temp->_lchild;
        else
            temp = temp->_rchild;//转向右子树,继续查找
    }
    return NULL;//查找失败
}
```

五、遍历操作

1. 前序遍历:

外部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::preOrder()
{
    preOrder(_Root);
}
```

内部preOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::pre0rder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
       cout<<tree->_key<<" ";
       pre0rder(tree->_lchild);
       pre0rder(tree->_rchild);
    }
}
```

2. 中序遍历:

外部inOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::inOrder()
{
   inOrder(_Root);
}
```

内部inOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::inOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
       inOrder(tree->_lchild);
       cout<<tree->_key<<" ";
       inOrder(tree->_rchild);
   }
}
```

3. 后序遍历:

外部postOrder接口

```
template<typename T>
void BSTree<T>::postOrder()
{
    postOrder(_Root);
}
```

内部postOrder接口

```
template <typename T>
void BSTree<T>::postOrder(BSTNode<T>*&tree) const
{
    if(tree)
    {
        postOrder(tree->_lchild);
        postOrder(tree->_rchild);
        cout<<tree->_key<<" ";
    }
}</pre>
```

六、实验结果

如图:

红黑树

红黑树中每个结点包含五个域:color,key,left,right 和 p。如果某结点没有一个子结点或父结点,则该域指向 NIL。

- 一棵二叉树如果满足下面的红黑性质,则为一棵红黑树:
 - 1. 每个结点或是红的,或是黑的。
 - 2. 根结点是黑的。
 - 3. 每个叶结点 (NIL) 是黑的。
 - 4. 如果一个结点是红的,则它的两个儿子都是黑的。
 - 5. 对每个结点,从该结点到其子孙结点的所有路径上包含相同数目的黑结点。

算法分析

RBTree的结点结构:

```
class Node {
public:
    int key;//关键字
    Node * p;//父结点
    Node * left;//左子结点
    Node * right;//右子结点
    enum c{RED,BLACK};
    c color;
    Node(int k);
};
```

一、左旋操作

```
void RBTree::LeftRotate(Node * n)
{
    Node * y=n->right;
    n->right=y->left;
    if (y->left!=NIL)
    {
        y->left->p=n;
    }
    y->p=n->p;
    if(n->p==NIL) root=y;
    else if (n==n->p->left)
    {
        n->p->left=y;
    }
    else n->p->right=y;
    y->left=n;
    n->p=y;
}
```

二、右旋操作

```
void RBTree::RightRotate(Node * n)
{
    Node * y=n->left;
    n->left=y->right;
    if (y->right!=NIL)
    {
        y->right->p=n;
    }
    y->p=n->p;
    if(n->p==NIL) root=y;
    else if (n==n->p->right)
    {
        n->p->right=y;
    }
    else n->p->left=y;
    y->right=n;
    n->p=y;
}
```

三、查询操作

根据给定的关键字值,查找出某个结点

```
Node * RBTree::Search(int k)
{
    Node * cur=root;
    while(cur->key!=k)
    {
        if(cur->key<k&&cur->right!=NIL)
            cur=cur->right;
        else if (cur->key>k&&cur->left!=NIL)
            cur=cur->left;
        else
            return NIL;
    }
    return cur;
}
```

四、插入操作

外部接口Insert函数

```
Node * RBTree::Insert(int k)
    Node * cur=root;
    Node * prev=root;
    while(cur!= NIL)
        prev=cur;
        if(k<cur->key)
            cur=cur->left;
        else if (k>cur->key)
            cur=cur->right;
        else
            std::cerr<<std::endl<<k<<" already in RBTree.\n"</pre>
            return NIL;
    if(k<prev->key)
        prev->left=new Node(k);
        prev->left->p=prev;
        prev->left->left=prev->left->right=NIL;
        prev->left->color=Node::RED;
        InsertFixup(prev->left);
        return prev->left;
    else if(k>prev->key)
        prev->right=new Node(k);
        prev->right->p=prev;
        prev->right->left=prev->right->right=NIL;
        prev->right->color=Node::RED;
        InsertFixup(prev->right);
        return prev->right;
```

内部调用Insert函数,维持红黑树性质

```
void RBTree::InsertFixup(Node * n)
    while(n->p->color==Node::RED)
        if(n->p==n->p->p->left)
            Node * uncle=n->p->p->right;
            if(uncle->color==Node::RED)
                n->p->color=uncle->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                n=n->p->p;
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->righ:
                n=n->p;
                LeftRotate(n);
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->left
                n->p->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                RightRotate(n->p->p);
        else if (n->p==n->p->p->right)
            Node * uncle=n->p->p->left;
            if(uncle->color==Node::RED)
                n->p->color=uncle->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                n=n->p->p;
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->left
                n=n->p;
                RightRotate(n);
            else if(uncle->color==Node::BLACK&&n==n->p->righ
                n->p->color=Node::BLACK;
                n->p->p->color=Node::RED;
                LeftRotate(n->p->p);
    root->color=Node::BLACK;
```

五、删除操作

外部delete接口

```
bool RBTree::Delete(int k)
    Node * x;
    Node * z=Search(k);
    Node * y=z;
    Node::c y_original_color=y->color;//of toReplace
    if(z->left==NIL)
        x=z->right;
        TransPlant(z,z->right);
    else if(z->right==NIL)
        x=z->left;
        TransPlant(z,z->left);
    else
        y=Minimum(z->right);
        y_original_color=y->color;
        x=y->right;
        if(y->p==z) x->p=y;
        else
            TransPlant(y,y->right);
            y->right=z->right;
            y->right->p=y;
        TransPlant(z,y);
        y->left=z->left;
        y \rightarrow left \rightarrow p = y;
        y->color=z->color;
    if(y_original_color==Node::BLACK)
        DeleteFixup(x);
```

内部delete接口,维持红黑树性质

```
void RBTree::DeleteFixup(Node *n)
    Node *brother;
    while (n->color == Node::BLACK && n != root) {
        if (n == n-p-)left) {
                brother = n->p->right;
                if (brother->color == Node::RED) {
                    n->p->color = Node::RED;
                    brother->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    brother = n->p->right;
                if (brother->left->color == Node::BLACK && b
                    brother->color = Node::RED;
                    n = n-p;
                } else if (brother->right->color == Node::BL/
                    brother->color = Node::RED
                    brother->left->color = Node::BLACK;
                    RightRotate(brother);
                    brother=n->p->right;
                }else
                    brother->color=n->p->color;
                    n->p->color=Node::BLACK;
                    brother->right->color=Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    n=root;
        else {
                brother = n-p->left;
                if (brother->color == Node::RED) {
                    n->p->color = Node::RED
                    brother->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(n->p);
                    brother = n->p->left;
                if (brother->right->color == Node::BLACK && I
                    brother->color = Node::RED;
                    n = n-p;
                } else if (brother->left->color == Node::BLAG
                    brother->color = Node::RED
                    brother->right->color = Node::BLACK;
                    LeftRotate(brother);
                    brother=n->p->left;
                }else
                    brother->color=n->p->color;
```

```
n->p->color=Node::BLACK;
brother->left->color=Node::BLACK;
RightRotate(n->p);
n=root;
}

n->color = Node::BLACK;
}
```

六、实验结果

如图: